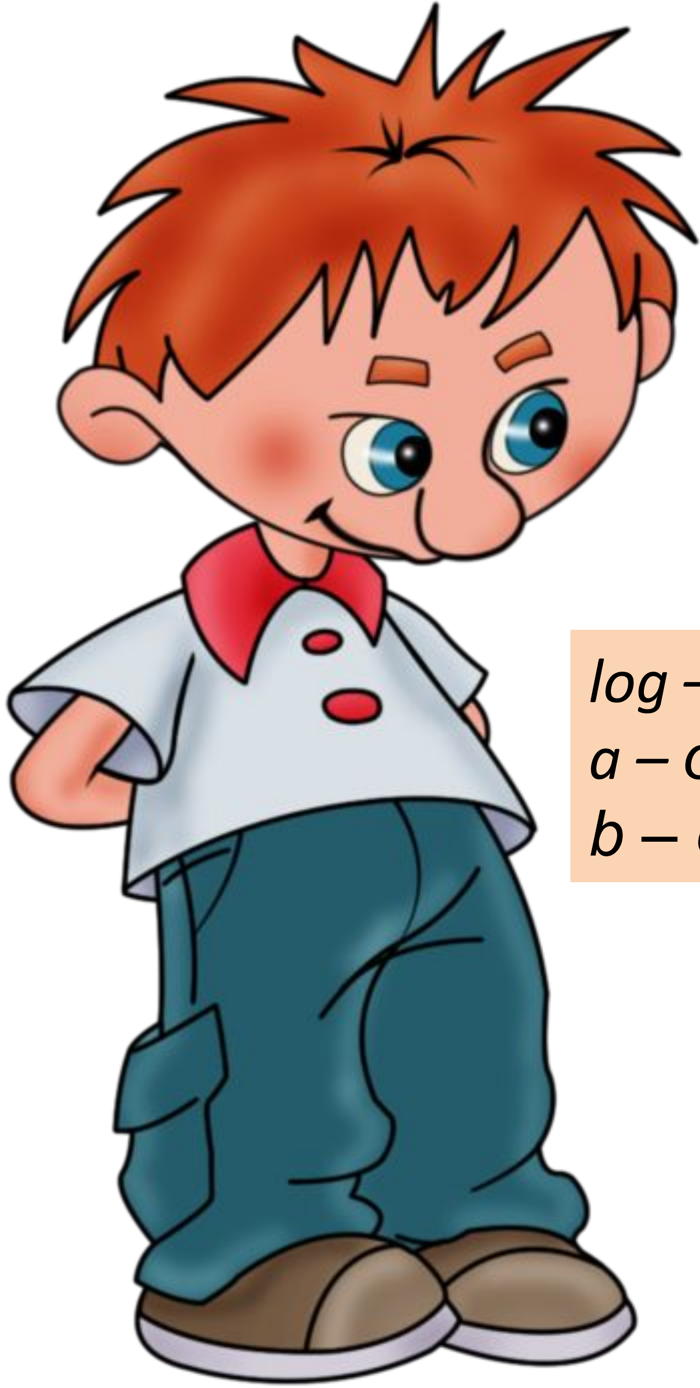

Урок № 4

ПОВТОРЕНИЕ

Выражения с логарифмами

$$\log_a b$$

log – знак логарифма,
a – основание логарифма,
b – выражение под логарифмом

И не пытайся понять мою душу:
там такие, сударь ты мой, логарифмы!

