Комбинаторика

Комбинаторика

Комбинаторика – раздел математики, изучающий количества комбинаций, подчиненных определенным условиям, которые можно составить из элементов, безразлично какой природы, заданного конечного множества.

Комбинации элементов множества могут быть выполнены путем:

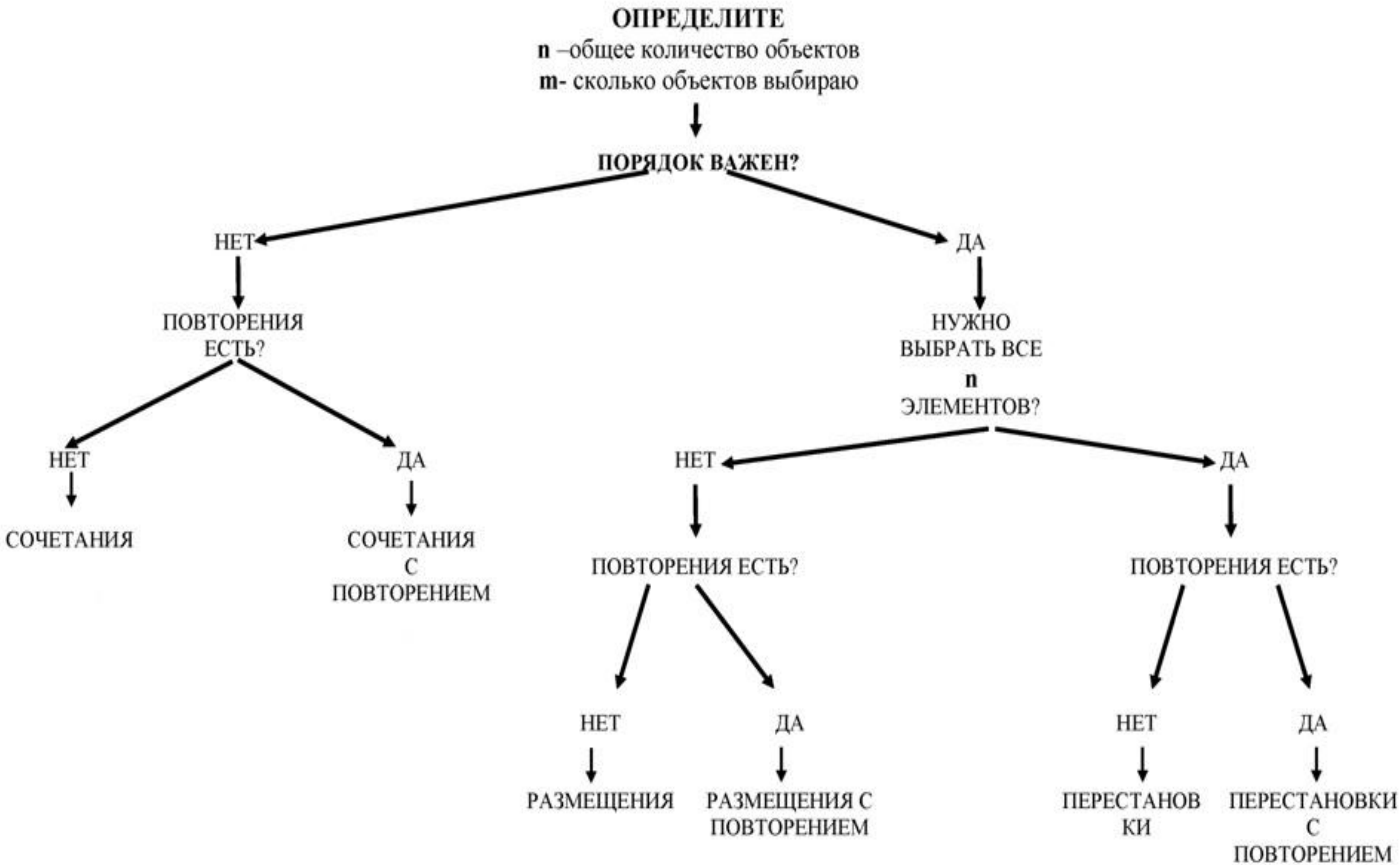
1) перестановок;

2) размещений;

3) сочетаний.

