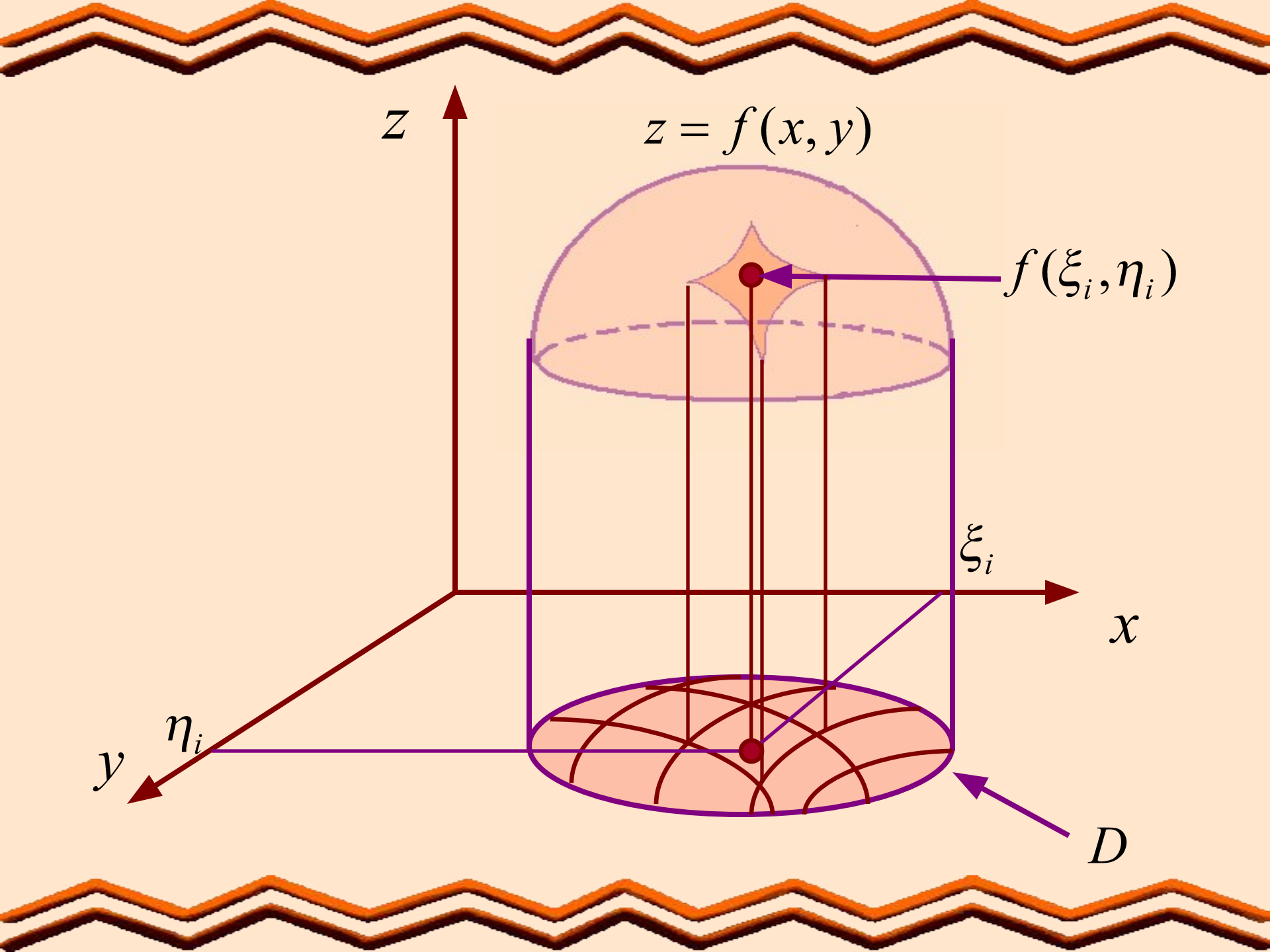


17.2. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ СМЫСЛ ДВОЙНОГО ИНТЕГРАЛА

Рассмотрим геометрическое тело, ограниченное сверху поверхностью, задаваемой непрерывной и неотрицательной функцией $z=f(x,y)$, снизу – ограниченной областью D , с боков – цилиндрической поверхностью, у которой направляющей является граница области D , причем образующие параллельны оси z .





Это тело называется криволинейным цилиндром.

Интегральная сумма (1) будет суммой объемов прямых цилиндров с площадями оснований ΔS_i и высотами $f(\xi_i, \eta_i)$

Эта сумма приближенно будет равна объему всего тела:

$$V \approx \sum_{i=1}^n f(\xi_i, \eta_i) \cdot \Delta S_i$$

Поскольку функция $f(x, y)$ интегрируема, то предел этой интегральной суммы существует и будет равен двойному интегралу:



$$V = \iint_D f(x, y) dx dy$$

Двойной интеграл по области D от непрерывной неотрицательной функции равен объему криволинейного цилиндра с основанием D .