Дифференциальные уравнени
Дифференциалдық теңдеулер

$$G(t, y, y', \ldots, y^{(n)}) = 0$$

$$y^{(n)} = F(t, y, y', \ldots, y^{(n-1)})$$

$$y = y(t)$$

Дифференциальные уравнения
Дифференциалдық теңдеулер

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y, u),$$

$y(t) -$ *âåêòîð* $y_i(t), i = 1,2,\ldots, m -$ *âûõîäíûå ïåðåìåííûå*

(*ïåðåìåííûå ñîñòîÿíèÿ*);

$u - u_j(t) -$ *âõîäíûå ïåðåìåííûå* ;

$f(x,t,u) -$ *âåêòîð* $-$ *ôóíêöèÿ ïðàâûõ ÷àñòåé óðàâíåíèÿ* .

$$\frac{dy}{dt} = f(t, y, u)$$

$$y(t_0) = y_0$$

Численные методы решения ДУ
ДТ сандық әдістерімен шешу

$$(t_m, y_m)$$

$$y_m' = f(t_m, y_m)$$

$$t_{m+1} = t_m + h$$

Численные методы решения ДУ

Уравнение касательной

$$y = y_m + y_m^{'}(t - t_m)$$

Из заданного уравнения имеем можем вычислить *tg* угла наклона касательной

$$y_m^{'} = f(t_m, y_m)$$

Следующей точкой решения считаем ту, где касательная пересечет ординату точки

$$t_{m+1} = t_m + h$$

Тогда

$$y_{m+1} = y_m + h \cdot f(t_m, y_m) \qquad (1)$$

–ìåòîä   Ýéëåðà

ДТ сандық әдістерімен шешу

Жанама теңдеуі

$$y = y_m + y_m^{'}(t - t_m)$$

Берілген теңдеуден жанаманың иілу бұрышының *tg* есептей аламыз

$$y_m^{'} = f(t_m, y_m)$$

Шешімнің келесі нүктесі деп жанама келесі нүктенің ординатасымен қиылысу нүктесін аламыз

$$t_{m+1} = t_m + h$$

Сонда

$$y_{m+1} = y_m + h \cdot f(t_m, y_m) \qquad (1)$$

- Эйлер әдісі

Численные методы решения ДУ

Методы Рунге-Кутта:

1. Одноступенчатые;
2. Порядок точности - порядок метода h^p.
3. Не требуется вычислений производных функции.

Метод Эйлера – метод Рунге-Кутта **первого** порядка точности.

ДТ сандық әдістерімен шешу

Рунге_Кутт әдістері:

1.Бірқадамды;
2.Дәлдік реті – әдіс реті h^p.
3. Функциялардың туындыларын есептеу қажет емес.

Эйлер әдісі – дәлдігі **бірінші** Рунге-Кутт әдісі.

Численные методы решения ДУ
ДТ сандық әдістерімен шешу

$$t_m, y_m$$

$$t_m + h, y_m + h \cdot y_m'$$

$$F_1(t_m, y_m, h) = \frac{1}{2}[f(x_m, y_m) + f(x_m + h, y_m + h \cdot y_m'), \quad a \quad y_m' = f(x_m, y_m)$$

$$y = y_m + h \cdot F_1(t_m, y_m, h)$$

$$y_{m+1} = y_m + h \cdot F_1(t_m, y_m, h) \qquad (2)$$

-исправленный метод Эйлера

- түзетілген Эйлер әдісі

Численные методы решения ДУ
ДТ сандық әдістерімен шешу

$$F_2(t_m, y_m, h) = f(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{h}{2} \cdot y_m^{'}), \; a \quad y_m^{'} = f(x_m, y_m)$$

