Свойства степеней с натуральным показателем.

Повторяем.

Назовите основание и показатель степени

$$5^3; \qquad 1{,}3^6; \qquad \left(\frac{2}{5}\right)^7; \qquad (-15)^6;$$

$$b^{42}; \qquad (-\grave{a})^7; \qquad (-3\tilde{o})^5; \qquad (a+\tilde{o})^3;$$

$$(a-\grave{o})^2; \qquad \left(-\frac{2}{9}d\right)^{10}.$$

Выполните возведение в степень:

$$5^3; \quad 0{,}3^2; \quad \left(\frac{2}{5}\right)^4; \quad (-1)^8;$$

$$1{,}1^2; \quad -2^4; \quad (-2)^5; \quad \left(-\frac{5}{6}\right)^2;$$

$$\left(1\frac{1}{3}\right)^2; \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^4; \quad (-2)^3 \bullet 8$$

Представьте числа в виде квадрата или куба числа:

$9;\qquad 0{,}36;\qquad \dfrac{1}{25};\qquad 0{,}008;$

$1000;\qquad 64;\qquad -\dfrac{1}{8};\qquad \dfrac{36}{144};$

$2\dfrac{1}{4};\qquad 216;\qquad -\dfrac{8}{125}.$

Вычислите:

$$3^5+4^3;\quad 10^2-3^5;\quad (17-9)^4;\quad (1{,}5+8)^6;$$

$$(-3)^3-1^{19};\quad (-3)^7+6^4;\quad -3^5+6^4;$$

$$(1{,}25-4{,}25)^2;\quad (-5+3)^3;\quad 17{,}7+2\bullet 3^6.$$

Умножение степеней
с одинаковыми основаниями

$$5^2 \bullet 5^4 = \underbrace{5 \bullet 5}_{2\ \text{множ.}} \bullet \underbrace{5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5}_{4\ \text{множ.}} =$$

$$= \underbrace{5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5 \bullet 5}_{2+4\ \text{множителя}} = 5^6$$

Умножение степеней

Для любого числа *а* и произвольных натуральных чисел *m* и *n* верно равенство

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

Правило:

При умножении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а показатели степеней складывают.

Представьте произведение в виде степени:

$y^5 y^3;\quad b^2 b^5;\quad 17^4 \bullet 17^0;\quad 1{,}8^6 \bullet 1{,}8;$

$(-3)^3 \bullet (-3)^9;\quad (-k)^7 (-k)^4;\quad m^5 m m^4;$

$t^2 t t^7 t;\quad 2^3 \bullet 8;\quad \frac{1}{8} \bullet 0{,}125.$

Деление степеней с одинаковыми основаниями

$$3^8 : 3^6 = \frac{\overbrace{\cancel{3\bullet3\bullet3\bullet3\bullet3\bullet3}}^{6\ \textit{множ.}}\bullet3\bullet3}{\underbrace{\cancel{3\bullet3\bullet3\bullet3\bullet3\bullet3}}_{6\ \textit{множ.}}}$$

сократим дробь

$$= \underbrace{3\bullet3}_{8-6\ \textit{множителей}} = 3^2$$

Деление степеней

Для любого числа $a \neq 0$ и произвольных натуральных чисел m и n , таких что $m > n$ верно равенство

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

Правило:

При делении степеней с одинаковыми основаниями основание оставляют прежним, а из показателя степени делимого вычитают показатель степени делителя.

Деление степеней

Степень числа $a \neq 0$ с нулевым показателем равна единице.

$$a^0 = 1$$

Например: $4^0 = 1;\ \left(\frac{4}{7}\right)^0 = 1;\ (-1{,}74)^0 = 1.$

Выражение 0^0 не имеет смысла.

Представьте частное в виде степени:

$$x^6 : x^4; \quad b^{12} : b^{10}; \quad a^4 : a^3; \quad 1{,}8^6 : 1{,}8;$$

$$(-3)^7 : (-3)^2; \quad \frac{(-k)^7}{(-k)^4}; \quad m^5 : \left(mm^4\right);$$

$$\left(t^2 t\right)^3 : \left(t^7 t\right); \quad 2^{14} : 8; \quad \left(\frac{4}{9}\right)^2 : \frac{2}{3}.$$

Рассмотрим степень $(ab)^4$

Назовите основание степени

Назовите показатель степени

$$(ab)^4 = \underbrace{ab \bullet ab \bullet ab \bullet ab}_{4\ \text{множ.}} = \underbrace{(aaaa)}_{4\ \text{множителя}} \bullet \overbrace{(bbbb)}^{4\ \text{множителя}} = a^4 \bullet b^4$$

Для любых чисел а и в и произвольного натурального числа n верно равенство

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

Правило:

Чтобы возвести в степень произведение достаточно возвести в эту степень каждый множитель и результаты перемножить.

