17.3. СВОЙСТВА ДВОЙНОГ ИНТЕГРАЛА

Пусть функции *f(x,y)* и *g(x,y)* интегрируемы в области D.

Тогда имеют место следующие свойства двойных интегралов:

1

Для любых вещественных чисел α и β функция
$\alpha f(x,y)+\beta g(x,y)$
интегрируема в области D, причем

$$\iint_D \left(\alpha \cdot f(x,y) + \beta \cdot g(x,y)\right) \cdot dxdy =$$

$$= \alpha \iint_D f(x,y)dxdy + \beta \iint_D g(x,y)dxdy$$

2

Если область D является объединением областей D_1 и D_2, не имеющих общих внутренних точек, и в каждой из этих областей функция z=f(x) интегрируема, то эта функция интегрируема и в области D, причем

$$\iint_D f(x,y)dxdy = \iint_{D_1} f(x,y)dxdy + \iint_{D_2} f(x,y)dxdy$$

3

Произведение функций $f(x,y)$ и $g(x,y)$ интегрируемо в области D.

4

Если всюду в D $f(x,y) \le g(x,y)$ **то**

$$\iint_D f(x,y)\,dxdy \le \iint_D g(x,y)\,dxdy$$

6

Теорема о средне

Если функция z=f(x,y) непрерывна в области D, то найдется такая точка (ξ,η) из этой области, что

$$\iint\limits_D f(x,y)dxdy = f(\xi,\eta)\cdot S_D$$

где S_D – площадь области D.

7

$$\iint_D dxdy = S_D$$