



# 18. ТРОЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ






# 18.1. ПОНЯТИЕ ТРОЙНОГО ИНТЕГРАЛА

Пусть  $V$  – замкнутая и ограниченная область в пространстве и в ней определена произвольная ограниченная функция  $f(x, y, z)$ .

Разобьем область  $V$  на  $n$  произвольных частей

$$\Delta V_1, \Delta V_2 \dots \Delta V_n$$

В каждой из областей  $\Delta V_i$  выберем точку

$$A_i(x_i, y_i, z_i)$$


*Сумму вида*

$$\sigma = \sum_{i=1}^n f(x_i, y_i, z_i) \cdot \Delta V_i$$

*называют интегральной суммой  
для функции  $f(x, y, z)$  в области  $V$ .*

Если существует конечный предел интегральной суммы при стремлении к 0 наибольшего из фрагментов разбиения, не зависящий от способа разбиения области  $V$  и выбора точек  $(x_i, y_i, z_i)$ , то он называется тройным интегралом от функции  $f(x, y, z)$  по области  $V$ .

$$\lim_{\max \Delta V_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(x_i, y_i, z_i) \cdot \Delta V_i = \iiint_V f(x, y, z) dV$$