4.7. УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ

1.Прямая, как линия пересечения двух плоскостей

Прямая в пространстве может быть задана как линия пересечения двух плоскостей.

Тогда любая точка прямой будет удовлетворять системе уравнений, задающих данные плоскости:

$$\begin{cases} A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \\ A_2x + B_2y + C_2z + D_2 = 0 \end{cases}$$

1

Прямая, как линия пересечения двух плоскостей

2. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку параллельно данному вектору

Пусть прямая проходит через точку

$$M_1(x_1, y_1, z_1)$$

параллельно вектору

$$\vec{s} = (m, n, p)$$

Этот вектор называется <u>направляющим</u> вектором прямой.

Выберем на прямой произвольную точку

$$M(x, y, z)$$

и рассмотрим вектор

$$\overrightarrow{M_1M} = (x - x_1, y - y_1, z - z_1)$$

Уравнения прямой могут быть получены из условия коллинеарности этого вектора и направляющего вектора прямой:

$$\overrightarrow{M_1M} \parallel \vec{s}$$

$$\frac{x - x_1}{m} = \frac{y - y_1}{n} = \frac{z - z_1}{p}$$

2

канонические уравнения прямой

3. Уравнения прямой, проходящей через две точки

Пусть прямая проходит через две точки

$$M_1(x_1, y_1, z_1) \qquad M_2(x_2, y_2, z_2)$$

Выберем на прямой произвольную точку

$$M(x, y, z)$$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{z - z_1}{z_2 - z_1}$$

3

уравнения прямой, проходящей через две точки

Пусть заданы две прямые

$$\frac{x - x_1}{m_1} = \frac{y - y_1}{n_1} = \frac{z - z_1}{p_1}$$

$$\frac{x - x_2}{m_2} = \frac{y - y_2}{n_2} = \frac{z - z_2}{p_2}$$

Острый угол между этими прямыми находится из скалярного произведения векторов

$$\vec{s}_1 = (m_1, n_1, p_1) \quad и \quad \vec{s}_2 = (m_2, n_2, p_2)$$

$$\cos\varphi = \frac{|m_1 m_2 + n_1 n_2 + p_1 p_2|}{\sqrt{m_1^2 + n_1^2 + p_1^2}\sqrt{m_2^2 + n_2^2 + p_2^2}}$$

угол между прямыми в пространстве

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{p_1}{p_2}$$

условия параллельности прямых

$$m_1 m_2 = n_1 n_2 = p_1 p_2$$

условия перпендикулярности прямых