Авессалом Подводный. Отдельные мысли

Теория

ОПРЕДЕЛЕНИЕ

$$\log_a b = x, \quad a^x = b$$

$$b > 0 \quad a > 0 \quad a \neq 1$$

ОСНОВНОЕ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЕ ТОЖДЕСТВО

$$a^{\log_a b} = b$$

ДЕСЯТИЧНЫЕ И НАТУРАЛЬНЫЕ ЛОГАРИФМЫ

$$\log_{10} b = \lg b \qquad \log_e b = \ln b$$

СВОЙСТВА ЛОГАРИФМОВ

1) $\log_a 1 = 0$

2) $\log_a a = 1$

3) $\log_a b + \log_a c = \log_a (bc)$

4) $\log_a b - \log_a c = \log_a \dfrac{b}{c}$

5) $\log_a b^r = r \cdot \log_a b$

6) $\log_{a^k} b = \dfrac{1}{k} \cdot \log_a b$

7) $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

8) $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a}$

$$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$$

$\log_4 16 =$ x

Устно

$\log_5 625.$

$4^x = 16$

$\log_2 32.$

Логарифмом положительного числа *b* по основанию *a*, где

$a > 0 \quad a \neq 1$

называется **показатель степени** в которую нужно возвести *a*, чтобы получить *b*.

$$(\log_2 16)\cdot(\log_6 36).$$

$$(\log_9 81)\cdot(\log_2 64).$$

$$(\log_3 243)\cdot(\log_8 512).$$

Устно

$7 \cdot 5^{\log_5 4}$.

$6 \cdot 7^{\log_7 2}$.

$$a^{\log_a b} = b$$

$\dfrac{24}{3^{\log_3 2}}$.

$9 \cdot 10^{\log_{10} 3}$.

$\dfrac{65}{9^{\log_9 5}}$.

$\dfrac{60}{4^{\log_4 10}}$.

Устн
о

$$\log_a 1 = 0$$

$$a^0 = 1$$

логарифм единицы равен нулю

$$\log_a a = 1$$

$$a^1 = a$$

логарифм *а* по основанию *а* равен единице

$$\log_6 1 =$$

$$\log_{1/2} \frac{1}{2} =$$

$$\log_{\sqrt{3}} \sqrt{3} =$$

$$\log_{2,4} 1 =$$

Устно

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

логарифм произведения положительных множителей **равен сумме логарифмов** этих множителей

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

логарифм частного положительных числителя и знаменателя **равен разности** логарифма числителя и логарифма знаменателя

Устно

Вычислите

$$\log_3 8{,}1 + \log_3 10.$$

$$\log_{0,3} 10 - \log_{0,3} 3.$$

$$\log_2 12{,}8 + \log_2 10.$$

$$\log_5 60 - \log_5 12.$$

Устн
о

Предложите,
как лучше запомнить данные две формулы?

$$\log_a b^r = r \cdot \log_a b$$

логарифм степени
равен произведению
показателя степени
на логарифм основания

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \cdot \log_a b$$

Устно

$6\log_7 \sqrt[3]{7}$.

$\log_4 8$.

$\log_{\sqrt[6]{13}} 13$.

$\log_{\frac{1}{18}} \sqrt{18}$.

$\log_{\sqrt[3]{14}} 14$.

$\log_{\frac{1}{13}} \sqrt{13}$.

$75\log_{11} \sqrt[5]{11}$.

$8^{2\log_8 3}$.

$36^{\log_6 5}$

$5^{\log_{25} 49}$.

$\dfrac{\log_8 \sqrt[25]{5}}{\log_8 5}$.

$\dfrac{\log_3 25}{\log_3 5}$.

$\dfrac{\log_3 7}{\log_{27} 7}$.

Формулы приведения к новому основанию

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Очень часто появляется необходимость **поменять местами *a* и *b*** основание и выражение под логарифмом

Устно

$\log_7 9 \cdot \log_9 49$.

$\log_{0,8} 3 \cdot \log_3 1,25$.

$\log_5 9 \cdot \log_3 25$.

$\left(2^{\log_5 3}\right)^{\log_3 5}$.

$\dfrac{\log_9 10}{\log_9 11} + \log_{11} 0,1$.

$\dfrac{\log_8 20}{\log_8 5} + \log_5 0,05$.

Письменно

В классе нечётные номера, дома – чётные.

1 $\log_{0,25} 2$.

6 $\log^2_{\sqrt{7}} 49$.

2 $\log_{0,2} 125$.

7 $\log^2_{\sqrt{11}} 121$.

3 $\log_5 0,2 + \log_{0,5} 4$.

