Практическое занятие 1

к.т.н., доцент
Светлана Сергеевна Колмогорова
ss.kolmogorova@mail.ru

Дисциплина
«Метрология и стандартизация информационных систем и технологий»
09.03.04, 09.03.02, 09.03.01, 09.03.03, 27.03.03

Темы

1. Погрешности измерений
2. Обработка прямых многократных измерений
3. Оценка грубых погрешностей
4. Литература
5. Вопросы ПЗ_1
6. Ключевые термины на английском языке
7. План практического занятия2

Погрешности измерений Термины-1

- Измерение- нахождение значения физической величины опытным путем с помощью специальных технических средств (ГОСТ 16263-70)
- Значение величины, найденное путем его измерения, называется результатом измерения.
- Погрешность измерения- отклонение результата измерения от истинного значения измеряемой величины
- Точность измерений- их качество, отражающее их результатов приближенных к истинному значению измеряемой величины.
- Существуют также понятия правильность измерений, сходимость измерений, воспроизводимость измерений.
- Различают истинное и действительное значения размера величины.

Погрешности измерений Термины-2

- Истинное значение размера величины есть значение размера величины, которое идеальным образом отражает количественную сторону соответствующего свойства объекта ***Хи***.
- Действительное значение размера величина- это значение, найденное экспериментальным путем и настолько приближающееся к истинному, что может быть использовано вместо него ***Хд***.
- Под точностью измерения понимают степень приближения результатов измерений к истинному значению измеряемой величины.

Погрешности измерений Термины-3

- *Погрешность измерения (результата измерения)* – это отклонение результата измерения от истинного (действительного) значения измеряемой величины.
- Истинное значение величины неизвестно, и на практике используют действительное значение величины $X_Д$
- По способу числового выражения различают **абсолютные** и **относительные** погрешности.
- По закономерностям проявления погрешности измерений делят на **систематические**, **прогрессирующие**, **случайные** и **грубые**.
- В зависимости от источника возникновения погрешности бывают **инструментальные**, **методические**, **отсчитывания** и **установки**.
- Погрешности, зависящие от входного сигнала: **аддитивная** и **мультипликативная**.

Погрешности измерений Абсолютная погрешность

- *Абсолютная погрешность измерения* **Δ** – погрешность измерения, выраженная в единицах измеряемой величины. Это разность между измеренным значением **Хизм** и истинным $\mathbf{X_{И}}$ значениями измеряемой величины.
- Поскольку истинное значение измеряемой величины определить невозможно, вместо него на практике используют действительное значение измеряемой величины $\mathbf{X_{Д}}$.
- Действительное значение находят экспериментально, путем применения точных методов и средств измерений. Оно мало отличается от истинного значения и для решения поставленной задачи может использовано вместо него. При поверке за действительное значение обычно принимают показания образцовых средств измерений.
- в результате чего абсолютная погрешность измерения **Δ Х** определяют по формуле: $\mathbf{\Delta X = X_{изм} - X_{Д}}$ (1)
- **ПРИМЕР:** катушка сопротивления на 1 Ом в действительности имеет сопротивление 1,0001 Ом.

  Расчет погрешности: 1-1,0001=-0,0001 Ом.

Погрешности измерений Класс точности

- *Обобщенной* метрологической характеристикой средств измерений является КЛАСС ТОЧНОСТИ, который определяет допускаемые пределы всех погрешностей, а также все другие свойства, влияющие на точность средств измерений.
- У приборов, *аддитивная составляющая погрешности которых* преобладает над *мультипликативной*, класс точности выражается одним числом, выбираемым из ряда *1; 1,5; 2; 2,5; 4; 5; 6;* 10^N где N = *1, 0,– 1,– 2* и т.д.
- В таком случае приведенная основная погрешность прибора, выраженная в процентах, не должна превышать значения, соответствующего классу точности.
- Однако большинство измерений выполняется путём однократного наблюдения – и *показания прибора принимают за результат измерения с максимальной абсолютной погрешностью* $\boldsymbol{\Delta_{max}}$. Она определяется по классу точности $\boldsymbol{\delta_{кп}}$ прибора:

$$\Delta_{max} = \pm \frac{\delta_{KП} \cdot A_K}{100}$$

- A_K – предел диапазона измерения.
- **<u>ПРИМЕР:</u>** Пусть класс точности вольтметра 1 (1 %). При измерении напряжения в розетке, предел диапазона измерения вольтметра взят 1000 В. Чему равна абсолютная погрешность измерения?

Относительная погрешность Приведенная погрешность

- *Относительная погрешность измерения*- погрешность измерения, выраженная отношением абсолютной погрешности измерения к действительному или измеренному значению измеряемой величины:

$$\delta = \frac{\Delta X}{X} \quad \text{или} \quad \delta = \frac{\Delta X}{X} \cdot 100\ \%,$$

где Δ*X* - абсолютная погрешность измерений;

X - действительное или измеренное значение величины.

