

Индексы

Индекс – относительный показатель, характеризующий изменение общественных явлений во времени, в пространстве или по сравнению с планом.

Индексируемая величина – значение признака статистической совокупности, изменение которой является объектом изучения.

С помощью индексов решаются следующие задачи:

- Определяются средние изменения сложных, непосредственно неизмеримых совокупностей во времени, т.е. индексы выступают как относительные величины динамики, относительные величины выполнения плана.
- Определяются изменения показателей, принадлежащих различным территориям, т.е. строятся территориальные индексы.
- Определяется роль отдельных факторов, неразрывно связанных с результативным фактором. Изучается роль и влияние факторов.

Группы индексов

1) Степени охвата элементов совокупности:

- 1.1. **Индивидуальные** – соотношение уровня явлений по отдельному виду единиц совокупности. Построение сводится к сопоставлению двух величин, характеризующих уровень изучаемого явления во времени, в производстве, по сравнению с планом.
- 1.2. **Общие (сводные)** – отражающие изменение всех элементов сложного явления. Под сложным явлением понимают такую совокупность, отдельные элементы которой непосредственно не подлежат суммированию.

2) Содержанию изучаемых объектов:

- 2.1. Индексы **качественных показателей** – характеризующих свойство или качество явления в расчете на единицу совокупности.
- 2.2. Индексы **количественных (объемных) показателей** – характеризуют суммарный объем (размер) того или иного явления.

3) Методам расчета общих индексов:

- 3.1. Агрегатные
- 3.2. Средние

Количественные показатели	Качественные показатели	Примечание
<p>Q – объем производимой продукции или реализуемых товаров в натуральном выражении;</p> <p>pQ – стоимость производимой продукции или реализованных товаров в денежном выражении (товарооборот);</p>	<p>p – цена единицы продукции;</p>	$p = \frac{pQ}{Q}$
<p>zQ – затраты на производство всей продукции или себестоимость всей продукции;</p>	<p>z – себестоимость единицы продукции (затраты на единицу продукции);</p>	

Количественные показатели	Качественные показатели	Примечание
tQ – общие затраты труда или времени на производство всей продукции или численность работников (T= tQ);	t – трудоемкость единицы продукции (затраты труда, времени на производство единицы продукции);	$t = \frac{T}{Q}$
T – численность работников; F – фонд заработной платы (F= зT);	з – средняя заработная плата одного работника;	$з = \frac{F}{T}$
f ₀ Ф – объем валовой или товарной продукции в денежном выражении;	f ₀ - фондоотдача;	$f_0 = \frac{Q}{\Phi}$
yS – валовой сбор; wT – объем продукции в денежном выражении.	y – урожайность; w – выработка одного работника.	$w = \frac{Q}{T}$ $w = 1/t$

Построение индивидуальных индексов.

Индивидуальные индексы обозначаются буквой i и снабжаются подстрочным знаком индексируемого показателя (например, i_p – индивидуальный индекс цен и т.д.), строятся как обычные относительные величины:

$$O_{vd} = \frac{отч}{баз} = \frac{1}{0} \quad O_{vплз} = \frac{пл}{баз} = \frac{пл}{0} \quad O_{vвпл} = \frac{отч}{пл} = \frac{1}{пл}$$

$$\frac{1}{0} = \frac{пл}{0} \times \frac{1}{пл} \quad O_{vd} = O_{vплз} \times O_{vвпл}$$

Пример.

- $i_p = p_1/p_0 * 100 = 99\%$

Цена единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным снизилась на 1%;

- $i_{p \text{ плз}} = p_{\text{пл}}/p_0 * 100 = 97\%$

Планировалось снижение цены единицы продукции на 3% или цена единицы продукции в плановом периоде по сравнению с базисным снизилась на 3%;

Пример.

- $i_p \text{ впл} = p_1/p_{\text{пл}} * 100 = 101\%$

Цена единицы продукции в отчетном периоде увеличилась на 1% или план по цене единицы продукции перевыполнили на 1%;

- $i_t = t_1/t_0 * 100 = 102\%$

Трудоемкость единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась на 2%;

- $i_{1/t} = t_0/t_1 * 100 = 102\%$

Выработка единицы продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным увеличилась на 2%.

