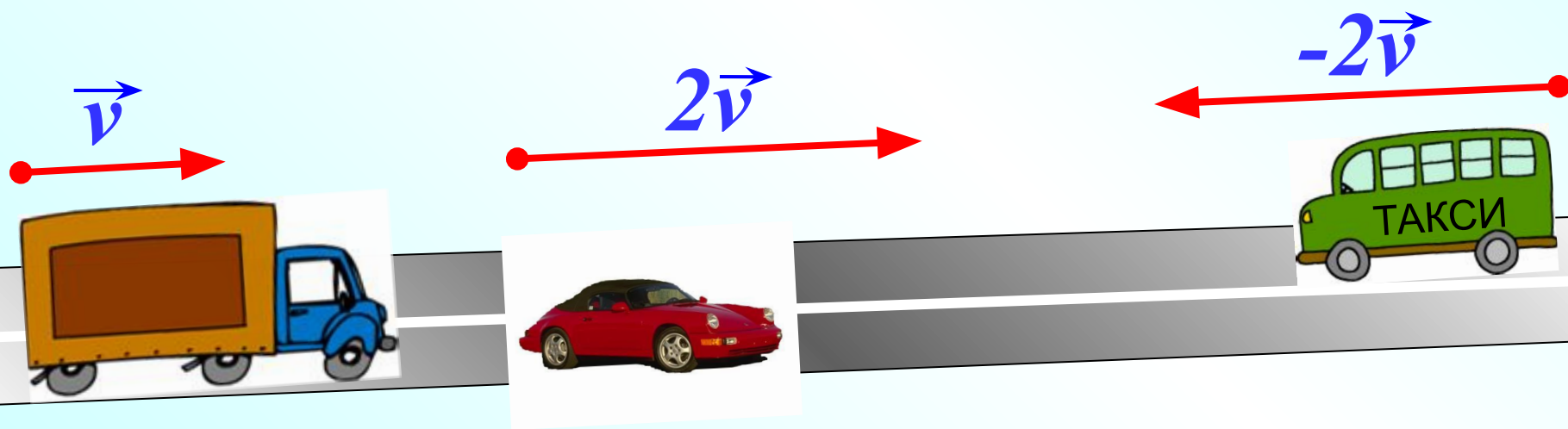


Савченко Е.М., учитель математики,  
МОУ гимназия № , г. Полярные Зори, Мурманской обл.

# *Умножение вектора на число*

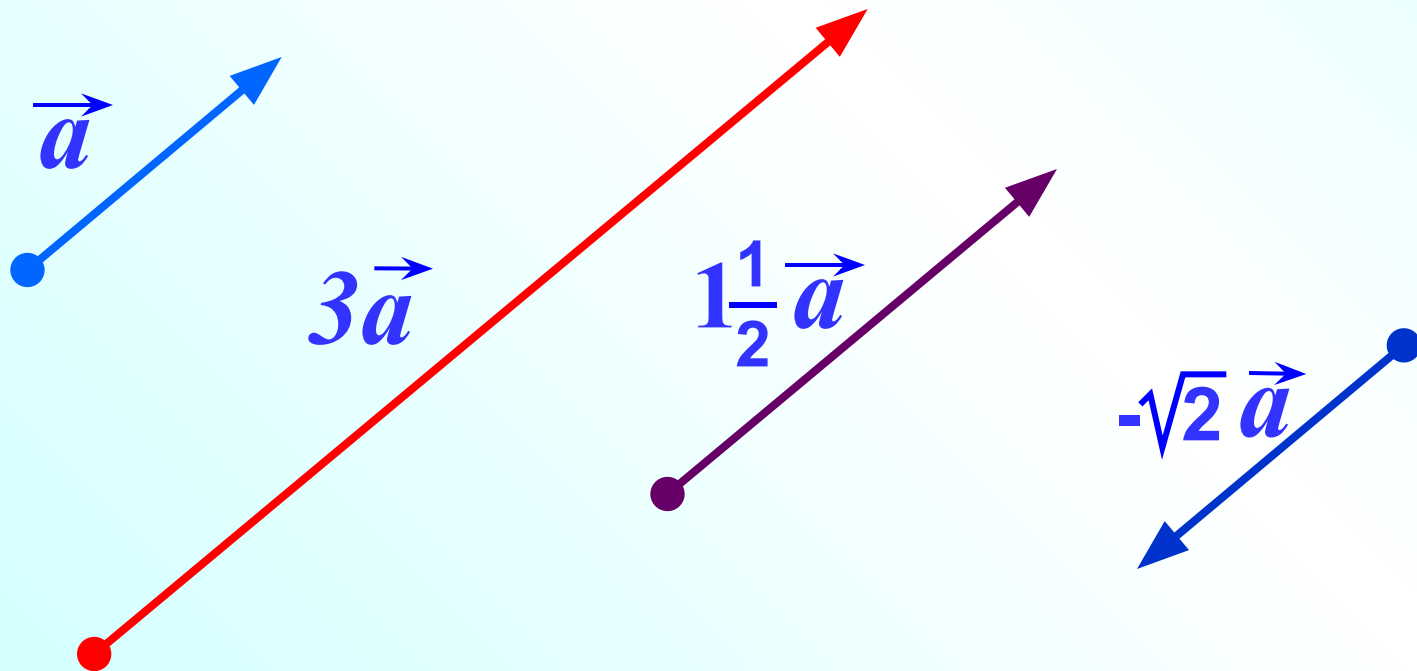
*Л.С. Атанасян "Геометрия 7-9"*

Если же не брать в учёт направление движения вектора, то приближение вектора к нулю, что влечёт за собой изменение скорости, можно наблюдать в векторах, движущихся в противоположных направлениях. В таком случае, как и в первом случае, в векторе  $2\vec{v}$  и в векторе  $-2\vec{v}$  показаны одинаковые скорости, но в противоположных направлениях. В таком случае этот вектор  $2\vec{v}$  и  $-2\vec{v}$  представляет собой вектор, движущийся в противоположном направлении, и величина его скорости такая же, как у второго автомобиля.

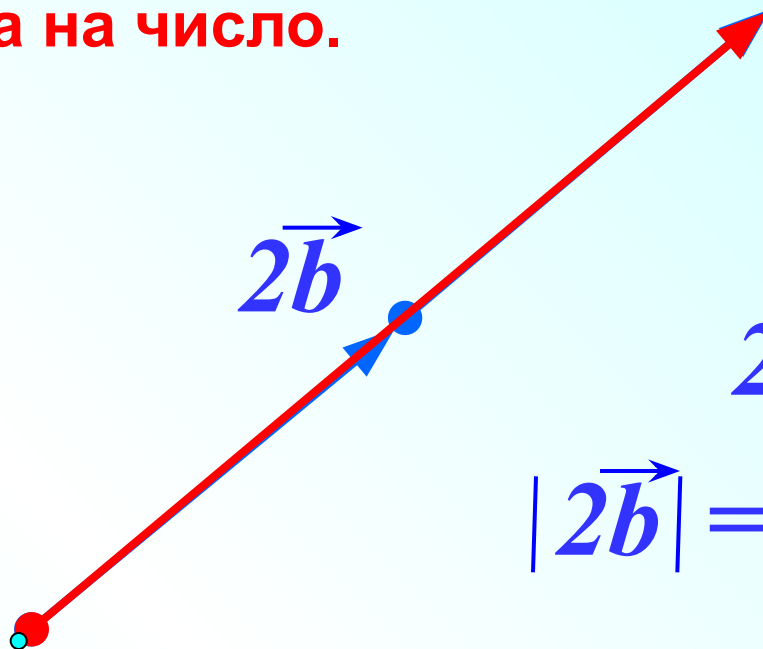
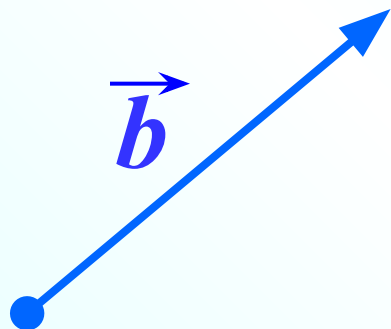


## Умножение вектора на число.

Произведением ненулевого вектора  $\vec{a}$  на число  $k$  называется такой вектор  $\vec{b}$ , длина которого равна  $|k| \cdot |\vec{a}|$ , причем векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  сонаправлены при  $k \geq 0$  и противоположно направлены при  $k < 0$ .



