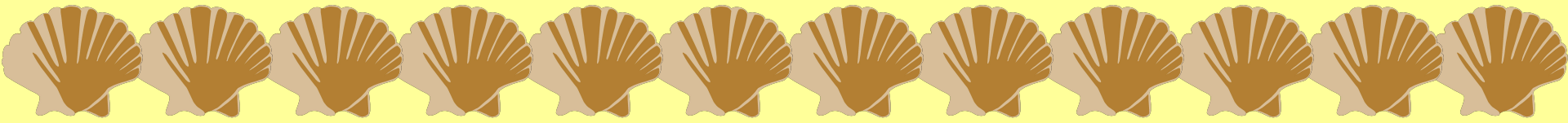


## **6.5. СВЯЗЬ МЕЖДУ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫМИ И БЕСКОНЕЧНО БОЛЬШИМИ ВЕЛИЧИНАМИ**

**Связь между бесконечно малыми и бесконечно большими величинами выражается следующей теоремой:**





# ТЕОРЕМА

*Если функция  $\alpha(x)$  -бесконечно  
малая величина при*

*$x \rightarrow x_0$  или при  $x \rightarrow \infty$*

*то функция  $f(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$*

*есть величина бесконечно  
большая при*

*$x \rightarrow x_0$  или при  $x \rightarrow \infty$*





# ДОКАЗАТЕЛЬСТВО:

Проведем доказательство для случая  $x \rightarrow x_0$

По условию,  $\alpha(x)$  - бесконечно малая величина при

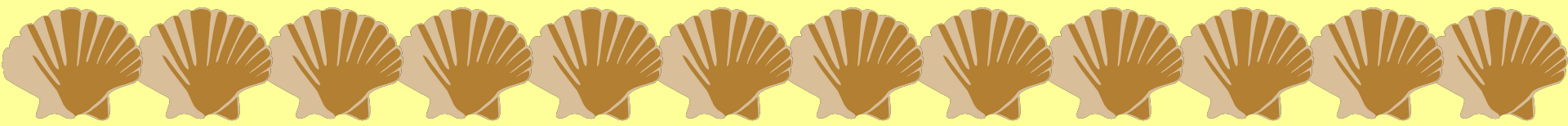
$x \rightarrow x_0$ , следовательно

для любого, сколь угодно малого числа  $\varepsilon > 0$ , найдется такое число  $\delta > 0$ , что при всех  $x$ , таких что  $|x - x_0| < \delta$ , выполняется неравенство:

$$|\alpha(x)| < \varepsilon$$

Это равносильно неравенству:

$$\left| \frac{1}{\alpha(x)} \right| > \frac{1}{\varepsilon}$$





Следовательно,  $|f(x)| > M$  , где

$$f(x) = \frac{1}{\alpha(x)} \quad M = \frac{1}{\varepsilon}$$

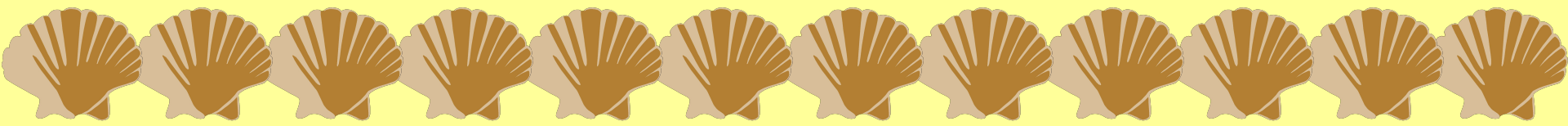
Это означает, что  $f(x)$

является бесконечно большой величиной

при  $x \rightarrow x_0$



Справедлива и обратная теорема:





# ТЕОРЕМА

*Если функция  $\alpha(x)$  -бесконечно  
большая величина при*

$$x \rightarrow x_0 \quad \text{или при} \quad x \rightarrow \infty$$

*то функция*  $f(x) = \frac{1}{\alpha(x)}$

*есть величина бесконечно малая  
при*

$$x \rightarrow x_0 \quad \text{или при} \quad x \rightarrow \infty$$




# ПРИМЕР.

Функция  $y = \cos x$

является бесконечно малой величиной при  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

Тогда функция  $y = \frac{1}{\cos x}$

является бесконечно большой величиной при  $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$