- *Приведенная погрешность средства измерений* – относительная погрешность, выраженная отношением абсолютной погрешности средства измерений к условно принятому значению величины, постоянному во всем диапазоне измерений или в части диапазона.
- Условно принятое значение величины называют *нормирующим значением*. Часто за нормирующее значение принимают верхний предел, и приведенные погрешности γ СИ по входу и по выходу.

Погрешности измерений. Пример

- **Определить для вольтметра с пределом измерения 30 В класса точности 0,5 относительную погрешность для точек 5, 10, 15, 20, 25 и 30 В и наибольшую абсолютную погрешность прибора.**
- 1. Класс точности указывают просто числом предпочтительного рода, например, 0,5. Это используют для измерительных приборов, у которых предел допускаемой приведенной погрешности постоянен на всех отметках рабочей части его шкалы (присутствует только аддитивная погрешность). Таким способом обозначают классы точности вольтметров, амперметров, ваттметров и большинства других однопредельных и многопредельных приборов с равномерной шкалой. По условию задачи: Uизм = Ui = 5, 10, 15, 20, 25 и 30 В – измеренное значение электрической величины; Uпр = 30 В – предел шкалы вольтметра.
- 2. Приведенная погрешность $\gamma_П = \frac{\Delta U}{U_{пр}} \cdot 100 = K = 0,5\%.$
- 3. Наибольшая абсолютна етра

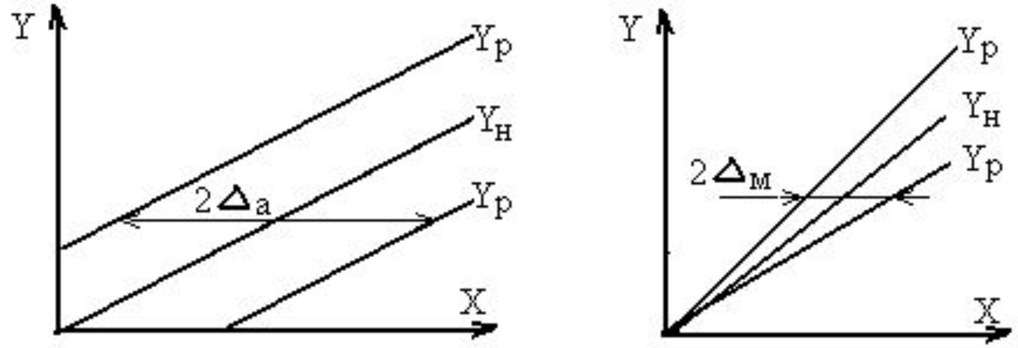
$$\Delta U = \frac{K \cdot U_{пр}}{100} = \frac{0,5 \cdot 30}{100} = 0,15 \text{ В.}$$

- 4. Относительная погрешность вольтметра для точек
- Ответ:

Uизм	5	10	15	20	25	30
δU,%	3,0	1,5	1,0	0,75	0,6	0,5

Аддитивная и мультипликативная погрешности

- *Аддитивная погрешность* не зависит от чувствительности средства измерения и является постоянной для всех значений входной ве личины в пределах диапазона измерений, и поэтому её называют погрешностью нуля. Абсолютная аддитивная погрешность Δ_a равна половине зоны неопределенности (рис. 1, а)
- *Мультипликативная погрешность* зависит от чувствительности прибора и изменяется пропорционально текущему значению входной величины, поэтому её называют погрешностью чувствительности (рис. 1, б). Абсолютная мультипликативная погрешность может быть найдена как $\Delta_м = \delta_м X$, где $\delta_м$ – относительная мультипликативная погрешность.



Обработка прямых многократных измерений-1

- При измерениях, даже с многократными наблюдениями, получают конечное множество результатов наблюдений со множеством реализаций случайной погрешности. Как в этом случае оценить истинное значение измеряемой величины и случайную погрешность?
- ПЕРЕД ПРОВЕДЕНИЕМ ОБРАБОТКИ полученных РЕЗУЛЬТАТОВ НЕОБХОДИМО УДОСТОВЕРИТЬСЯ В ТОМ, ЧТО ДАННЫЕ ИЗ ОБРАБАТЫВАЕМОЙ ВЫБОРКИ СТАТИСТИЧЕСКИ ПОДКОНТРОЛЬНЫ, группируются вокруг одного и того же центра и имеют одинаковую дисперсию.
- Явление считается подконтрольным, если можно предсказать его будущее течение. Явление является статистически подконтрольным, если предсказание возможно в вероятностном смысле: можно предсказать вероятность попадания явления в определённые пределы. В этом случае результаты случайной операции будут статистически контролируемыми.
- Задача обработки данных многократных измерений заключается в нахождении ОЦЕНКИ исследуемой величины и доверительного интервала, в котором находится её истинное значение.