# Умножение вектора на число.



$$2\vec{b} \uparrow\uparrow \vec{b}$$

$$|2\vec{b}| = |2| \cdot |\vec{b}|$$



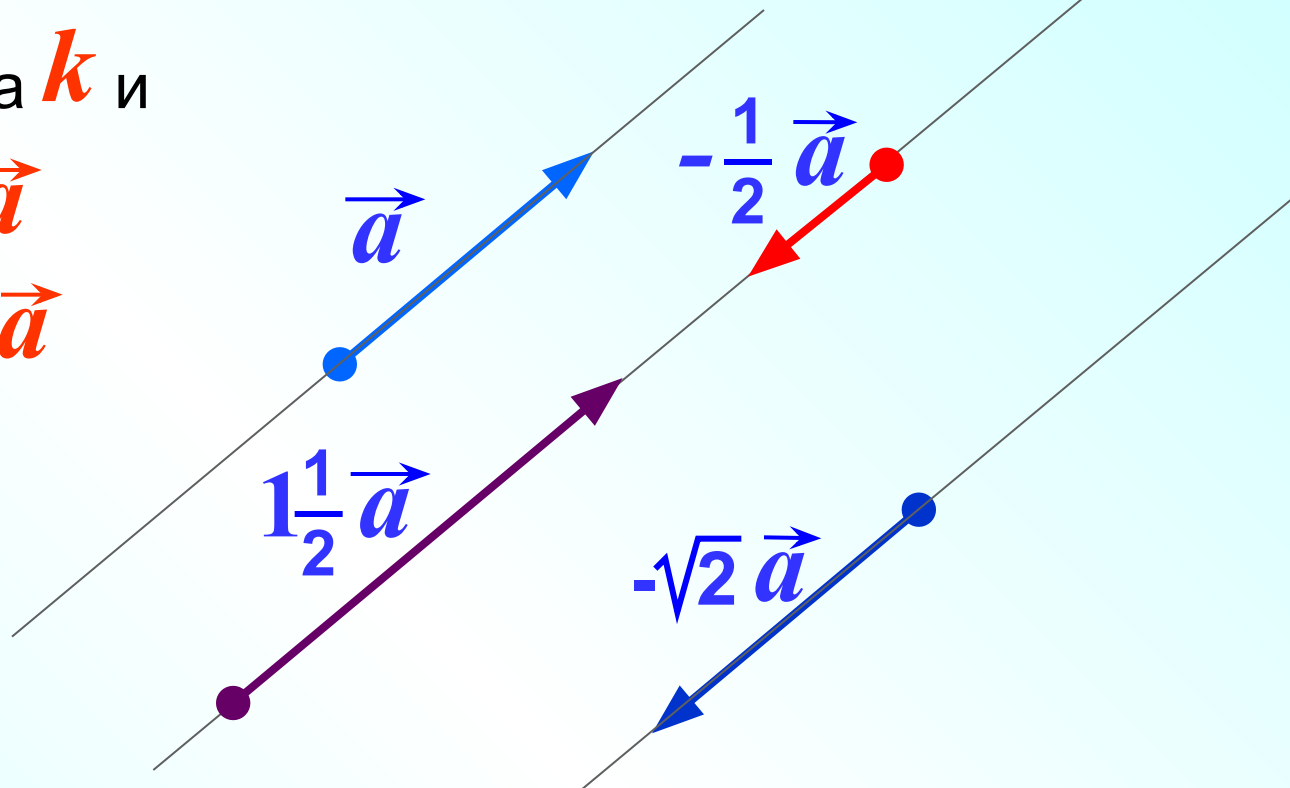
$$-\frac{1}{2}\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{a}$$

$$-\frac{1}{2}\vec{a}$$

$$\left|-\frac{1}{2}\vec{a}\right| = \left|-\frac{1}{2}\right| \cdot |\vec{a}|$$

## Умножение вектора на число.

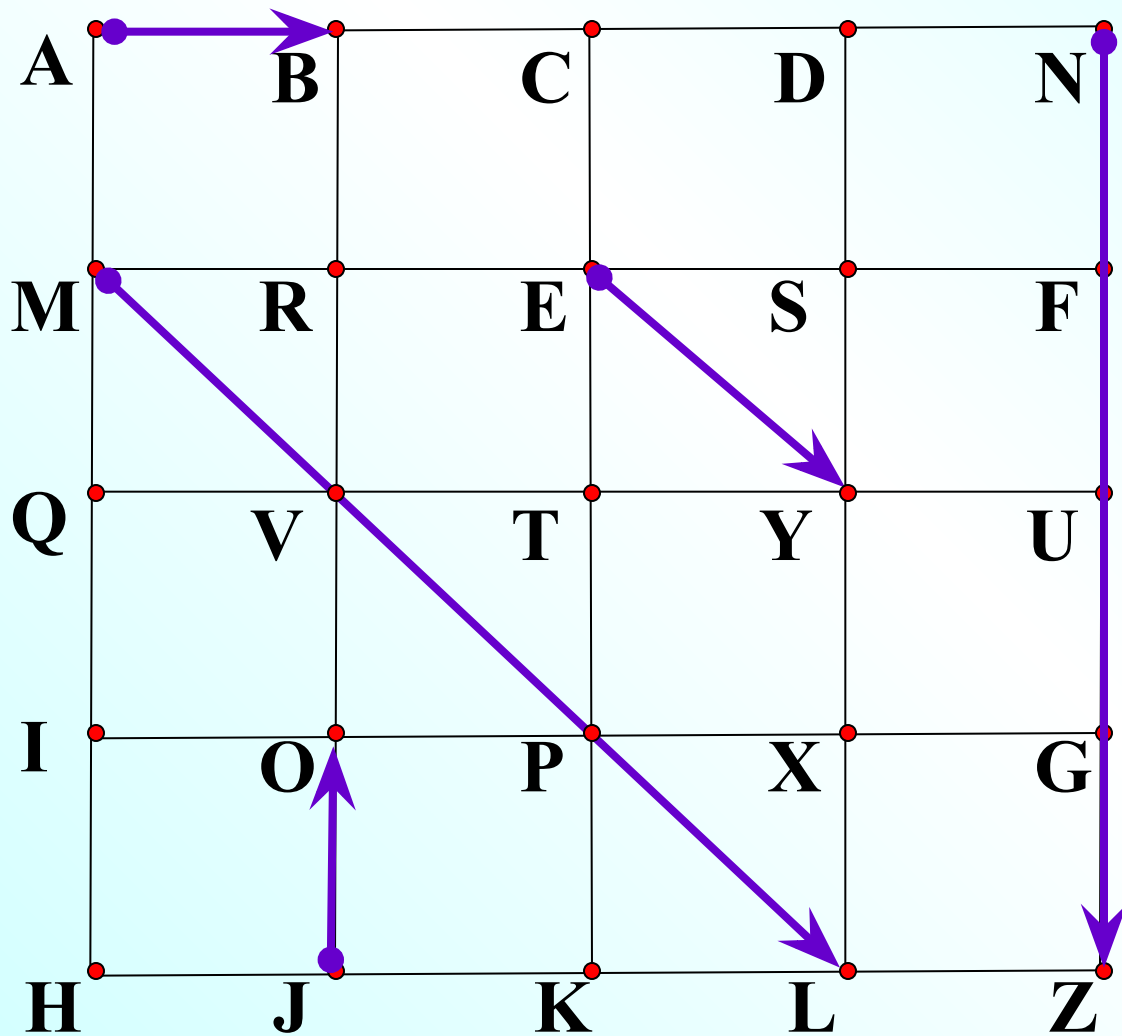
Для любого числа  $k$  и  
любого вектора  $\vec{a}$   
векторы  $\vec{a}$  и  $k\vec{a}$   
коллинеарны.



