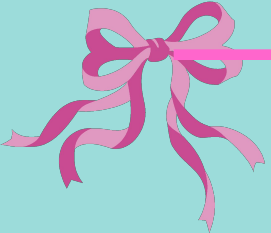




## 6.4. БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Функция  $f(x)$  называется бесконечно большой величиной, если для любого, даже сколь угодно большого числа  $M > 0$  найдется такое число  $\delta > 0$ , что для всех  $x \neq x_0$  и удовлетворяющих условию  $|x - x_0| < \delta$  выполняется неравенство

$$|f(x)| > M$$



*Если  $f(x) > M$  то*

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = +\infty$$

*Если  $f(x) < -M$  то*

$$\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = -\infty$$



# ПРИМЕР.

Функция

$$y = \operatorname{tg}x$$

является бесконечно большой величиной при

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

поскольку

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \operatorname{tg}x = \infty$$



# Замечание

*Бесконечно большая величина  
является неограниченной  
функцией при*

*$x \rightarrow x_0$  или при  $x \rightarrow \infty$*

*но в то же время  
неограниченная функция не  
обязательно бесконечно  
большая.*



# ПРИМЕР.

Функция  $y = x \sin x$

является неограниченной функцией, но при

$$x \rightarrow \infty$$

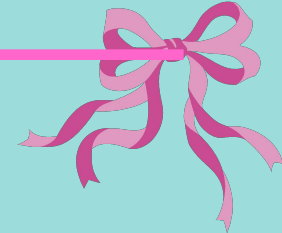
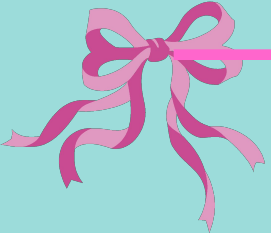
она не будет бесконечно большой, поскольку ее значения колеблются, переходя от положительных к отрицательным через ноль.



# Свойства бесконечно больших величин



*Сумма бесконечно большой величины  
и ограниченной функции есть величина  
бесконечно большая.*



*Произведение бесконечно большой величины на функцию, предел которой отличен от нуля, есть величина бесконечно большая.*



*Частное от деления бесконечно большой величины на функцию, имеющую предел, есть величина бесконечно большая.*



# ПРИМЕР.

Функция  $f(x) = \operatorname{tg}x$

является бесконечно большой при

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

Функция  $\varphi(x) = 4x - 3$

имеет предел при

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} (4x - 3) = 2\pi - 3 \neq 0$$





Функция  $\psi(x) = \sin x$

является ограниченной.

Тогда функции

$$f(x) \pm \psi(x) = \operatorname{tg}x \pm \sin x$$

$$\frac{f(x)}{\varphi(x)} = \frac{\operatorname{tg}x}{4x - 3}$$

являются бесконечно большими величинами

при

$$x \rightarrow \frac{\pi}{2}$$