Обработка прямых многократных измерений-2

- Исходной информацией для обработки является ВЫБОРКА – ряд из n (n>4) результатов измерений x1, x2, x3, . . . , xn, из которых исключены известные систематические погрешности.
- Число n зависит как от требований к точности получаемого результата, так и от реальной возможности выполнить повторные измерения.
- ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБЪЁМА ВЫБОРКИ: основным понятием в теории выборочного метода является ГЕНЕРАЛЬНАЯ СОВОКУПНОСТЬ– это совокупность всех возможных элементов, которым присущ интересующий исследователя признак, И ВЫБОРОЧНАЯ СОВОКУПНОСТЬ (выборка) – множество из набора элементов, которые отбираются из генеральной совокупности для получения достоверных сведений обо всей совокупности
- Число элементов n, образующих выборку, составляет её ОБЪЁМ. Большой считается выборка объёмом n > 20, а малой при n < 20.
- От правильного определения объёма выборки зависит объём исследования, сроки в которые оно будет проведено, финансовые затраты и ряд других организационных проблем, а также, что особенно важно, точность и надёжность результатов произведённого исследования.

Обработка прямых многократных измерений-3

- УРОВЕНЬ НАДЁЖНОСТИ (что доверительный интервал для среднего значения выборки равен конкретному значению) ***α*** в технических областях обычно принимают равным 0,95 или 0,99 (95-процентный или 99-процентный уровень надёжности. 0,95 – это доверительная вероятность – 0,9545; 0,99 – это доверительная вероятность – 0,9973).
- Так при нормальном законе распределения такой случайной величины, как погрешность, максимальную абсолютную погрешность **Δ** max принимают равной 3***σ*** (или 3СКО), что соответствует значению вероятности появления погрешности, превышающей **Δ** max, равному 1 – ***α*** = 1 – 0,9973 = 0,0027 ≈ 1/370.
- Это означает, что в 369 из 370 наблюдений с вероятностью 0,9973 погрешность заключена в интервале ±3***σ*** и лишь в одном наблюдении может выйти за его пределы (правило «трёх сигм»).
- Обычно в технических областях с достаточной для практики точностью и надёжностью объем больших выборок составляет n = 50–200шт.

Обработка прямых многократных измерений-4

- При этом, если уровень надёжности ***а*** = 0,95, то абсолютная погрешность оценки среднего арифметического значения (математического ожидания) **М** составляет **Δ** = (0,3-0,15)Хи (Хи – действительное (истинное) значение физической величины), а абсолютная погрешность оценки среднего квадратичного отклонения **σ** определяется: **Δ** = (0,2-0,1)Хи
- Оценка математического ожидания **М** (среднее арифметическое значение) [...]ой величины Х определяется по формуле: $$M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i,$$
- причём **М** принимается за действительное значение измеряемой величины Х

Оценка грубых погрешностей эксперимента-1

- *Погрешность измерения* – это отклонение результата измерений от истинного (действительного) значения измеряемой величины.
- *Грубая погрешность измерений* – погрешность измерений, существенно превышающая ожидаемую при данных условиях.
- Причинами грубых погрешностей могут быть неконтролируемые изменения условий измерений, неисправность, ошибки оператора и др.
- Такие ошибочные данные следует отбросить.
- Одним из методов обнаружения и исключения грубых погрешностей является метод Ирвина.

Оценка грубых погрешностей эксперимента. Метод Ирвина-1

- **Метод Ирвина применяется, если распределение результатов испытаний не является нормальным или неизвестно.**
- **По данным выборки** (таблица А.1) **определим** ее характеристики: **математическое ожидание M и среднеквадратичное отклонение** (СКО) **σ** (формулы (1-2) соответственно),

n-объем выборки, xi- i-й элемент данных выборки

$$M = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i = \frac{1}{50}(13,22 + 12,00 + 13,24 + \cdots + 9,11)\cdot 10^{-3} = 11,56\ [\text{мВ}]$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - M)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{(13,22-11,56)^2+(12,00-11,56)^2+(13,24-11,56)^2+\cdots+(9,11-11,56)^2}{50-1}}\cdot$$

$$\cdot 10^{-3} = 5,15\ [\text{мВ}].$$

3. Оценка грубых погрешностей

Таблица А.1 – Набор данных ***A***

Номер измерения	Напряжение $u_{ПЧ}$, мВ однодиодный ГПЧ, $u_{ВХ}$=100 мВ, f_C=1 ГГц	Номер измерения	Напряжение $u_{ПЧ}$, мВ однодиодный ГПЧ, $u_{ВХ}$=100 мВ, f_C=1 ГГц
1	13,22	26	7,23
2	12,00	27	7,15
3	13,24	28	8,83
4	14,38	29	8,86
5	14,21	30	7,59
6	9,47	31	9,18
7	10,62	32	9,15
8	10,18	33	9,19
9	8,32	34	5,12
10	10,13	35	10,53
11	7,56	36	10,96
12	7,51	37	11,33
13	7,63	38	11,25
14	9,84	39	10,66
15	18,53	40	11,72
16	9,16	41	9,56
17	9,58	42	12,26
18	8,23	43	12,23
19	8,14	44	13,01
20	20,17	45	24,52
21	26,31	46	9,26
22	26,14	47	9,26
23	28,22	48	8,72
24	8,91	49	9,13
25	10,68	50	9,11