$$y_{m+1} = y_m + h \cdot F_2(t_m, y_m, h) \qquad (3)$$

- ***модифицированный*** метод Эйлера

Численные методы решения ДУ
ДТ сандық әдістерімен шешу

Төртінші ретті дәлдігі бар Рунге-Кутт әдісі

$$y_{m+1} = y_m + \frac{h}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

где

$$k_1 = f(x_m, y_m)$$

$$k_2 = f(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{h \cdot k_1}{2})$$

$$k_3 = f(x_m + \frac{h}{2}, y_m + \frac{h \cdot k_2}{2})$$

$$k_4 = f(x_m + h, y_m + h \cdot k_3)$$

Численные методы решения ДУ
ДТ сандық әдістерімен шешу

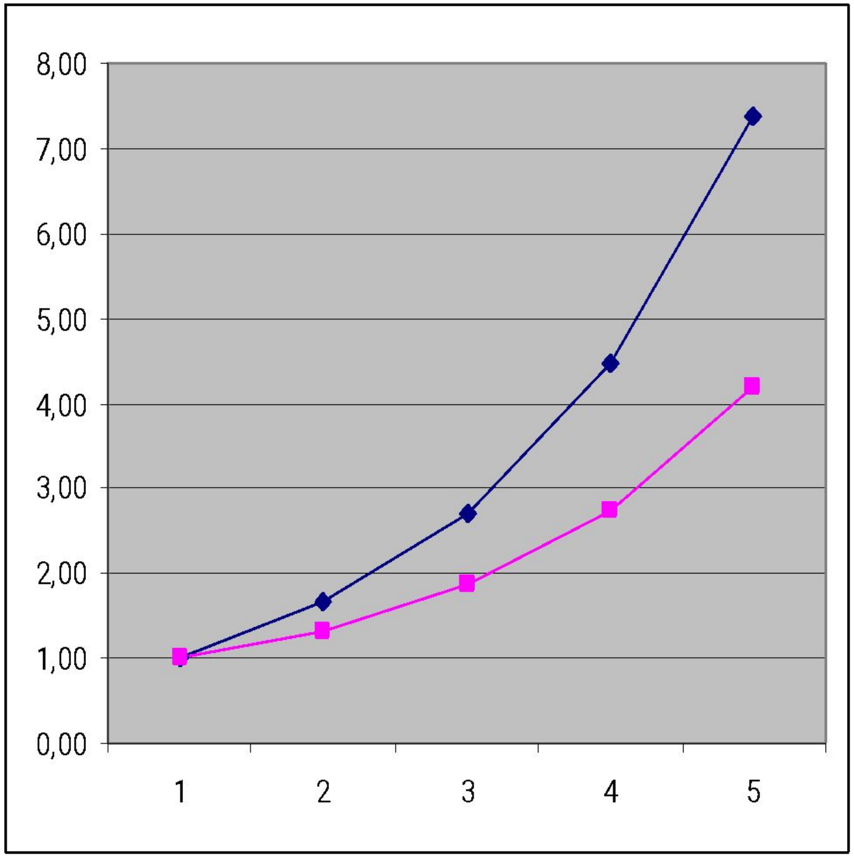
$$y' = y,$$

$$y(0) = 1$$

Численные методы решения ДУ
ДТ сандық әдістерімен шешу

t	exp(t)	Метод Эйлера	Рунге-Кутта
0,0	1,00		
0,5	1,65		
1,0	2,72		
1,5	4,48		
2,0	7,39		

Численные методы решения ДУ
ДТ сандық әдістерімен шешу



Численные методы решения ДУ
ДТ сандық әдістерімен шешу

$$k_1 = y_m$$

$$k_2 = y_m + \frac{h}{2} y_m$$

$$k_3 = y_m + \frac{h}{2}(y_m + \frac{h}{2} y_m)$$

$$k_4 = y_m + h \cdot [y_m + \frac{h}{2}(y_m + \frac{h}{2} y_m)]$$

$$y_{m+1} = y_m \cdot (1 + h + \frac{h^2}{2} + \frac{h^3}{6} + \frac{h^4}{24})$$