На основе индексов можно определить абсолютные изменения тех или иных показателей. Для этого нужно из числителя индекса вычесть его знаменатель.

$$I_z = z_1/z_0 * 100 \rightarrow z_1 - z_0 = \pm 1000$$

Заработная плата одного работника увеличилась (+) или уменьшилась (-) на 1000 в отчетном периоде по сравнению с базисным, либо абсолютное изменение заработной платы работника в отчетном периоде по сравнению с базисным составило 1000.

На основании индекса заработной платы планового задания:

$$Z_{пл} - Z_0 = +2500$$

Планировалось абсолютное увеличение заработной платы одного работника на 2500.

Построение сводных индексов.

- **Сводный индекс** характеризует соотношение уровней сложного явления, состоящего из нескольких различных видов, не поддающихся непосредственному суммированию единиц.
- Сводные индексы, каждый из которых отражает соотношение уровней отдельной группы единиц, называются **групповыми**.
- **Общий** – это сводный индекс, охватывающий все группы.

Сводные индексы разделяются в зависимости от метода расчёта. В каждом индексе различают ***индексное число***, т. е. результат полученного соотношения, и ***индексное отношение***, показывающее методику расчета индекса.

Сводные индексы

↙
агрегатные

↘
средние

Агрегатные индексы строятся на основании сопоставления общих уровней явления, т. е. это отношение суммы отчётных значений индексированного признака, взвешенного на соответствующее значение, к сумме базисных значений признака.

Построение агрегатных индексов сопоставимых объемных показателей.

- Сводится к построению обычных относительных величин.

$$I_F = \frac{F_1}{F_0} = \frac{\sum z_1 T_1}{\sum z_0 T_0} = 105\%$$

- Вывод: Фонд заработной платы всех работников в отчётном году по сравнению с базисным увеличился на 5%.

Пример: Определить изменение стоимости реализации продукции в отчетном периоде по сравнению с базисным по всем видам продукции.

Вид продукции	Количество		Цена за одну единицу		P_0Q_0	P_1Q_1
	База Q_0	Отчет Q_1	База P_0	Отчет P_1		
А	1000	1200	30	25	30000	30000
Б	300	200	40	40	12000	8000
Всего	1300	1400			42000	38000

$$I_{PQ} = \frac{\sum P_1Q_1}{\sum P_0Q_0} = \frac{38000}{42000} = 90,5\%$$

Вывод: стоимость реализации продукции в отчётном периоде уменьшилась по сравнению с базисным на 9,5%

$$\sum P_1Q_1 - \sum P_0Q_0 = 38000 - 42000 = -4000 \text{ (экономия)}$$

Вывод: В отчётном периоде реализация снизилась на 4000р. По сравнению с базисным.

Построение сводных индексов несоизмеримых объемных показателей и качественных показателей.

Построение несоизмеримых индексов и называют ***индексами***.

Построение этих индексов требует использования особенностей индексного метода.

- 1) Изменение изучаемого явления неразрывно связано с другими явлениями. При этом показатели-сомножители играют роль весов.
- 2) Устранение влияния весов осуществляется путём их фиксирования в числителе и знаменателе на одном и том же уровне.

При построении агрегатных индексов качественных показателей
 количественные фиксируются в индексе динамики на уровне
 отчёта, в индексе планового задания на уровне плана.

$$p, z, t, z \quad \square \quad \left(\begin{array}{c} \Phi, \\ Q, \\ T \end{array} \right) \text{const}$$

Пример:

$$1) \quad I_{PQ} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} = 104\%$$

- Вывод: Розничный товароборот в отчётном году увеличился на 4% в результате изменения цены единицы продукции.

$$2) \quad I_{PQ} = \frac{\sum P_{пл} Q_{пл}}{\sum P_0 Q_{пл}} = 98\%$$

- Вывод: Запланировано снижение розничного товароборота на 2% в результате изменения цены.

Пример:

$$3) \quad I = \frac{\sum z_1 Q_1}{\sum z_{пл} Q_1} = 80\%$$

Вывод: В отчётном году по сравнению с планом себестоимость продукции была снижена на 20% в результате снижения себестоимости единицы продукции.

$$4) \quad I_t = \frac{\sum t_1 Q_1}{\sum t_0 Q_1} = 99\%$$

Вывод: Трудоёмкость снизилась на 1% в отчётном году по сравнению с базой в результате изменения трудоёмкости на единицу продукции.