Произведение нулевого вектора на любое число  
считается нулевым вектор.  $k \cdot \vec{0} = \vec{0}$

Произведение любого вектора на число ноль есть  
нулевой вектор.  $0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$

Назовите вектор, который получится в результате умножения.



$$\vec{JO} \cdot 3$$

$$\frac{1}{3} \vec{ML}$$

$$4 \vec{AB}$$

$$-4 \vec{EY}$$

$$-\frac{3}{4} \vec{NZ}$$

$$\vec{CK} = -4 \cdot \vec{JO}$$

$$\vec{JO} = -\frac{1}{4} \cdot \vec{CK}$$

$$\vec{XD} = -\frac{3}{4} \cdot \vec{CK}$$

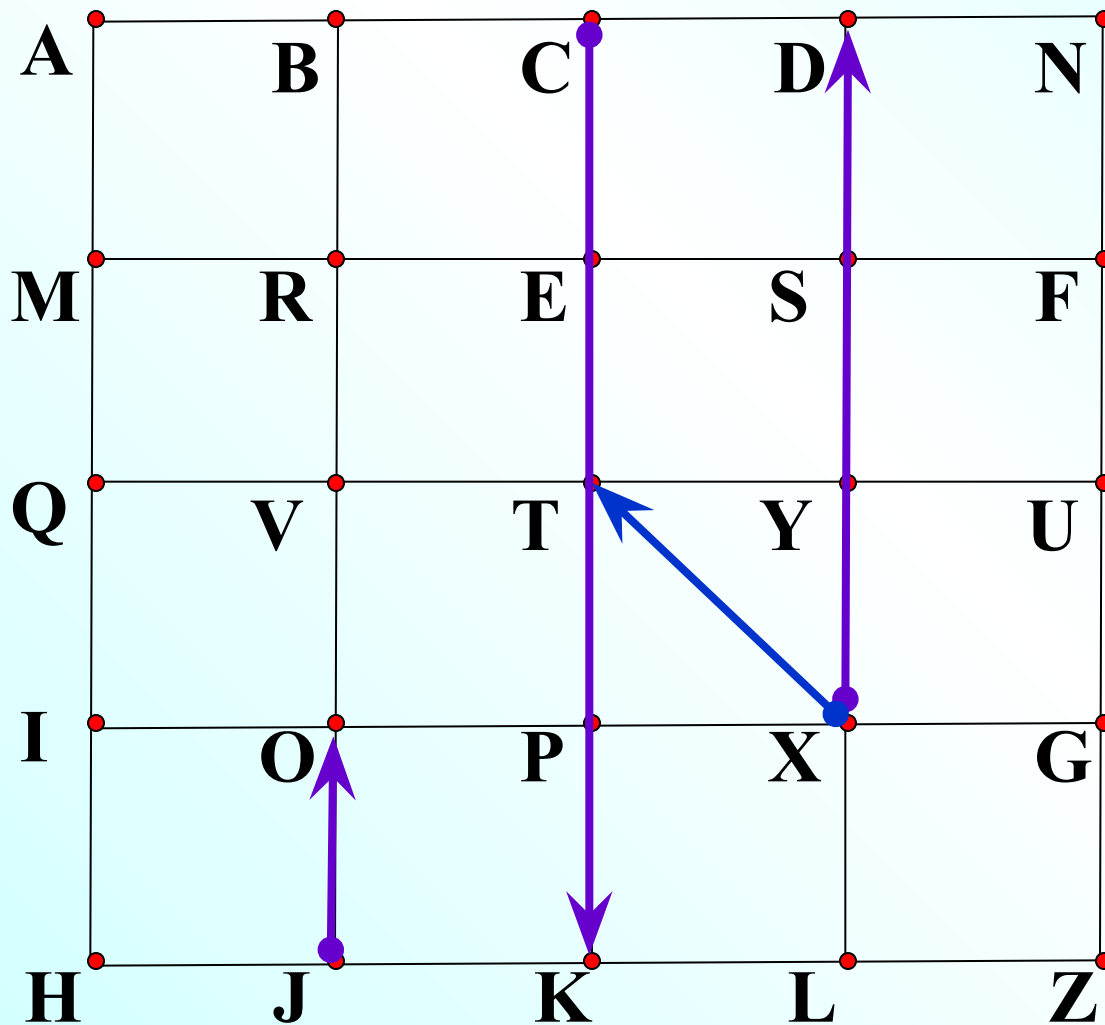
$$\vec{NN} = 0 \cdot \vec{XD}$$

$$\vec{XT} = x \cdot \vec{XD}$$

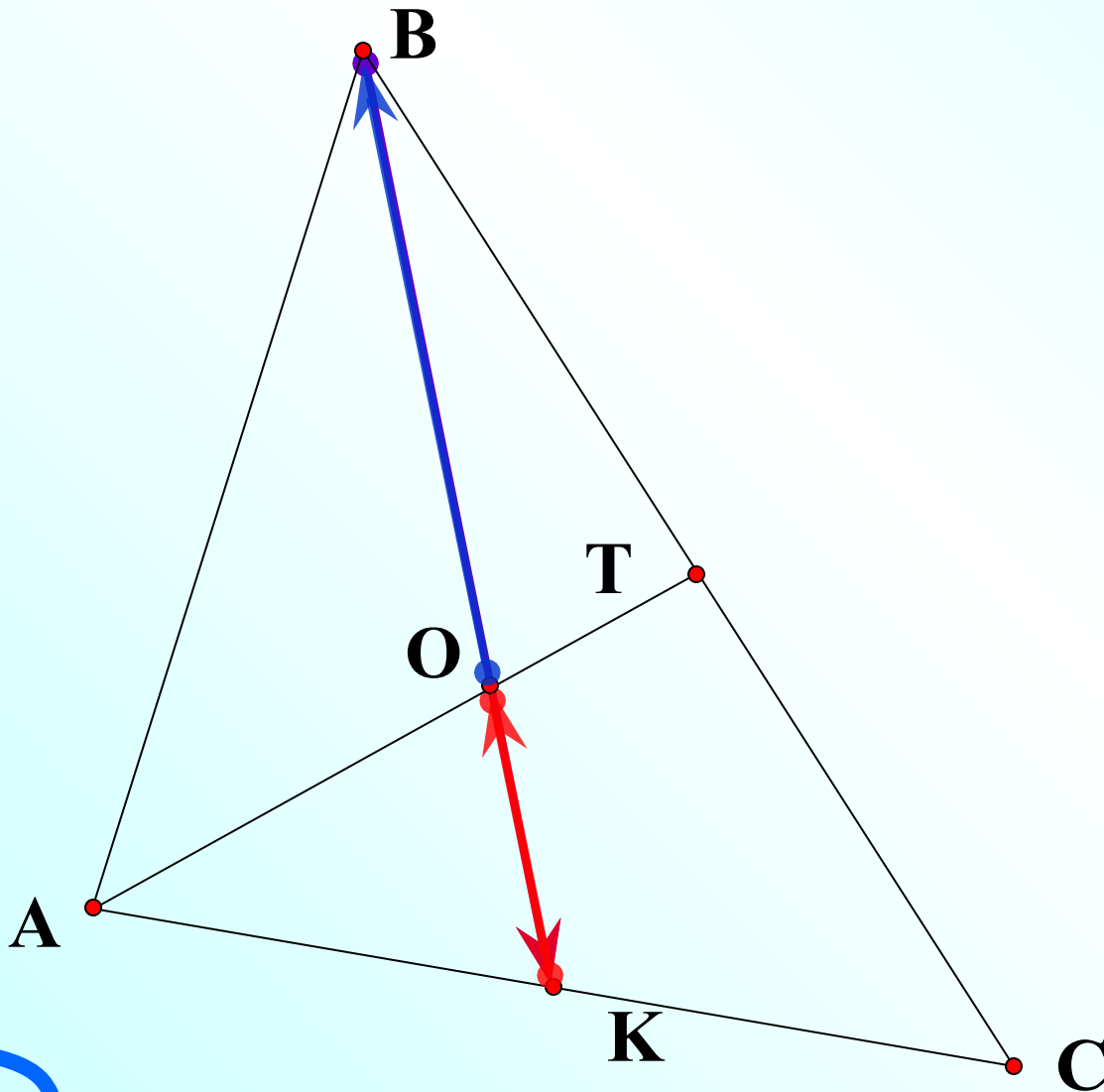
$x$  не существует

$$\vec{XT} = x \cdot \vec{XT}$$

$$\vec{TX} = -x \cdot \vec{XT}$$



О – точка пересечения медиан треугольника.