Оценка грубых погрешностей эксперимента. Метод Ирвина-2

- Основной **смысл усреднения многократных отсчетов заключается в том, что найденная усредненная оценка координаты их центра имеет меньшую случайную погрешность, чем отдельные отсчеты**, по которым она находится.
- Среднее значение напряжения сигнала промежуточной частоты равно 11,56 мВ.
- СКО характеризует разброс случайной величины относительно ее математического ожидания. Чем СКО больше – тем больше рассеивание, и тем вероятнее существенные отклонения. СКО, рассчитанное по формуле (2), показывает, что на 5,15 мВ в среднем каждое индивидуальное значение напряжения сигнала отличается от средней величины.
- Все **опытные данные выборки расположим в возрастающем порядке** (таблица 1).

Оценка грубых погрешностей эксперимента. Метод Ирвина-3

- Таблица 1 – Данные выборки, расположенные в порядке возрастания

№ п/п	x_i, мВ	№ п/п	x_i, мВ
1	**2**	**3**	**4**
1	**5,12**	26	9,84
2	7,15	27	10,13
3	7,23	28	10,18
4	7,51	29	10,53
5	7,56	30	10,62
6	7,59	31	10,66
7	7,63	32	10,68
8	8,14	33	10,96
9	8,23	34	11,25
10	8,32	35	11,33
11	8,72	36	11,72
12	8,83	37	12,00
13	8,86	38	12,23
14	8,91	39	12,26
15	9,11	40	13,01
16	9,13	41	13,22
17	9,15	42	13,24
18	9,16	43	14,21
19	9,18	44	14,38
20	9,19	45	18,53
21	9,26	46	20,17
22	9,26	47	24,52
23	9,47	48	26,14
24	9,56	49	26,31
25	9,58	50	**28,22**

Оценка грубых погрешностей эксперимента. Метод Ирвина-4

- **Из полученного ряда (таблица 1, колонки 2 и 4) выберем два наименьших значения** случайной величины xn=5,12 и xn+1=7,15 и **вычислим коэффициент Ирвина λи (3)**

$$\lambda_И = \frac{|x_{n+1} - x_n|}{\sigma} = \frac{|7{,}15 - 5{,}12|}{5{,}15} = 0,39.$$

- Сравним коэффициент λи с табличным значением λ0,95, возможные значения которого приведены в таблице 2:

Таблица 2 – **Зависимость коэффициента $\lambda_И$ при α = 0,95 от объема выборки n**

n	20	30	50	100	400	1000
$\lambda_{0,95}$	1,3	1,2	1,1	1,0	0,9	0,8

- При n=50 коэффициент λ0,95=1,1. Так как, вычисленный по формуле (3), коэффициент λи соотносится с коэффициентом λ0,95 как λи< λ0,95? То оцениваемый результат является случайным отклонением и отбрасывать его нельзя.

Оценка грубых погрешностей эксперимента. Критерий Романовского

- Теорию изучить самостоятельно
- Решить задачу: применить критерии Романовского к выборке результатов эксперимента (таблица) при надежности ***a*** = 0,95.

Таблица 2. Выборка данных

Х фаза (град)						
53,89	-107,33	2,80	100,50	-44,29	-35,73	14,57
107,95	-53,08	35,59	-16,85	45,94	12,35	22,65
-17,97	16,66	17,06	33,30	41,63	-96,64	8,25
35,95	52,57	-104,98	4,65	90	-35,70	-37,28
0,93	106,06	-49,92	-35,38	15,82	57,82	7,60
-35,91	-17,59	32,19	15,34	29,37	31,85	-91
17,85	35,25	48,56	-101,34	6,48	74,97	-23,67

Литература

- Кушнир Ф.В. Электрорадиоизмерения: учеб. Пособие для вузов. – Л.: Энергоатомиздат, 1983. -320 с.
- Гинергарт О.Ю. Обработка результатов прямых многократных измерений: метод. указания / О.Ю. Гинергарт, В.В. Пшеничникова. – Омск: ОмГТУ, 2010. – 36 с.
- Кравченко Н.С. Методы обработки результатов измерений и оценки погрешности в учебном лабораторном практикуме: учебное пособие / Н.С. Кравченко, О.Г. Ревинская. – Томск: ТПУ, 2011. – 86 с.
- Новицкий П.В. Оценка погрешностей результатов измерений. – 2-е изд., перераб. и доп. / П.В. Новицкий, И. А. Зограф. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 304 с.
- Шорохова И.С. Статистические методы анализа: учебное пособие / И.С. Шорохова, Н.В. Кисляк, О.С. Мариев. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2015. – 300 с.