Свойство справедливо для степени из произведения трех и более множителей

Свойство справедливо для степеней с нулевым показателем (если основания отличны от нуля)

Замените на ***произведение*** степень:

$$(xy)^4; \quad (abc)^{10}; \quad (10a)^3;$$

$$\left(\frac{1}{2}d\right)^5; \quad (-3p)^2; \quad (-kz)^7;$$

$$(-0{,}5m)^5; \quad \left(-\frac{2}{3}xaz\right)^3.$$

Рассмотрим степень $\left(a^m\right)^n$

Назовите основание степени

Назовите показатель степени

$$\left(a^m\right)^n = \underbrace{a^m \bullet a^m \ldots \bullet a^m}_{n\ \text{раз}} = a^{\overbrace{m+m+\ldots+m}^{n\ \text{раз}}} = a^{m\bullet n}$$

Для любого числа a и произвольных натуральных чисел n и m верно равенство

$$\left(a^m\right)^n = a^{m\bullet n}$$

$$\left(a^{m}\right)^{n}=a^{m\bullet n}$$

Правило:

При возведении степени в степень основание оставляют тем же, а показатели перемножают.

Свойство справедливо для степеней с нулевым показателем (если основания отличны от нуля)

$$\left(120^{0}\right)^{13}=120^{0}=1$$

Выполняя задание по преобразованию выражений, содержащих степени, ученик допустил ошибки:

$$1)\ 3\bullet 3\bullet 3\bullet 3\bullet 3=5^3;$$

$$2)\ \left(-2\right)^2=-2\bullet 2=-\ 4;$$

$$3)\ 8^2=16; \qquad 4)\ 0^0=1;$$

Какие свойства степени не знает ученик?

Выполняя задание по преобразованию выражений, содержащих степени, ученик допустил ошибки:

$$5)\ (3\bullet4)^2=12^2=24;$$

$$6)\ \left((-2)^2\right)^3=-32;$$

$$7)\ 8^1=1; \qquad 8)\ 0^0=1;$$

Какие свойства степени не знает ученик?

Выполняя задание по преобразованию выражений, содержащих степени, ученик допустил ошибки:

9) $3^3 3^7 = 3^{21}$; 10) $5^3 5^7 = 25^{10}$;

11) $2^3 + 2^7 = 2^{10}$; 12) $3^{300} : 3^{100} = 3^3$;

Какие свойства степени не знает ученик?

Выполняя задание по преобразованию выражений, содержащих степени, ученик допустил ошибки:

$13)\ 3^5 3^8 = 3^{40};$

$14)\ 5^2 5^3 = 10^5;$

$15)\ 2^4 + 2^2 = 2^6;$

$16)\ 3^{10} : 3^2 = 3^5;$

Какие свойства степени не знает ученик?

Выполняя задание по преобразованию выражений, содержащих степени, ученик допустил ошибки:

$$17)\ (2a)^5 = 2a^5;$$

$$18)\ (x^2)^3 = x^8;$$

$$19)\ (a)^3(a^2)^4 = (a^2)^7 = a^{14};$$

Какие свойства степени не знает ученик?

При каком значении k верно равенство?

20) $2^2 \bullet 2^k = 2^6$;

21) $5^6 : 5^k = 5^2$;

22) $9^2 3^k = 9^3$;

23) $\left(5^2\right)^k = 625$;

Вычислите

$$24)\ \left(-\frac{1}{5}\right)^{17} : \left(-\frac{1}{5}\right)^{15}; \qquad 25)\ (-2)^{21} : 2^{18};$$

Сравните выражения. Ответ обоснуйте

$$26)\ (2b)^2 \vee 2b^2;$$

Сравните с нулем значение выражения

$$27)\ (-11)^9(-11)^8 \vee 0; \quad 28)\ (-6)^4(-6)^{10} \vee 0;$$

$$29)\ (-14)^{25}:(-14)^8 \vee 0; \quad 30)\ (-3)^{13}:3^5 \vee 0;$$

$$31)\ -x^{20}:(-x)^6 \vee 0; \quad 32)\ -(-a)^2 \vee 0;$$

$$33)\ \left(-(-c)^2\right)^{25} \vee 0; \quad 34)\ -\left(-(-p)^{10}\right)^2 \vee 0.$$

Рефлексия

Я знаю…

Я могу …

Я умею…