$$\vec{BK} = 2 \cdot \vec{OK}$$

$$\vec{KO} = -\frac{1}{3} \cdot \vec{BK}$$

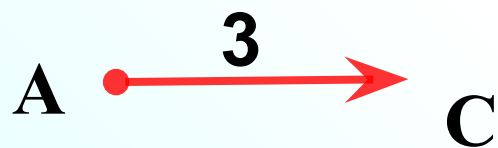
$$\vec{OB} = 2 \cdot \vec{KO}$$





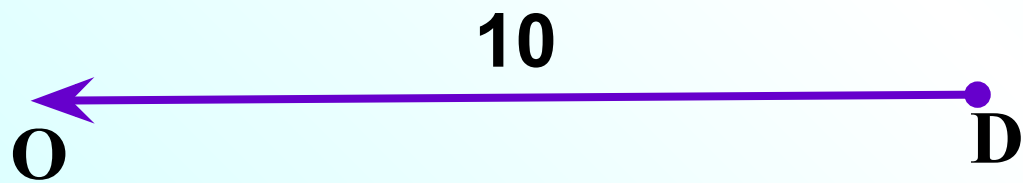
$$|\vec{TB}| = 7$$

$$\vec{AC} = \frac{3}{7} \cdot \vec{TB}$$



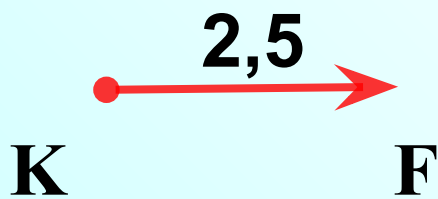
$$|\vec{AC}| = 3$$

$$\vec{TB} = \frac{7}{3} \cdot \vec{AC}$$



$$|\vec{DO}| = 10$$

$$\vec{KF} = -\frac{1}{4} \cdot \vec{DO}$$



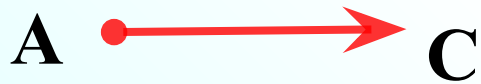
$$|\vec{KF}| = 2,5$$

$$\vec{DO} = -4 \cdot \vec{KF}$$

Длина вектора  $\vec{TB}$  на 25% больше длины вектора  $\vec{AC}$



$$\vec{TB} = 1,25 \vec{AC}$$



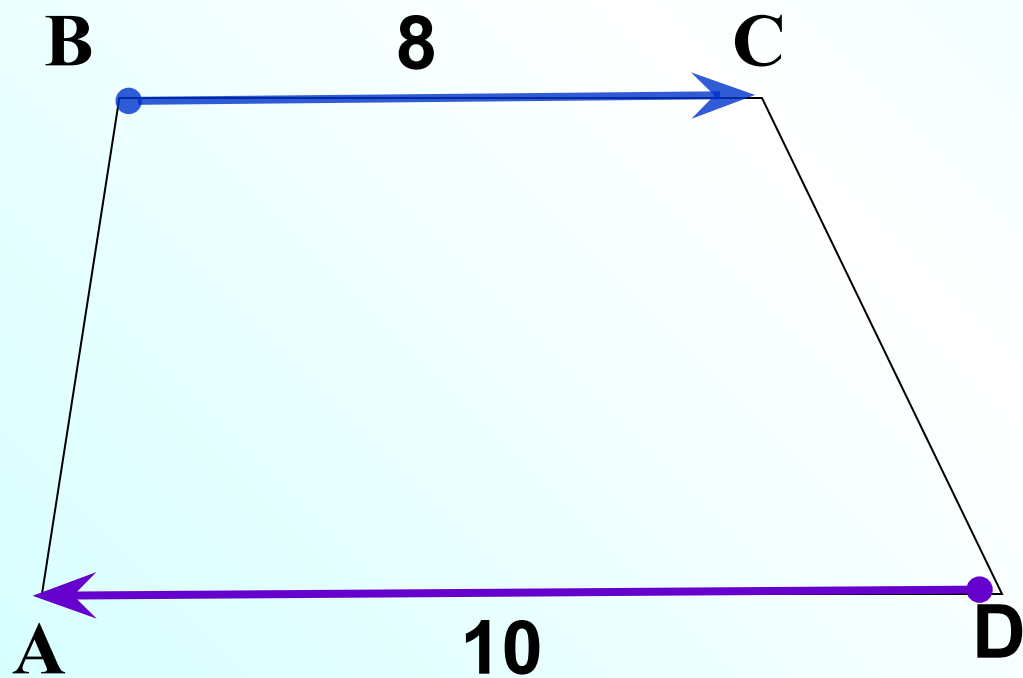
Длина вектора  $\vec{SD}$  на 25% меньше длины вектора  $\vec{LK}$



$$\vec{SD} = -0,75 \vec{LK}$$



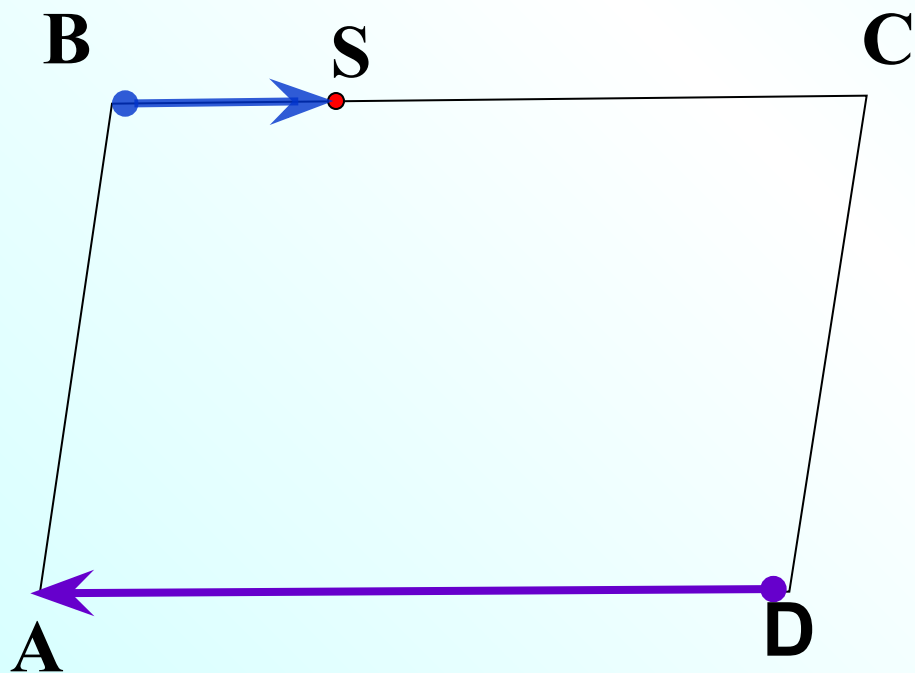
ABCD – трапеция.



$$\vec{BC} = -\frac{8}{10} \cdot \vec{DA}$$

$$\vec{DA} = -\frac{10}{8} \cdot \vec{BC}$$

ABCD – параллелограмм.  $CS : SB = 5 : 3$



$$\vec{BS} = -\frac{3}{8} \cdot \vec{DA}$$

$$\vec{DA} = -\frac{8}{3} \cdot \vec{BS}$$

Умножение вектора на число обладает следующими основными свойствами.