Вопросы для самопроверки

- Что такое погрешность
- Виды погрешностей, определения
- Класс точности
- Грубые погрешность, определение грубых погрешностей. Метод Ирвина
- Критерий Романовского

Термины на английском языке

- Погрешность- **error**
- Измерение- **measurement**
- Точность- **accuracy**, **precision**
- Класс точности- **precision class**
- Эксперимент- **experiment**
- Обработка результата измерения- **measurement result processing**
- Диапазон- **range**
- Метод Ирвина- **Irwin method**
- Грубые погрешности- **coarse (rough, gross) error**
- Уровень надежности- **reliability (degree) level**

Темы практического занятия_2

- Вероятностные оценки погрешности измерения
- Определение точечных оценок результатов эксперимента
- Рекомендации к представлению результатов экспериментов и наблюдений
- Суммирование погрешностей при обработке данных

Расчет статистических характеристик-1

- Исходной информацией для обработки является ряд из *n* результатов измерений *x1, x2, x3,…, xn*, из которых исключены грубые погрешности.
- Первым действием является построение *вариационного ряда* измерений (выборки). В вариационном ряду результаты измерений расп

№ п/п	x_i, мВ	№ п/п	x_i, мВ
1	2	3	4
1	**5,12**	26	9,84
2	7,15	27	10,13
3	7,23	28	10,18
4	7,51	29	10,53
5	7,56	30	10,62
6	7,59	31	10,66
7	7,63	32	10,68
8	8,14	33	10,96
9	8,23	34	11,25
10	8,32	35	11,33
11	8,72	36	11,72
12	8,83	37	12,00
13	8,86	38	12,23
14	8,91	39	12,26
15	9,11	40	13,01
16	9,13	41	13,22
17	9,15	42	13,24
18	9,16	43	14,21
19	9,18	44	14,38
20	9,19	45	18,53
21	9,26	46	20,17
22	9,26	47	24,52
23	9,47	48	26,14
24	9,56	49	26,31
25	9,58	50	**28,22**

Дополнительно к ПЗ_1

Расчет статистических характеристик-2

- **Между наибольшим и наименьшим значениями ряда вычислим разность, называемую *размахом выравнивания*** или широтой распределения согласно формуле (4):
- *R=Xmax-Xmin=(28,22-5,12)·10-3=23,10* [мВ], (4)

где *xmax* – наибольшее значение выборки; *xmin* – наименьшее значение выборки.

- Размах выравнивания показывает, что на *23,10* мВ максимальное и минимальное значения ряда (таблица 1) различаются между собой.
- Далее **определим возможное число разрядов *q* (интервалов группирования)** согласно, выражениям (5, 6), которые получены для наиболее часто встречающихся на практике распределений. **Для наименьшего искажения кривой плотности в области центра распределения число разрядов следует принимать нечетным**.
- *qmin=0,55·n0,4=0,55·50*0,4=2,63;* (5)

где *qmin* – минимальное число разрядов.

- *qmax=1,25·n0,4=1,25·50*0,4=5,98;* *(6)*

где *qmax* – максимальное число разрядов.

Дополнительно к ПЗ_1

Расчет статистических характеристик-3

- Значение *q* должно находиться в пределах от q_{min} до q_{max} [1]. Учитывая, что *q=3* не дает информации о форме распределения [5], принимаем *q=5*.
- **Определим *ширину интервала (разряда)*** по формуле (7):
- ***Δx=Rq=23,105·10-3=4,62* [мВ],** (7)

где Δx – ширина разряда.

- Чтобы получить представление о законе распределения измеряемой величины, группируем экспериментальные данные.
- **Определим границы разрядов** по формуле (8):
- ***qj=xmin+(j-1)·Δx; xmin+j·Δx***, (8)

где *j* – номер разряда, (*j=1, 2,…,q*).

- **Левая граница для первого разряда равна *xmin*=5,12 [мВ].**
- **Правая граница последнего разряда определяется** как:
- ***xmax'=xmin+q·Δx=(5,12+5·4,62)·10-3=28,22* [мВ].** (9)
- Так как *xmax'=xmax=28,22* мВ, следовательно, ширина последнего разряда будет такая же, как у остальных.
- Определим число попаданий *nj* – количество результатов измерений, попадающих в каждый разряд (*j=1, 2,…,q*). Результаты промежуточных вычислений сведены в таблицу 2.