Пример:

5)

$$I_{\frac{1}{t}} = \frac{\sum t_0 Q_1}{\sum t_1 Q_1} = 102\%$$

Вывод: Общая выработка в отчётном году по сравнению с базой увеличилась на 2% в результате изменения трудоёмкости на единицу продукции.

Абсолютное изменение показателя можно определить, если вычесть знаменатель из числителя.

$$\sum t_0 Q_1 - \sum t_1 Q_1 = 10 \quad \text{тыс. руб.}$$

Вывод: Абсолютное изменение выпущенной продукции увеличилось на 10 тыс. рублей в результате изменения трудоёмкости.

При построении агрегатных индексов объёмных показателей возникает проблема взвешивания, которая решается путём умножения объёмных показателей на соответствующие качественные.

При этом качественные показатели фиксируются в индексах динамики на уровне базиса, в индексах выполнения плана на уровне плана.

$$\Phi, Q, T \quad \square \quad \left(\begin{array}{c} p, z, \\ t, z \end{array} \right) \text{ const}$$

Пример:

$$1) \quad I_{PQ} = \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0} = 105\%$$

Вывод: Объём по всем видам продукции увеличился на 5% в отчётном году по сравнению с базисным в результате изменения объёма продукции по каждому виду.

Агрегатные индексы объемных и качественных показателей строятся для неоднородной совокупности, т. е. совокупно представленной различными видами продукции и имеющими разную потребительскую стоимость.

$$I_{PQ} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_{пл} Q_{пл}} = \sum P_1 Q_1 - \sum P_{пл} Q_{пл} = 1 \text{ млн.}$$

Абсолютное увеличение товарооборота в отчётном периоде по сравнению с планом составило 1 млн. рублей в результате изменения цены единицы продукции и объёма по каждому виду продукции.

$$\frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_0} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} * \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum P_0 Q_0}$$

Преобразование агрегатного индекса в средний из индивидуальных

- Преобразование агрегатного индекса в средний осуществляется путём подстановки в числитель или знаменатель вместо индексируемого показателя показатель, полученный из индивидуального индекса. Критерием правильности построения среднего индекса является его равенство агрегатному индексу.
- Если подстановка производится в числитель агрегатного индекса, то полученный индекс называют **средним арифметическим**, если в знаменатель – **средним гармоническим**.

$$I_{zQ} = \frac{\sum z_1 Q_1}{\sum z_0 Q_1} \quad i_z = \frac{z_1}{z_0} \Rightarrow z_1 = i_z z_0 \quad z_0 = \frac{z_1}{i_z}$$

$$I_{zQ} = \frac{\sum i_z z_0 Q_1}{\sum z_0 Q_1}$$

средняя арифметическая

$$I_{zQ} = \frac{\sum z_1 Q_1}{\sum \frac{z_1}{i_z} Q_1}$$

средняя гармоническая

Индексы средних величин.

Индексы средних величин строятся для однородных совокупности, т. е. для совокупности предприятий, выпускающих один вид продукции.

Поэтому индексы средних величин характеризуют изменение средней цены по группам предприятий (кроме цены может быть средняя себестоимость, средняя трудоёмкость и т. д.).

Агрегатный индекс цены динамики характеризует среднее изменение цены по всем видам продукции.

В ***индексах средних величин*** максимизируется изменение средней цены по группам предприятий.

$$\bar{x}_{\text{сзв}} = \frac{\sum x * f}{\sum f} \quad \bar{P} = \frac{\sum P * Q}{\sum Q} \quad \frac{Q}{\sum Q} = dQ$$

- **Доля** – это удельный вес продукции, производимой на каждом предприятии, в общем объеме продукции на всех предприятиях.

$$I_{\bar{P}} = \frac{\bar{P}_1}{\bar{P}_0} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum Q_0} \div \frac{\sum P_0 Q_0}{\sum Q_0} = \frac{\sum P_1 dQ_1}{\sum P_0 dQ_0}$$

- Правила построения индексов распространяются и на индексы средних величин.

$$I_{\bar{P} \text{ фикс. состава}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum Q_1} \div \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum Q_1} = \frac{\sum P_1 dQ_1}{\sum P_0 dQ_1}$$

- Полученный индекс называется **индексом средней цены фиксированного состава**.
- **Средний индекс фиксированного** состава характеризует изменение средней величины показателя по совокупности предприятий в результате изменения качественного показателя на каждом предприятии.