Для любых  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и любых чисел  $k$ ,  $l$  справедливы равенства:

1  $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$       Сочетательный закон

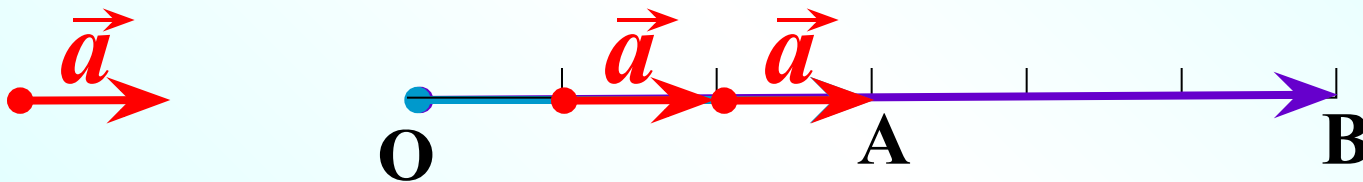
2  $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$   
Первый распределительный закон

3  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$   
Второй распределительный закон

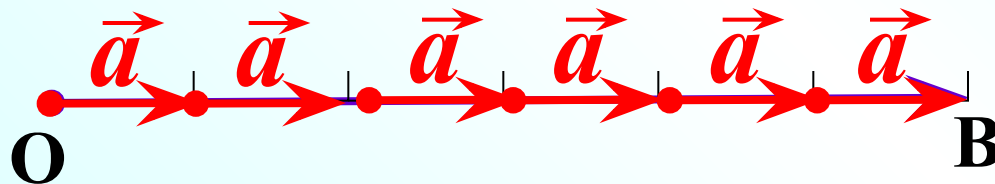
Рисунок иллюстрирует сочетательный закон.

Представлен случай, когда  $k = 2, l = 3$ .

1  $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$  Сочетательный закон



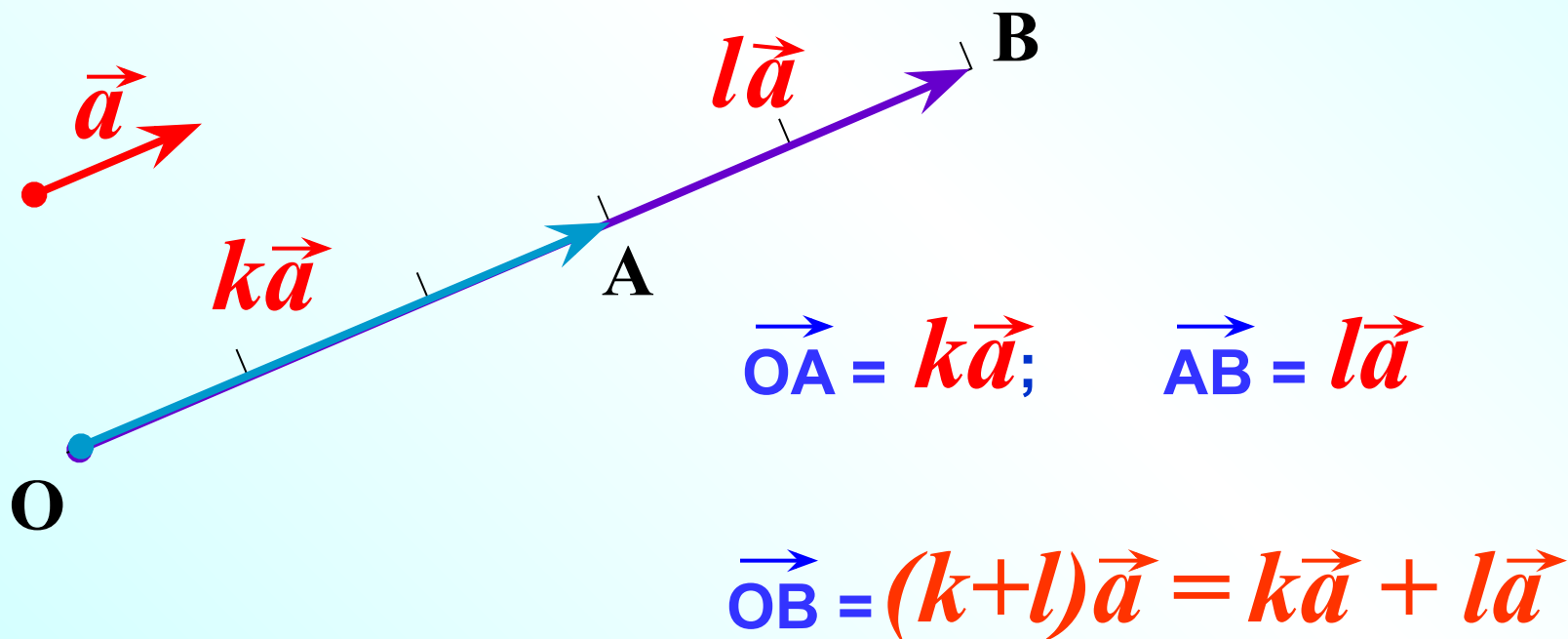
$$\vec{OB} = 2\vec{OA} = 2(3\vec{a})$$



$$\vec{OB} = 6\vec{a} = (2 \cdot 3)\vec{a}$$

Рисунок иллюстрирует первый распределительный закон. Представлен случай, когда  $k = 3$ ,  $l = 2$ .

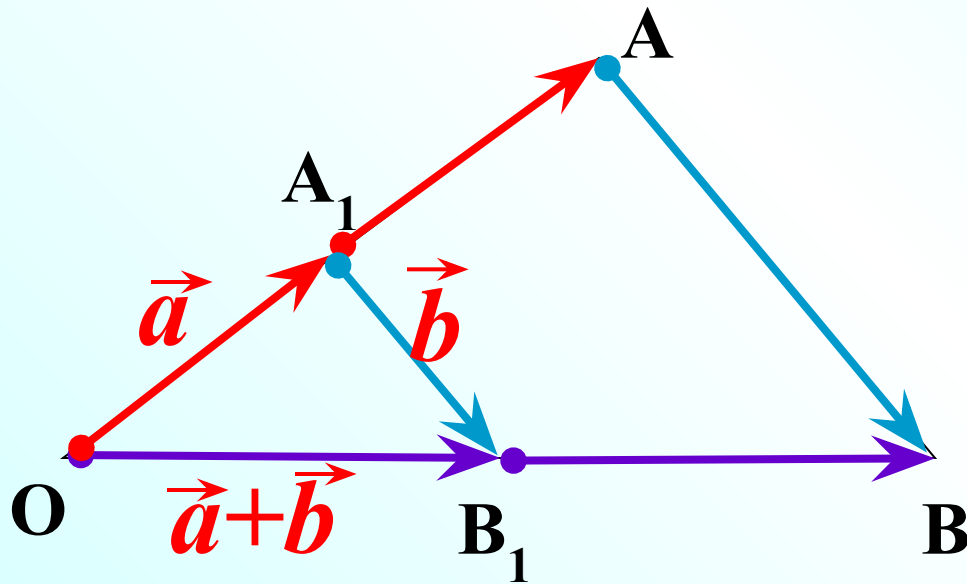
2  $(k+l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$  Первый распределительный закон



Второй  
закон

3  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$  распределительный закон

