



Комбінаторика – це  
розділ

математики,

в якому вивчаються

методи розв'язування

комбінаторних задач.

# Види комбінаторних сполук:

- Перестановки;
- Розміщення;
- Комбінації.

Перестановка з  $n$  елементів – це будь-яка впорядкована множина, яка складається з  $n$  елементів .

$$P_n = n! = 1 * 2 * \dots * n$$

Характеристичні ознаки:

1. Предмети різні;
2. Всі місця зайняті;
3. Важливий порядок елементів.

# Приклад 1:

Скількома способами можна розставити на полиці 4 книги?

$$P_4 = 4! = 1 * 2 * 3 * 4 = 24$$

Розміщення з  $n$  елементів по  $k$  елементів – це будь-яка впорядкована підмножина з  $k$  елементів даної множини  $N$ , що містить  $n$  елементів ( $k < n$ ).

$$A_n^k = n(n-1)(n-2)\dots(n-k+1) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

Характеристичні ознаки:

1. Предмети і місця різні;
2. Усі  $k$  місць необхідно зайняти;
3. Важливий порядок елементів.

## Приклад 2:

У шостому класі вивчають 14 предметів. Скількома способами можна скласти розклад занять на вівторок, якщо в цей день тижня має бути 5 різних уроків?

$$A_{14}^5 = 14 * 13 * 12 * 11 * 10 = \frac{14!}{9!} = \frac{9! * 10 * 11 * 12 * 13 * 14}{9!} = 240240$$

Комбінація з  $n$  елементів по  $k$  елементів – це будь-яка підмножина з  $k$  елементів даної множини  $N$ , що містить  $n$  елементів ( $k < n$ ).

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{P_k} = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Характеристичні ознаки:

1. Предмети різні;
2.  $0 \leq k \leq n$ ;
3. Порядок вибору елементів не має значення.



## Приклад 3:

Скількома різними способами можна вибрати з 15 чоловік делегацію в складі 3 чоловік?

$$C_{15}^3 = \frac{15!}{(15-3)!3!} = \frac{12! * 13 * 14 * 15}{12! * 1 * 2 * 3} = 13 * 7 * 5 = 455$$

1. Скількома способами можна виготовити триколірний прапор з горизонтальними смугами, якщо є тканини з 5 кольорів?
2. Група учнів складається з 14 чоловік. Скількома способами можна виділити двох учнів для чергування?
3. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи букви в слові "точка".
4. Скільки різних прямих можна провести через 10 точок площини, з яких жодні три не лежать на одній прямій?
5. Скільки натуральних чотирицифрових числа можна утворити з цифр 0;1;2;3, не повторюючи їх?
6. В класі 35 учнів. Вони обмінялися один з одним фотографіями. Скільки всього фотокарток було роздано?

1. Скількома способами можна виготовити триколірний прапор з горизонтальними смугами, якщо є тканини з 5 кольорів?

$$A_5^3 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{2! * 3 * 4 * 5}{2!} = 60$$

2. Група учнів складається з 14 чоловік. Скількома способами можна виділити двох учнів для чергування?

$$C_{14}^2 = \frac{14!}{(14-2)!2!} = \frac{12! * 13 * 14}{12! * 1 * 2} = 13 * 7 = 91$$

3. Скільки різних слів можна утворити, переставляючи букви в слові "точка"?

$$P_5 = 5! = 1 * 2 * 3 * 4 * 5 = 120$$

4. Скільки різних прямих можна провести через 10 точок площини, з яких жодні три не лежать на одній прямій?

$$C_{10}^2 = \frac{10!}{(10-2)!2!} = \frac{8! \cdot 9 \cdot 10}{8! \cdot 1 \cdot 2} = 9 \cdot 5 = 45$$

5. Скільки натуральних чотирицифрових числа можна утворити з цифр 0;1;2;3, не повторюючи їх?

$$P_4 - P_3 = 4! - 3! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 - 1 \cdot 2 \cdot 3 = 18$$

6. В класі 35 учнів. Вони обмінялися один з одним фотографіями. Скільки всього фотокарток було роздано?

$$A_{35}^2 = \frac{35!}{33!} = 34 \cdot 35 = 1190$$

# Основні правила комбінаторики

- **Правило суми:**

Якщо об'єкт А може бути вибраний  $m$  способами, а об'єкт В може бути вибраний іншими  $n$  способами, то вибір одного елемента – або А, або В – може бути здійснений  $m+n$  способами.

- В одній вазі лежать 5 яблук, а в другій -8 мандаринів. Скількома способами можна вибрати яблуко або мандарин?
- $N=5+8=13$  способів.

- **Правило добутку:**

Якщо об'єкт А може бути вибраний  $m$  способами і після кожного такого вибору об'єкт В може бути вибраний  $n$  способами, то вибір пари об'єктів А та В в означеному порядку може бути здійснений  $m*n$  способами.

- В магазині є три види ручок і два види олівців. Скільки різних комплектів, які складаються з ручки і олівця, можна придбати в магазині?
- $N=3*2=6$  способів.

1. Скільки різних трицифрових чисел або двоцифрових чисел можна скласти з цифр 1;2;3;4?

$$A_4^3 + A_4^2 = \frac{4!}{1!} + \frac{4!}{2!} = 1 * 2 * 3 * 4 + \frac{2! * 3 * 4}{1!} = 24 + 12 = 36$$

2. У вазі є 8 яблук і 14 груш. Скількома способами можна вибрати 5 яблук і 9 груш?

$$C_8^5 * C_{14}^9 = \frac{8!}{3!5!} * \frac{14!}{5!9!} = \frac{5! * 6 * 7 * 8 * 9! * 10 * 11 * 12 * 13 * 14}{1 * 2 * 3 * 5! * 9!} = 13453440$$

3. У коробці знаходиться 12 білих і 15 чорних куль. Скількома способами можна вибрати 4 білих і 3 чорних кулі?

$$C_{12}^4 * C_{15}^3 = \frac{12!}{8!4!} * \frac{15!}{12!3!} = 225225$$

4. Скількома способами з колоди 36 карт можна вибрати 5 карт червової масті або 3 дами?

$$C_9^5 + C_4^3 = \frac{9!}{4!5!} * \frac{4!}{1!3!} = 130$$





Вітаю!



Дякую за увагу!