- Полученный индекс – **индекс средней величины структурных сдвигов**. Он характеризует изменение средней величины показателя по группам предприятий в общем объёме выпущенной продукции.

$$I_{\bar{P}_{стр.сдвигов}} = \frac{\sum P_0 Q_1}{\sum Q_1} \div \frac{\sum P_0 Q_0}{\sum Q_0} = \frac{\sum P_0 dQ_1}{\sum P_0 dQ_0}$$

- Полученный индекс – **индекс переменного состава**.

$$I_{\bar{P}_{перем.состава}} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum Q_1} \div \frac{\sum P_0 Q_0}{\sum Q_0} = \frac{\sum P_1 dQ_1}{\sum P_0 dQ_0}$$

$$I_{\bar{P}_{перем.сост}} = I_{\bar{P}_{ф.с.}} * I_{\bar{P}_{стр.сдв.}}$$

- Пример:

$$I_{\bar{z}n.c.} = \frac{\sum z_1 dQ_1}{\sum z_0 dQ_0} = 98\%$$

- Вывод: Средняя себестоимость по группам предприятий в отчётном году по сравнению с предыдущим годом снизилась на 2% за счёт изменения себестоимости единицы продукции на каждом предприятии и доли продукции, произведённой на каждом предприятии в общем объёме выпущенной продукции.

- Пример:

$$\Delta \bar{z} = \sum z_1 dQ_1 - \sum z_0 dQ_0 = -10 \text{ тыс. рублей}$$

- Вывод: Абсолютная экономия от снижения себестоимости по группам предприятий составила 10 тыс. рублей в результате изменения себестоимости единицы продукции на каждом предприятии и доли продукции, произведённой на каждом предприятии в общем объёме выпущенной продукции.

- Пример:

$$I_{\bar{z}.ф.с.} = \frac{\sum z_1 dQ_1}{\sum z_0 dQ_1} = 101\%$$

- Вывод: Средняя себестоимость по группам предприятий в отчётном году по сравнению с предыдущим годом увеличилась на 1% в результате изменения себестоимости продукции на каждом предприятии.

- Пример:

$$\Delta \bar{z} = \sum z_1 dQ_1 - \sum z_0 dQ_1 = 3 \text{ тыс. рублей}$$

- Вывод: Абсолютный перерасход себестоимости по группам предприятий составил 3 тыс. рублей в результате изменения себестоимости единицы продукции на каждом предприятии.

- Пример:

$$I_{\bar{z}.стр.сдв.} = \frac{\sum z_0 dQ_1}{\sum z_0 dQ_0} = 95\%$$

- Вывод: Средняя себестоимость по группам предприятий в отчётном году по сравнению с предыдущим годом снизилась на 5% в результате изменения доли выпущенной продукции на каждом предприятии в общем объёме выпущенной продукции.

Выявление влияния факторов с помощью индексного метода.

Фиксирование фактора на том или ином уровне для устранения его влияния на результивный фактор зависит от цели анализа и выводов, которые хотят получить.

Теоретически возможно 3 случая:

1. Независимо от последовательности изучения влияния факторов фиксированные факторы берутся на уровне базисного периода.

Изменение $z_{год} = z_{час} * d * D$ среднегодовой заработной платы отчётного периода по сравнению с базисным периодом в результате изменения часовой заработной платы составило:

$$\frac{z_{ч1}}{z_{ч0}} = \frac{z_{ч1} * d_0 * D_0}{z_{ч0} * d_0 * D_0}$$

2. Независимо от последовательности изучения влияния отдельных факторов неизменные факторы фиксируются на уровне отчётного периода.

$$\frac{z_{ч1}}{z_{ч0}} = \frac{z_{ч1} * d_1 * D_1}{z_{ч0} * d_1 * D_0}$$

Первые два случая – это **метод изолированного изучения** влияния факторов. Т. к. все факторы являются взаимосвязанными, правильно применять третий случай.

3. **Метод цепных подстановок.** При этом методе выявление влияния факторов производится с учётом качественных и количественных показателей.