4 $\log_4 \log_5 25$.

8 $5^{3+\log_5 2}$.

5 $\log_3 \log_7 343$.

9 $6^{2+\log_6 8}$.

Письменно

10 $64^{\log_8 \sqrt{3}}$.

11 $25^{\log_5 \sqrt{6}}$.

12 $\left(3^{\log_3 5}\right)^{\log_5 7}$.

13 $\left(2^{\log_7 5}\right)^{\log_2 7}$.

14 $\log_{11} 24{,}2 + \log_{11} 5$.

15 $\log_6 270 - \log_6 7{,}5$.

16 $\dfrac{9^{\log_5 50}}{9^{\log_5 2}}$.

17 $\dfrac{6^{\log_{12} 432}}{6^{\log_{12} 3}}$.

18 $\dfrac{\log_3 18}{2 + \log_3 2}$.

19 $\dfrac{\log_6 180}{2 + \log_6 5}$.

Письменно

20 $(1-\log_6 54)(1-\log_9 54)$.

21 $(1-\log_8 72)(1-\log_9 72)$.

Дополнительная

18. Найдите все a, при каждом из которых уравнение $\dfrac{2a^2-(x+3)a-x^2+3x}{x^2-9}=0$ имеет ровно один корень.

Домашнее задание № 4

В классе нечётные номера, дома – чётные.

18. Найдите все a, при каждом из которых уравнение $\dfrac{2a^2-(x+3)a-x^2+3x}{x^2-9}=0$ имеет ровно один корень.

$$\frac{-x^2+3x-ax+2a^2-3a}{(x-3)(x+3)}=0$$

$$\frac{-x^2+x(3-a)+(2a^2-3a)}{(x-3)(x+3)}=0$$

Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель нулю не равен.

$$-x^2+x(3-a)+(2a^2-3a)=0 \qquad (x-3)(x+3)\neq 0$$

Уравнение будет иметь **ровно один корень**, если

1) дискриминант квадратного уравнения равен нулю и корни не совпадают с числами 3 и -3;
2) дискриминант положителен и один из корней равен 3 или -3.

1) $\begin{cases} D=(3-a)^2+4(2a^2-3a)=0 \\ -9+3(3-a)+2a^2-3a\neq 0 \\ -9-3(3-a)+2a^2-3a\neq 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} D=(3-a)^2+4(2a^2-3a)>0 \\ -9+3(3-a)+2a^2-3a=0 \\ -9-3(3-a)+2a^2-3a=0 \end{cases}$

1 $\begin{cases} D=(3-a)^2+4(2a^2-3a)=0 \\ -9+3(3-a)+2a^2-3a\neq0 \\ -9-3(3-a)+2a^2-3a\neq0 \end{cases}$

2 $\begin{cases} D=(3-a)^2+4(2a^2-3a)>0 \\ -9+3(3-a)+2a^2-3a=0 \\ -9-3(3-a)+2a^2-3a=0 \end{cases}$

1 $D=(3-a)^2+4(2a^2-3a)=0$

$9-6a+a^2+8a^2-12a=0$

$9a^2-18a+9=0 \quad |:9$

$a^2-2a+1=0$

$(a-1)^2=0$

$a=1$

$-9+3(3-a)+2a^2-3a\neq0$

$2a^2-6a\neq0$

$a\neq0 \qquad a\neq3$

$-9-3(3-a)+2a^2-3a\neq0$

$2a^2\neq18$

$a\neq-3 \qquad a\neq3$

При *a=1 уравнение имеет ровно одно решение.*

2 $D=(3-a)^2+4(2a^2-3a)>0$

$(a-1)^2>0$

$a\neq1$

$-9+3(3-a)+2a^2-3a=0$

$a=0 \qquad a=3$

$-9-3(3-a)+2a^2-3a=0$

$a=-3 \qquad a=3$

При *a=0 и a=-3 уравнение имеет ровно одно решение.*

<u>Ответ:</u> при *a=0, a=1, a=3* исходное уравнение
имеет ровно одно решение.