Ықтималдықтар теориясының негіздері

Дәріс жоспары:

1. Сынау мен оқиға ұғымы.Кездейсоқ оқиғалардың негізгі түрлері.
2. Ықтималдықтың классикалық және статистикалық анықтамалары.
3. Ықтималдықтар теориясының негізгі теоремалары.
4. Ықтималдықтар теориясының негізгі формулалары.

Сынау ұғымы

Тәжірибе, эксперимент, құбылысты бақылау сынау деп аталады.

Қандай да бір шарттар жиынтығының жүзеге асуын сынау деп атайды.

Оқиға:

- Қандай-да бір сынаудың нәтижесінде пайда болатын кез-келген факт.
- Белгіленуі: A, B, C, D және с.с.

Оқиға:

- Ақиқат,
- Мүмкін емес,
- Кездейсоқ.

$\overline{A}$

Кездейсоқ оқиғалар:

- Үйлесімді / үйлесімсіз,
- Теңмүмкіндікті / теңмүмкіндікті емес,
- Қарама-қарсы $(A, \overline{A})$,
- Оқиғалардың толық тобын құрады.

Ықтималдықтың классикалық анықтамасы

$$P(A) = \frac{m}{n},$$

Мұндағы m – A оқиғасын тудыруға қолайлы элементар оқиғалар саны,

n – барлық мүмкін элементар оқиғалар саны.

Ықтималдықтың қасиеттері:

- ***Ақиқат оқиғаның ықтималдығы бірге тең.***
- ***Мүмкін емес оқиғаның ықтималдығы нөлге тең.***
- ***Кездейсоқ оқиғаның ықтималдығы нөл мен бірдің аралығында жататын оң сан.***

$$0 < P(A) < 1$$

Кез-келген оқиғаның ықтималдығы:

$$0 \leq P(A) \leq 1$$

Салыстырмалы жиілік:

$$W(A) = \frac{m}{n},$$

мұндағы m-оқиғаның пайда болу саны,

n-сынаулардың жалпы саны.

$$W(A) \rightarrow P(A)$$ *- статистикалық ықтималдық*

$$n \rightarrow \infty$$

Ықтималдықтарды қосу теоремасы

A+B – екі оқиғаның қосындысы

Теорема 1. $$P(A+B)=P(A)+P(B)$$

A және B үйлесімсіз оқиғалар.

Салдар 1.

$$P(A_1+A_2+\dots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\dots+P(A_n).$$

A_1, A_2, …, A_n – өзара үйлесімсіз оқиғалар.

Ықтималдықтарды қосу теоремасы

Теорема 2.

$$P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n) = 1$$

A_1, A_2, …, A_n – оқиғалардың толық тобы.

Теорема 3. $P(A) + P(\overline{A}) = 1$

A, $\overline{\text{A}}$ – қарама-карсы оқиғалар.

$$p + q = 1, \text{ где } P(A) = p,\ P(\overline{A}) = q$$

Ықтималдықтарды көбейту теоремасы

AB – екі оқиғаның көбейтіндісі

$P_A(B)$ **– B оқиғасының шартты ықтималдығы.**

$$\begin{cases} P(AB) = P(A)\cdot P_A(B) \\ P(AB) = P(B)\cdot P_B(A) \end{cases}$$

A және B тәуелді оқиғалар.

Ықтималдықтарды көбейту теоремасы

Теорема 5.

$$P(AB) = P(A) \cdot P(B)$$

А және В тәуелсіз оқиғалар.

Салдар 3.

$$P(A_1, A_2, \ldots A_n) = P(A_1) \cdot P(A_2) \ldots P(A_n)$$

Теорема 6.

$$P(A) = 1 - q_1 q_2 \dots q_n$$

q_1, q_2, … q_n - қарама-қарсы оқиғалар ықтималдығы.

Теорема 7.

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB)$$

А және В үйлесімді оқиғалар.

Толық ықтималдық формуласы

Айталық, А оқиғасы $B_1, B_2, \ldots, B_n$ үйлесімсіз оқиғаларының әйтеуір біреуі пайда болғанда ғана орындалсын.

$$P(A) = \sum_{i=1}^{n} P(B_i) P_{B_i}(A)$$

$B_1, B_2, \ldots, B_n$ - жорамалдар.

Бейес формуласы

Айталық, А оқиғасы $B_1, B_2, \ldots, B_n$ үйлесімсіз оқиғаларының біреуі пайда болғанда ғана орындалды делік

$$P_A(B_i) = \frac{P(B_i)\,P_{B_i}(A)}{\sum_{i=1}^{n} P(B_i)\,P_{B_i}(A)}$$

Қайталамалы тәуелсіз сынаулар

Егер бірнеше сынау жүргізілсе, және әрбір сынауда А оқиғасының пайда болу ықтималдығы басқа сынаулардың нәтижесіне байланысты болмаса, онда мұндай сынаулар ***А оқиғасына қатысты тәуелсіз деп аталады***

$P_n(k)$ **- *n* сынауда оқиғаның *k* рет пайда болу ықтималдығы**

Бернулли формуласы

$$P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$$

$$P_n(k) = \frac{n!}{k!(n-k)!} p^k q^{n-k}$$

n – сынаулар саны,

k – А оқиғасының пайда болу саны,

p – А оқиғасының бір рет сынауда пайда болу ықтималдығы,

q – оқиғаның пайда болмау ықтималдығы

Муавр-Лапластың локальдық формуласы

$$P_n(k) \approx \frac{1}{\sqrt{npq}} \cdot \varphi(x),$$

$$x = (k - np) / \sqrt{npq}$$

$$\varphi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Муавр-Лапластың интегралдық формуласы

$$P_n(k_1,k_2) \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{x'}^{x''} e^{-\frac{z^2}{2}} dz,$$

$$P_n(k_1,k_2) = \Phi(x'') - \Phi(x'),$$

$$x' = (k_1 - np)/\sqrt{npq} \qquad x'' = (k_2 - np)/\sqrt{npq}$$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{0}^{x} e^{-\frac{z^2}{2}} dz$$

Лаплас функциясы

Пуассон формуласы

$$P_n(k) = \frac{\lambda^k \cdot e^{-\lambda}}{k!},$$

мұндағы $\lambda = np$.

Әдебиеттер:

1. И.В. Павлушков и др. Основы высшей математики и математической статистики. (учебник для медицинских и фармацевтических вузов)., М., 2003 г.[219-247]
2. И.И. Баврин, В.Л. Матросов. Высшая математика. М., ВЛАДОС.2002г.[362-371]
3. В.Е. Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. М. Высшая школа. 2001г. [17-22,31-34,37-60]
4. Ю. Морозов. Основы высшей математики для мед. вузов. М., 2000 г.

Назарларыңызға рахмет.