Дополнительно к ПЗ_1

Расчет статистических характеристик-4

- **Рассчитаем середины интервалов (разрядов) *xj0* согласно выражению** (10):

$$\begin{cases} x_{10} = \frac{(x_{min}+(x_{min}+\Delta x))}{2} = \frac{(5{,}12+(5{,}12+4{,}62))\cdot 10^{-3}}{2} = 7{,}43\ [\text{мВ}]; \\ x_{20} = \frac{((x_{min}+\Delta x)+(x_{min}+2\cdot\Delta x))}{2} = \frac{((5{,}12+4{,}62)+((5{,}12+2\cdot 4{,}62)))\cdot 10^{-3}}{2} = 12{,}05\ [\text{мВ}]; \\ x_{30} = \frac{((x_{min}+2\cdot\Delta x)+(x_{min}+3\cdot\Delta x))}{2} = \frac{((5{,}12+2\cdot 4{,}62)+((5{,}12+3\cdot 4{,}62)))\cdot 10^{-3}}{2} = 16{,}67\ [\text{мВ}]; \\ \ldots \\ x_{50} = \frac{((x_{min}+4\cdot\Delta x)+x_{max})}{2} = \frac{((5{,}12+4\cdot 4{,}62)+28{,}22)\cdot 10^{-3}}{2} = 25{,}91\ [\text{мВ}]. \end{cases} \quad (10)$$

- **Так как точное значение математического ожидания не известно, вместо него используем оценку – среднее арифметическое.**
- **Вычислим среднее арифметическое значени**е измеряемой величины *X* по формуле (11):

$$\overline{X} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{q} x_{j0} n_j = \frac{x_{10}n_1 + x_{20}n_2 + x_{30}n_3 + \cdots + x_{q0}n_q}{n} =$$

$$= \frac{(7{,}43\cdot 25+12{,}05\cdot 18+16{,}67\cdot 2+\cdots+25{,}91\cdot 4)\cdot 10^{-3}}{50} = 11{,}22\ [\text{мВ}]. \quad (11)$$

Расчет статистических характеристик-5

- При вычислении оценки математического ожидания по формуле (11) получается только его приближенное значение, так как заменяется целая группа чисел, попадающих в интервал, его серединой.
- Вычислим отклонения середин разрядов от среднего арифметического значения и их квадраты (выражения (12) и (13) соответственно):

$$(x_{j0} - \overline{X}), \tag{12}$$

$$(x_{j0} - \overline{X})^2, \tag{13}$$

где $j=1, 2,\ldots,q$.

- Разница между отдельным значением и средним отражает меру отклонения. В квадрат возводится для того, чтобы избежать взаимоуничтожения положительных и отрицательных отклонений при их суммировании.
- Результаты вычисления отклонения от среднего и квадраты отклонений от среднего приведены в таблице 2 (колонка 7 и 8 соответственно).
- Опре… …чего на частоту (таблица 2, колонка 9) согласно формуле (14):

$$(x_{j0} - \overline{X})^2 n_j. \tag{14}$$

Дополнительно к ПЗ_1

Расчет статистических характеристик-6

Таблица 2 – Результаты промежуточных вычислений

Номер раз-ряда q	Границы разряда		Середина разряда x_{j0}, мВ	Частота n_j	$x_{j0}n_j$, мВ	$x_{j0}-\bar{X}$, мВ	$(x_{j0}-\bar{X})^2$, мВ²	$(x_{j0}-\bar{X})^2 n_j$, мВ²
	x_j, мВ	x_{j+1}, мВ						
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	5,12	9,74	7,43	25	185,75	минус3,79	14,3641	359,1025
2	9,74	14,36	12,05	18	216,90	0,83	0,6889	12,4002
3	14,36	18,98	16,67	2	33,34	5,45	29,7025	59,405
4	18,98	23,60	21,29	1	21,29	10,07	101,4049	101,4049
5	23,60	28,22	25,91	4	103,64	14,69	215,7961	863,1844
Σ				50	560,92			1395,4970

Оценка дисперсии согласно формуле (15):

$$\tilde{D}_x = \frac{\sum_{j=1}^{q}(x_{j0}-\bar{X})^2 n_j}{n-1} = \frac{(x_{10}-\bar{X})^2 n_1+(x_{20}-\bar{X})^2 n_2+(x_{30}-\bar{X})^2 n_3+\dots+(x_{q0}-\bar{X})^2 n_q}{n-1} =$$

$$\frac{(7{,}43-11{,}22)^2\cdot 25+(12{,}05-11{,}22)^2\cdot 18+(16{,}67-11{,}22)^2\cdot 2+\dots+(25{,}91-11{,}22)^2\cdot 4}{50-1}\cdot 10^{-6} =$$

$$28{,}4795\ [\text{мВ}^2]. \qquad (15)$$

Расчет статистических характеристик-7

Оценка СКО согласно формуле (16):

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{28,4795 \cdot 10^{-6}} = 5,34 \ [\text{мВ}]. \qquad (16)$$

СКО также характеризует меру рассеяния данных, но его, в отличие от дисперсии, можно сравнивать с исходными данными, так как единицы измерения у них одинаковые.