Рисунок иллюстрирует второй распределительный закон. На рисунке  $\triangle OAB \sim \triangle OA_1B_1$ , коэффициент подобия  $k$



$$\vec{OA} = k\vec{a}$$

$$\vec{AB} = k\vec{b}$$

$$\vec{OB} = k(\vec{a} + \vec{b})$$

С другой стороны,  $\vec{OB} = \vec{OA} + \vec{AB} = k\vec{a} + k\vec{b}$

Таким образом,  $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$



**№ 781** Пусть  $\vec{x} = \vec{m} + \vec{n}$ ,  $\vec{y} = \vec{m} - \vec{n}$

Выразите через  $\vec{m}$  и  $\vec{n}$   
векторы

$$2\vec{x} - 2\vec{y} =$$

$$2\vec{x} + \frac{1}{2}\vec{y} =$$

$$-\vec{x} - \frac{1}{3}\vec{y} =$$

## Задач

а

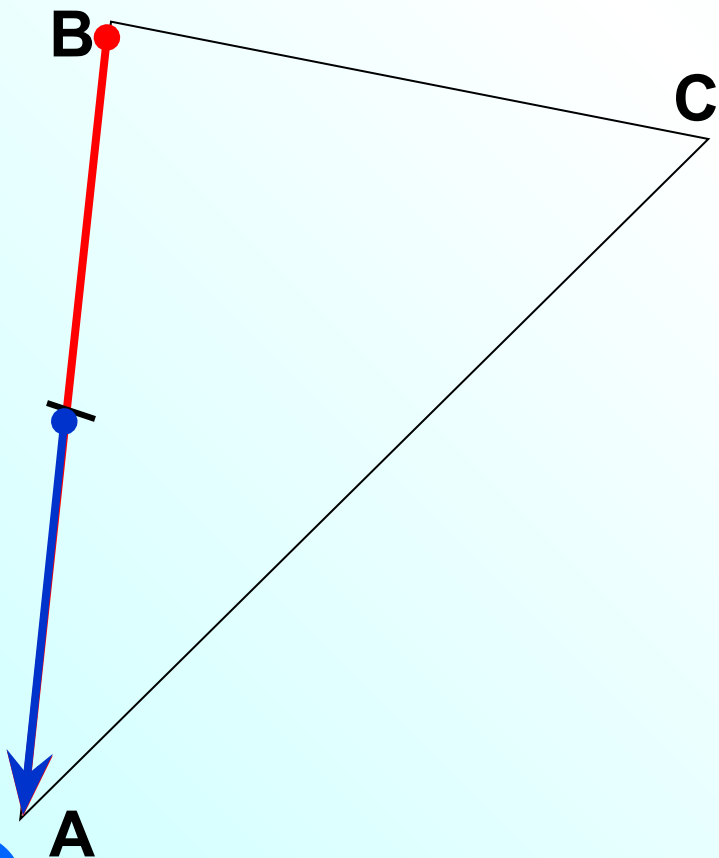
Построить вектор

$$\frac{3}{7} \overrightarrow{BC} - \frac{1}{14} \overrightarrow{AB} - \frac{3}{7} \overrightarrow{AC} = \frac{3}{7} (\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{AC}) - \frac{1}{14} \overrightarrow{AB} =$$

$$= \frac{3}{7} (\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA}) - \frac{1}{14} \overrightarrow{AB} =$$

$$= \frac{3}{7} \overrightarrow{BA} + \frac{1}{14} \overrightarrow{BA} = \frac{7}{14} \overrightarrow{BA} =$$

$$= \frac{1}{2} \overrightarrow{BA}$$

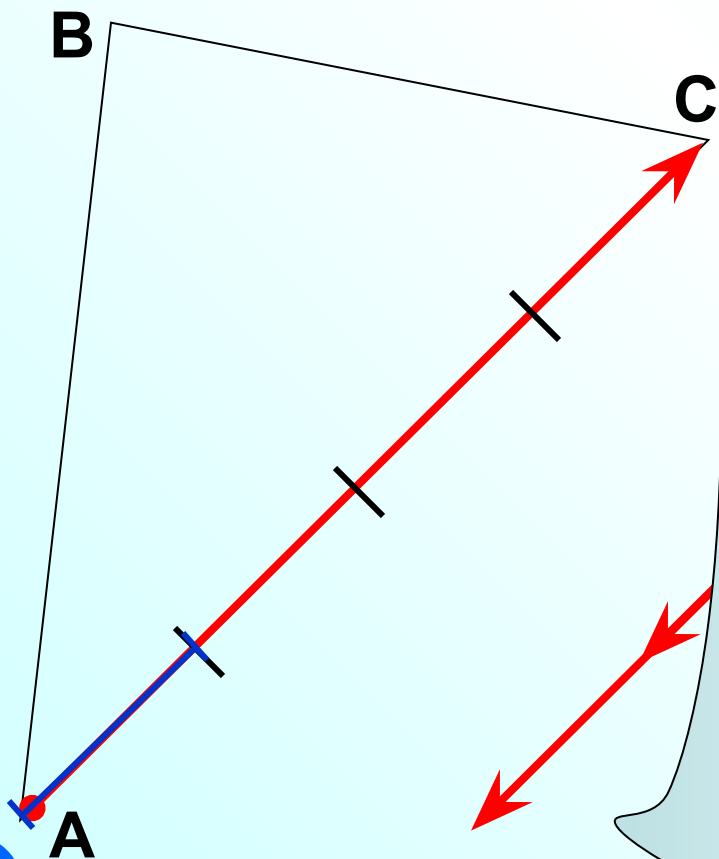


# Задач

а

Построить вектор

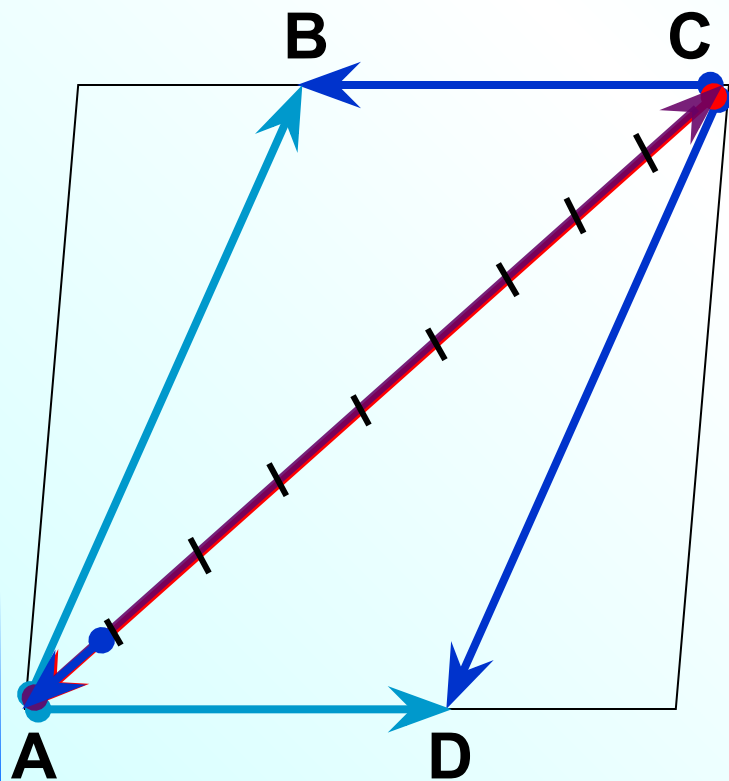
$$-\frac{5}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}) =$$



# Задач

а

Построить вектор.



