# 12.4. ФОРМУЛА НЬЮТОНА-ЛЕЙБНИЦА

## Теорема.

***Если функция y=f(x) непрерывна на отрезке [a,b] и F(x) – любая первообразная этой функции на [a,b], то определенный интеграл от функции f(x) на [a,b] равен приращению первообразной на этом отрезке:***

$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

# Доказательство:

**Пусть функция *F(x)* - некоторая первообразная функции *y=f(x)*. Тогда по теореме 2 предыдущего параграфа функция**

$$\Phi(x) = \int_a^x f(x)dx$$

**тоже является первообразной для функции *y=f(x)*, и найдется такое число С, что**

$$F(x) = \Phi(x) + C$$

## Тогда

$$F(b)-F(a)=\big(\Phi(b)+C\big)-\big(\Phi(a)+C\big)=$$

$$=\Phi(b)-\Phi(a)=\int_a^b f(x)dx-\underbrace{\int_a^a f(x)dx}_{0}=$$

$$=\int_a^b f(x)dx$$

**Нахождение определенных интегралов с помощью формулы Ньютона-Лейбница осуществляется в два этапа:**

1. **Находится некоторая первообразная *$F(x)$* подынтегральной функции *$f(x)$*.**
2. **Находится приращение первообразной, равное искомому интегралу.**

# Примеры.

**1**

***Вычислить определенный интеграл***

$$\int_0^1 x^2 dx$$

# Решение.

$$\int_0^1 x^2 dx = \left.\frac{x^3}{3}\right|_0^1 = \frac{1}{3} - 0 = \frac{1}{3}$$

2

$$\int_1^2 2^{3x-5}\,dx$$

# Решение.

$$\int_1^2 2^{3x-5}\,dx = \frac{1}{32}\int_1^2 2^{3x}\,dx = \frac{1}{32}\int_1^2 8^x\,dx = \frac{1}{32}\,\frac{8^x}{\ln 8}\Bigg|_1^2 =$$

$$= \frac{1}{32}\left(\frac{8^2}{\ln 8} - \frac{8}{\ln 8}\right) = \frac{7}{6\ln 2}$$