Полученные оценки математического ожидания и СКО являются случайными, поэтому рассеивание математического ожидания оценивается с помощью среднего квадратичного отклонения среднего арифметического согласно формуле (17):

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_x}{\sqrt{n}} = \frac{5{,}34 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{50}} = 0,75 \ [\text{мВ}]. \qquad (17)$$

Дополнительно к ПЗ_1

Построение эмпирических характеристик-1

***Теоретическая кривая распределения* – кривая, выражающая функциональную связь между изменением варьирующего признака и изменением частот и характеризующая определенный тип распределения**

Проведенные расчеты позволяют построить гистограмму и полигон распределения

Для построения *гистограммы* (**рисунок 1, а**) **по оси х откладываются интервалы Δх в порядке возрастания номеров и на каждом интервале строится прямоугольник высотой *nj***

Полигон (**рисунок 1, б**) **представляет из себя ломаную кривую, соединяющую середины верхних оснований каждого столбца диаграммы**. Он **более наглядно, чем гистограмма отражает форму кривой плотности распределени**я.

Построение эмпирических характеристик-2

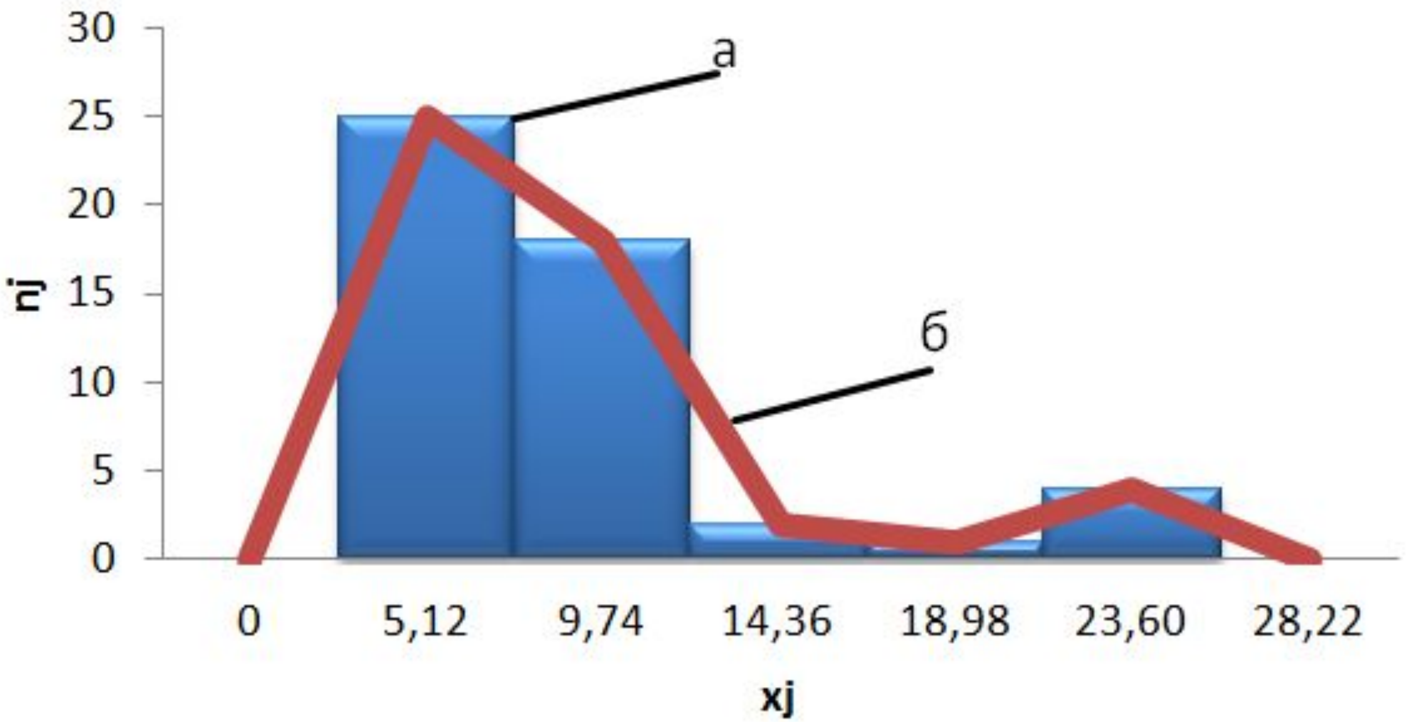


Рисунок 1 – Гистограмма и полигон распределения

Построение эмпирических характеристик-3

Кумулятивная (интегральная) *кривая* – это график статистической функции
распределения (рисунок 2). для ее построения по оси результатов наблюдений (по оси абсцисса) откладывают интервалы Δх в порядке возрастания номеров и на каждом интервале строят Прямоугольник высотой

$$P_j = \frac{n_j}{n}, \qquad (18)$$ ık

где P_j – относительное количество наблюдений, попавших в j-й разряд (относительная частота).