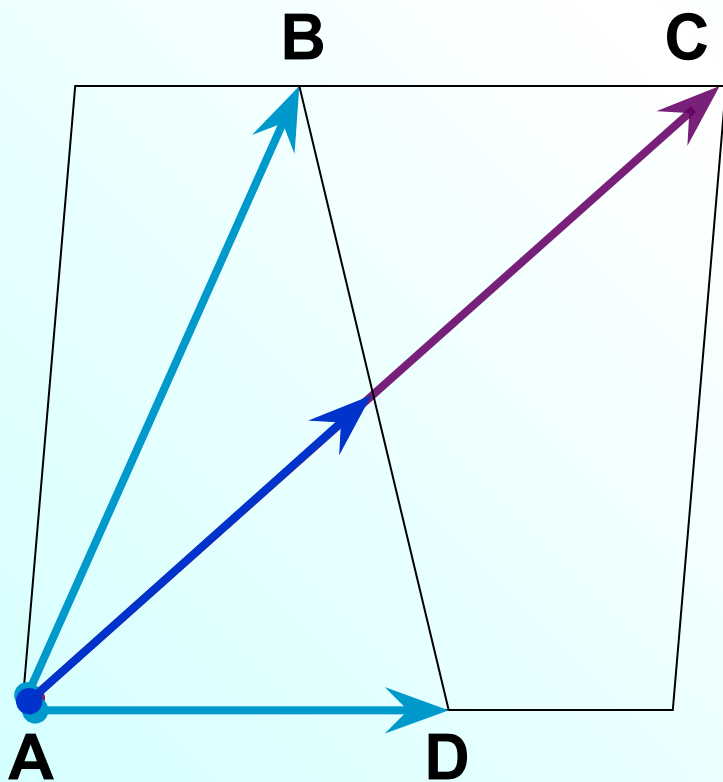
ABCD – параллелограмм.

$$\begin{aligned}
 & \frac{2}{9}\overrightarrow{CD} - \frac{1}{3}\overrightarrow{DA} - \frac{2}{9}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} = \\
 & = \frac{2}{9}(\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{BC}) + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{DA}) = \\
 & = \frac{2}{9}(\overrightarrow{CD} + \overrightarrow{CB}) + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) = \\
 & = \frac{2}{9}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} = \frac{2}{9}\overrightarrow{CA} - \frac{1}{3}\overrightarrow{CA} = \\
 & = -\frac{1}{9}\overrightarrow{CA}
 \end{aligned}$$

Задача  
а

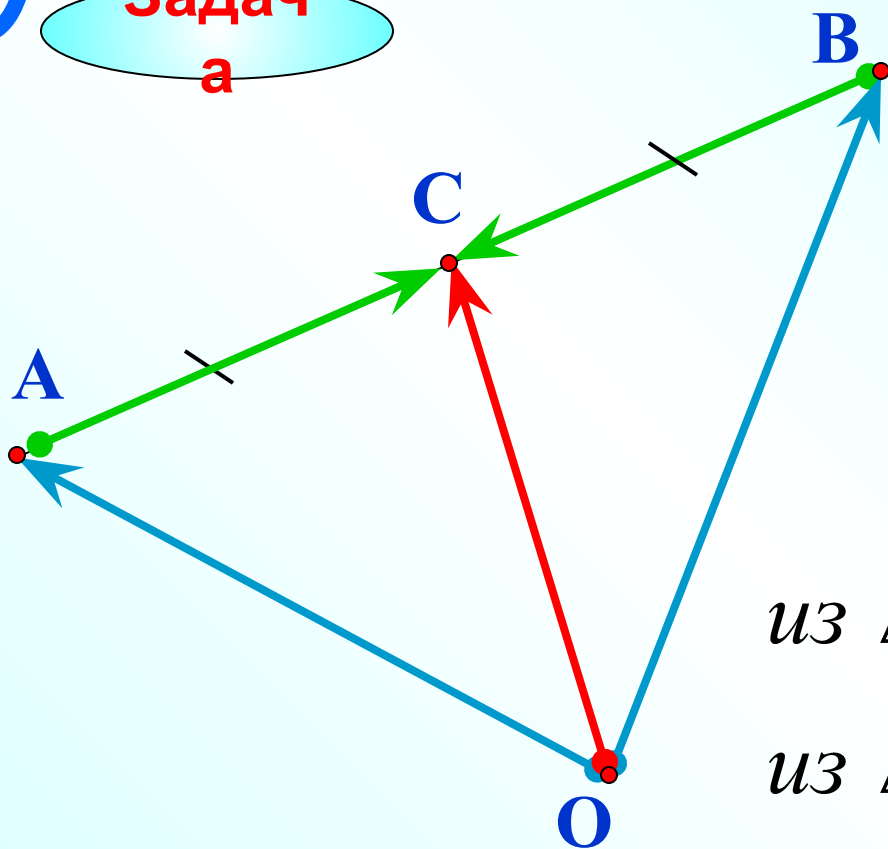
Построить вектор.

$$\frac{2}{5}\vec{AB} - \frac{1}{10}\vec{CA} - \frac{2}{5}\vec{DA}$$



ABCD – параллелограмм.

**Задача**  
а



Точка С – середина отрезка АВ,  
а О – произвольная точка плоскости. Доказать, что

$$\vec{OC} = \frac{1}{2} (\vec{OA} + \vec{OB})$$

$$\text{из } \triangle OAC \quad \vec{OC} = \vec{OA} + \vec{AC}$$

$$\text{из } \triangle OBC \quad \vec{OC} = \vec{OB} + \vec{BC}$$

$$2 \vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB} + \vec{AC} + \vec{BC}$$

$$2 \vec{OC} = \vec{OA} + \vec{OB} \quad /: 2$$

$$\vec{OC} = \frac{1}{2} (\vec{OA} + \vec{OB})$$

**Задача**  
**а**

треугольника.

Докажите теорему о средней линии

$$MN \parallel AC$$

$$MN = \frac{1}{2} AC$$

$$\vec{NM} = \vec{NB} + \vec{BM} \quad \text{из } \triangle NMB$$

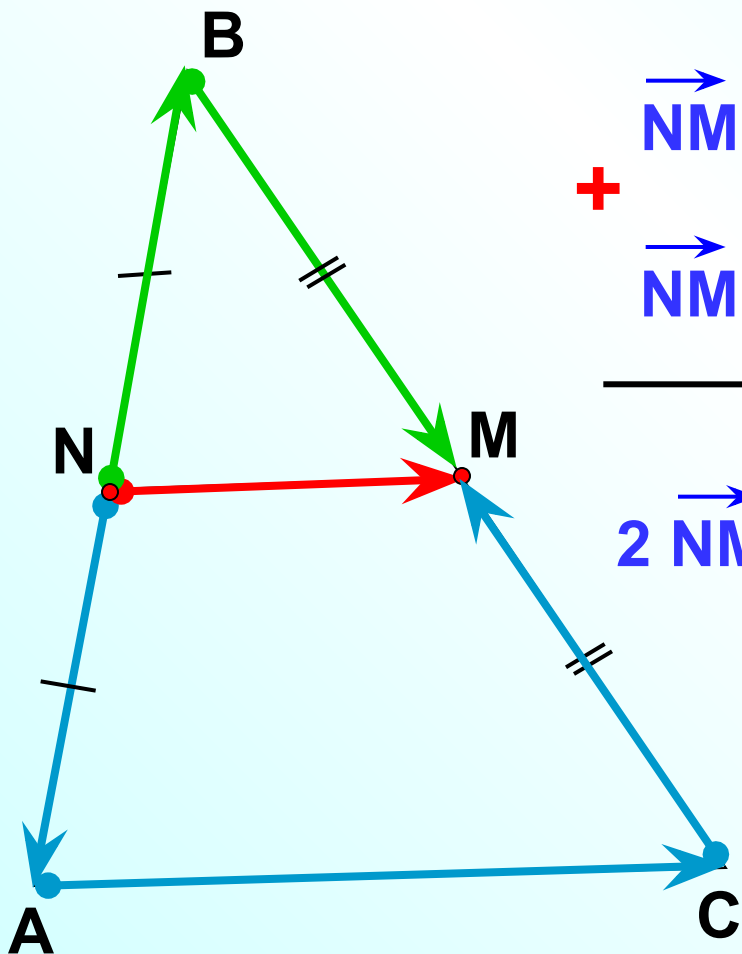
$$+ \vec{NM} = \vec{NA} + \vec{AC} + \vec{CM} \quad \text{из четырехуг. } NACM$$