На первом месте модели следует ставить качественные показатели. Увеличение цепи факторов на один фактор каждый раз должно приводить к показателю, имеющему реальный экономический смысл.

$$z_{ч} * d = z_{\partial}$$

$$\underbrace{z_{ч} * d * D}_{z_{ч}} = z_{год}$$

$$\underbrace{z_{ч} * d * D * T}_{z_{год}} = \Phi OT$$

Четырёхфакторная модель

- Можно изучить влияние каждого фактора:

$$I_{\Phi OT} = \frac{\sum z_{c1} * d_1 * D_1 * T_1}{\sum z_{c0} * d_1 * D_1 * T_1}$$

$$I_{\Phi OT} = \frac{\sum z_{c0} * d_1 * D_1 * T_1}{\sum z_{c0} * d_0 * D_1 * T_1}$$

$$I_{\Phi OT} = \frac{\sum z_{c0} * d_0 * D_1 * T_1}{\sum z_{c0} * d_0 * D_0 * T_1}$$

$$I_{\Phi OT} = \frac{\sum z_{c0} * d_0 * D_0 * T_1}{\sum z_{c0} * d_0 * D_0 * T_0}$$

Индексные системы могут применяться и для определения в абсолютном выражении изменения сложного явления за счёт влияния отдельных факторов.

Расчёты, связанные с определением изменения результативного показателя, называют **разложением абсолютного прироста по факторам.**

$$\frac{a_1 b_1 c_1 d_1}{a_0 b_0 c_0 d_0}$$

$$- a$$

$$d$$

$$- b$$

$$D$$

$$- c$$

$$T$$

$$a_1 b_1 c_1 d_1 - a_0 b_0 c_0 d_0 = (a_1 - a_0) b_1 c_1 d_1 + a_0 (b_1 - b_0) c_1 d_1 + a_0 b_0 (c_1 - c_0) d_1 + a_0 b_0 c_0 (d_1 - d_0)$$

Индексы так же, как и относительные величины, могут быть **базисные**, могут быть **цепные**.

- **Индивидуальные индексы просты по построению:**

Базисные:

$$i_{P_{1/0}} = \frac{P_1}{P_0} \qquad i_{P_{2/0}} = \frac{P_2}{P_0}$$

Цепные:

$$i_{P_{1/0}} = \frac{P_1}{P_0} \qquad i_{P_{2/1}} = \frac{P_2}{P_1}$$

Рассмотрим построение базисных и цепных индексов на примере агрегатных индексов цен и физического объёма продукции.

1. Базисные индексы:

$$I_{P1/0} = \frac{\sum P_1 Q_1}{\sum P_0 Q_1} \qquad I_{P2/0} = \frac{\sum P_2 Q_2}{\sum P_0 Q_2}$$

Индекс цен с переменным составом называется индексом Паше.

$$I_{P1/0} = \frac{\sum P_1 Q_0}{\sum P_0 Q_0} \qquad I_{P2/0} = \frac{\sum P_2 Q_0}{\sum P_0 Q_0} - \text{индекс Ласпейреса}$$

2. Цепные индексы:

$$I_{P2/0} = \frac{\sum P_2 Q_2}{\sum P_1 Q_1} - \text{Паше} \qquad I_{P2/0} = \frac{\sum P_2 Q_1}{\sum P_1 Q_1} - \text{Ласпейреса}$$

Пример: Имеются следующие данные

Завод	Себестоимость единицы продукции		Выпуск, шт.	
	2001 z_0	2002 z_1	2001 Q_0	2002 Q_1
1	250	220	12	15
2	300	300	8	10
			20	25

Определить изменение общих затрат на производство всей продукции в результате влияния изменения физического объёма и цен.

$$I = \frac{\sum z_1 dQ_1}{\sum z_0 dQ_1} = \frac{220 * 0,6 + 300 * 0,4}{250 * 0,6 + 300 * 0,4} = 0,93$$

Вывод: Средняя себестоимость по двум предприятиям уменьшилась на 7% в результате изменения себестоимости единицы продукции на каждом предприятии.

$$I = \frac{\sum z_0 dQ_1}{\sum z_0 dQ_0} = \frac{250 * 0,6 + 300 * 0,4}{300 * 0,4 + 250 * 0,6} = 1$$

- Вывод: Средняя себестоимость по двум предприятиям осталась без изменения в результате изменения доли выпускаемой продукции на каждом предприятии в общем объёме.

$$I = \frac{\sum z_1 dQ_1}{\sum z_0 dQ_0} = \frac{220 * 0,6 + 300 * 0,4}{300 * 0,4 + 250 * 0,6} = 0,93$$

- Вывод: Средняя себестоимость по двум предприятиям уменьшилась на 7% в результате изменения себестоимости единицы продукции на каждом предприятии и в результате изменения доли выпускаемой продукции на каждом предприятии в общем объёме.