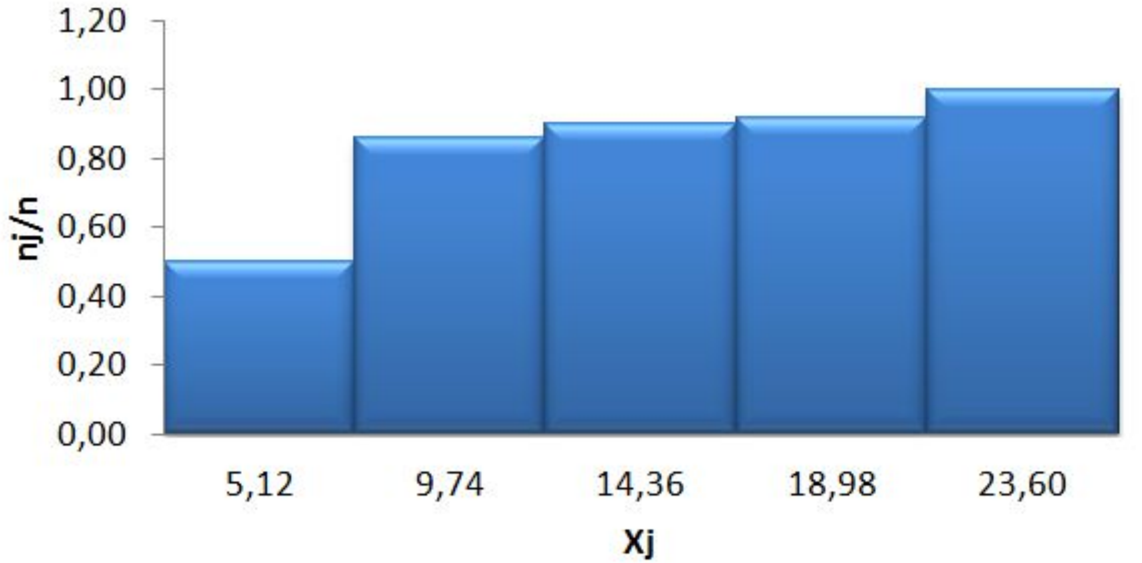
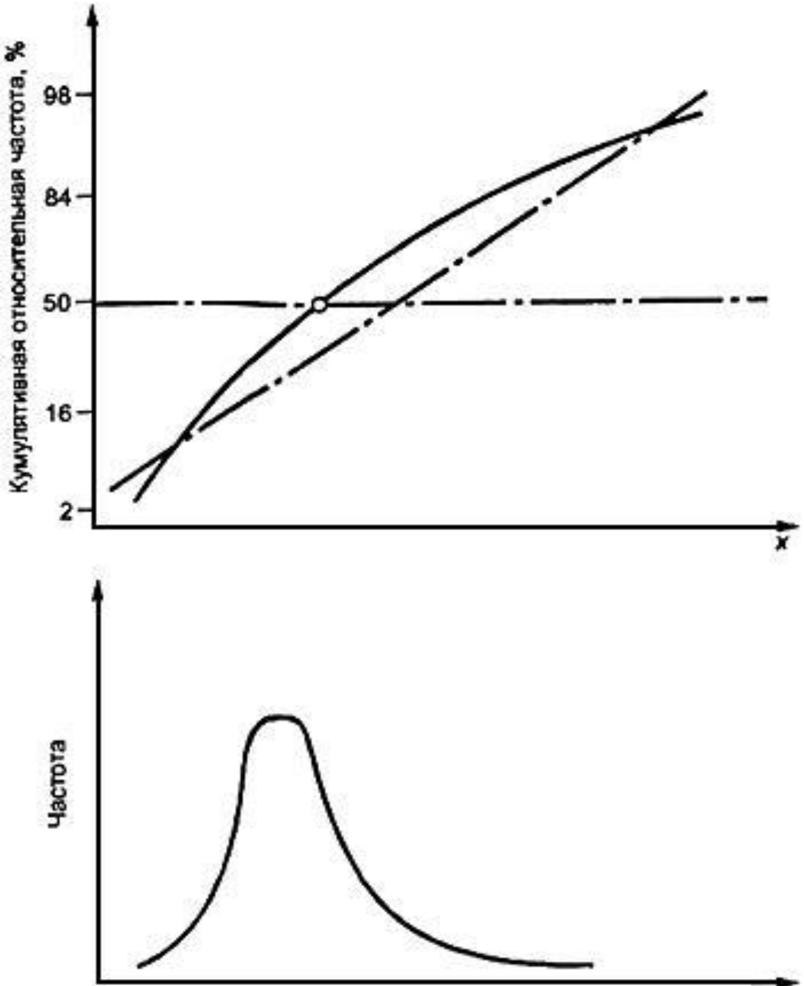


Рисунок 2 – Кумулятивная кривая

Построение эмпирических характеристик-4



По виду построенных зависимостей (рисунок 1) видно, что гистограмма смещена вправо относительно нормального распределения (правосторонняя асимметрия) (рисунок 3). Предполагаем, что форма данного распределения близка к логнормальному закону распределения.

Рисунок 3 – Кумулятивная функция распределения (вверху) и функция плотности распределения с положительной асимметрией (внизу)