Комбинации могут быть без повторений (в основном) и с повторениями (оговаривается отдельно).

ВЫБОР ФОРМУЛЫ КОМБИНАТОРИКИ



Комбинаторика

Пусть имеется n различных объектов. Будем переставлять их всеми возможными способами (число объектов остается неизменными, меняется только их порядок). Получившиеся комбинации называются **перестановками**, а их число равно:

$$\mathbf{P_n = n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot (n-1) \cdot n}$$

Символ n! называется факториалом и обозначает произведение всех целых чисел от 1 до n. По определению, считают, что 0!=1,1!=1.

Перестановками **называют комбинации, состоящие из одних и тех же n различных элементов и отличающиеся только порядком их расположения.**

Комбинаторика

Задача 1. К кассе кинотеатра подходит 4 человека. Сколько существует различных вариантов установки их в очередь друг за другом?

Задача 2**.** Найти количество перестановок букв слова **оливин**.

Комбинаторика

Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов и переставлять всеми возможными способами между собой (то есть меняется и состав выбранных объектов, и их порядок). Получившиеся комбинации называются **размещениями** из n объектов по m, а их число равно:

$$A^m_n=n\cdot(n-1)\cdot\ldots\cdot(n-m+1)=n!/(n-m)!$$

Размещениями **называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются либо составом элементов, либо их порядком.**

Комбинаторика

Задача 3. Расписание одного дня состоит из *5 уроков.* Уроки в течение дня не повторяются. *Определить число вариантов* расписания при выборе из *11 дисциплин.*

Задача 4**.** Шифр сейфа состоит только из *6 цифр, которые должны набираться* последовательно и могут повторяться*. Чему в этом случае равно общее число* всех возможных комбинаций шифра*?*

Комбинаторика

Пусть имеется n различных объектов. Будем выбирать из них m объектов всеми возможными способами (то есть меняется состав выбранных объектов, но порядок не важен). Получившиеся комбинации называются **сочетаниями** из n объектов по m, а их число равно:

$$C^m_n = n!/(n-m)! \cdot m!$$

Сочетаниями **называют комбинации, составленные из n различных элементов по m элементов, которые отличаются хотя бы одним элементом.**

Сочетаний всегда меньше чем размещений (так как при размещениях порядок важен, а для сочетаний - нет), причем именно в m! раз, то есть верна формула связи:

$$A^m_n = C^m_n \cdot P_m$$

Комбинаторика

Задача 5. Сколькими способам можно вывезти со склада *10 ящиков на двух* автомашинах*, если на каждую автомашину грузят по 5 ящиков?*

Задача 6. В почтовом отделении продаются открытки *10 видов. Сколькими* способами можно купить *12 открыток для поздравлений?*

Комбинаторика

Формулы комбинаторики:

1) Перемещения $P_n=n!$
2) Перемещения с повторениями $P_n(m_1,m_2,\ldots m_k)=n!/(m_1!m_2!\ldots m_k!)$
3) Размещения $A^m_n=n!/(n-m)!$
4) Размещения с повторениями $A^m_n=n^m$
5) Сочетания $C^m_n=n!/m!\cdot(n-m)!$
6) Сочетания с повторениями $C^m_{n+m-1}=(n+m-1)!/m!\cdot(n-1)!$

Комбинаторика

<u>**При решении задач комбинаторики используют следующие правила:**</u>

1) Правило суммы. Если некоторый объект А может быть выбран из совокупности объектов m способами, а другой объект В может быть выбран n способами, то выбрать либо А, либо В можно m + n способами.

2) Правило произведения. Если объект А можно выбрать из совокупности объектов m способами и после каждого такого выбора объект В можно выбрать n способами, то пара объектов (А, В) в указанном порядке может быть выбрана m*n способами.