$$2 \vec{NM} = (\vec{NB} + \vec{NA}) + \vec{AC} + (\vec{BM} + \vec{CM})$$

$$2 \vec{NM} = \vec{AC} \quad /: 2$$

$$\vec{NM} = \frac{1}{2} \vec{AC} \Rightarrow |\vec{NM}| = \frac{1}{2} |\vec{AC}|$$

$$\vec{NM} \parallel \vec{AC}$$



**Теоре  
ма**

**Средняя линия трапеции параллельна основаниям и равна их полусумме.**

**Дано:**

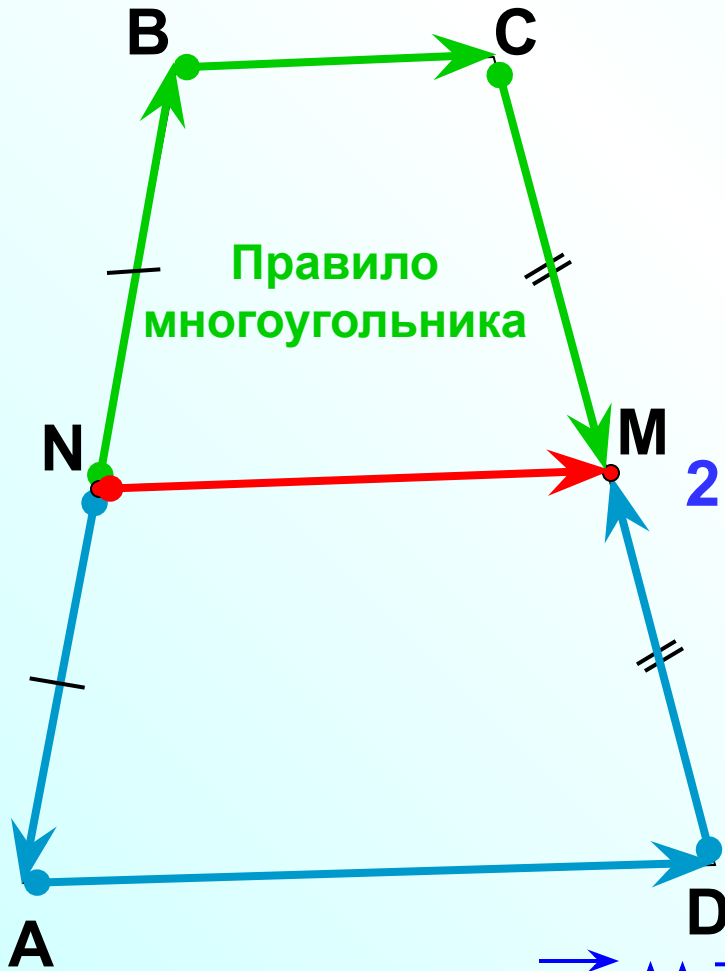
**трапеция ABCD, MN- средняя линия**

**Доказать:**

$$MN \parallel AD \parallel BC \quad MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$$



Доказать:  $MN \parallel AD \parallel BC$        $MN = \frac{1}{2}(AD + BC)$



$$+ \vec{NM} = \vec{NB} + \vec{BC} + \vec{CM}$$

$$\vec{NM} = \vec{NA} + \vec{AD} + \vec{DM}$$

$$2\vec{NM} = (\vec{NB} + \vec{NA}) + \vec{BC} + \vec{AD} + (\vec{CM} + \vec{DM})$$

$$2\vec{NM} = \vec{BC} + \vec{AD} \quad /: 2$$

$$\vec{NM} = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD}) \Rightarrow$$

$$\vec{NM} \parallel \vec{BC} \parallel \vec{AD};$$

$$|\vec{NM}| = \frac{1}{2}|\vec{BC} + \vec{AD}|$$

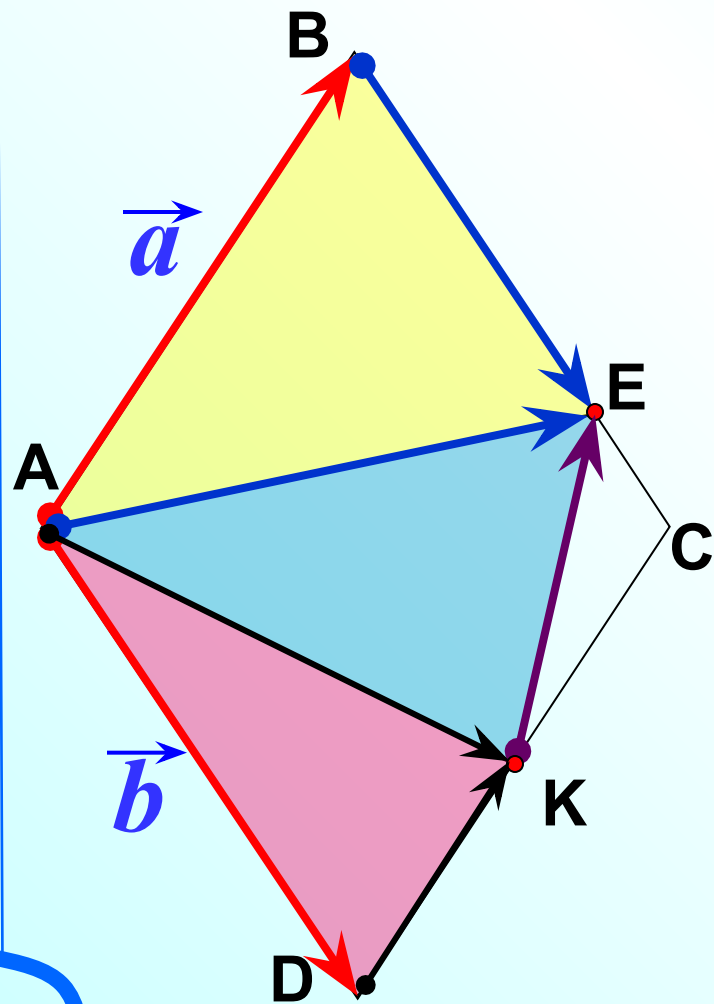
**Задача**

**а**

ABCD – ромб.  $E \in BC$ ,  $BE : EC = 3 : 1$ ,

K – середина DC,  $AB = \vec{a}$ ,  $AD = \vec{b}$ . Выразите через

векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  векторы:



$\vec{AE} =$

*из  $\Delta ABE$*

$\vec{AK} =$

*из  $\Delta ADK$*

$\vec{KE} =$

*из  $\Delta AEK$*

$=$

$$\vec{AB} - \vec{CB} =$$

$$- \vec{OA} - \vec{PO} =$$

$$\vec{MN} - \vec{RN} =$$

$$- \vec{KM} + \vec{KM} =$$

$$- \vec{KM} + \vec{OM} =$$

$$\vec{MK} + \vec{KO} + \vec{OP} + \vec{PR} =$$

$$\frac{3}{7} \vec{BC} - \frac{1}{14} \vec{AB} - \frac{3}{7} \vec{AC}$$

$$\vec{AS} - \vec{CS} =$$

$$- \vec{MN} - \vec{LM} =$$

$$\vec{RP} - \vec{RP} =$$

$$- \vec{KZ} + \vec{KZ} =$$

$$- \vec{ED} + \vec{KD} =$$

$$\vec{SK} + \vec{KV} + \vec{VP} + \vec{PM} =$$

$$\frac{2}{9} \vec{CD} - \frac{1}{3} \vec{CB} - \frac{2}{9} \vec{AD} + \frac{1}{3} \vec{AB}$$