



19. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ

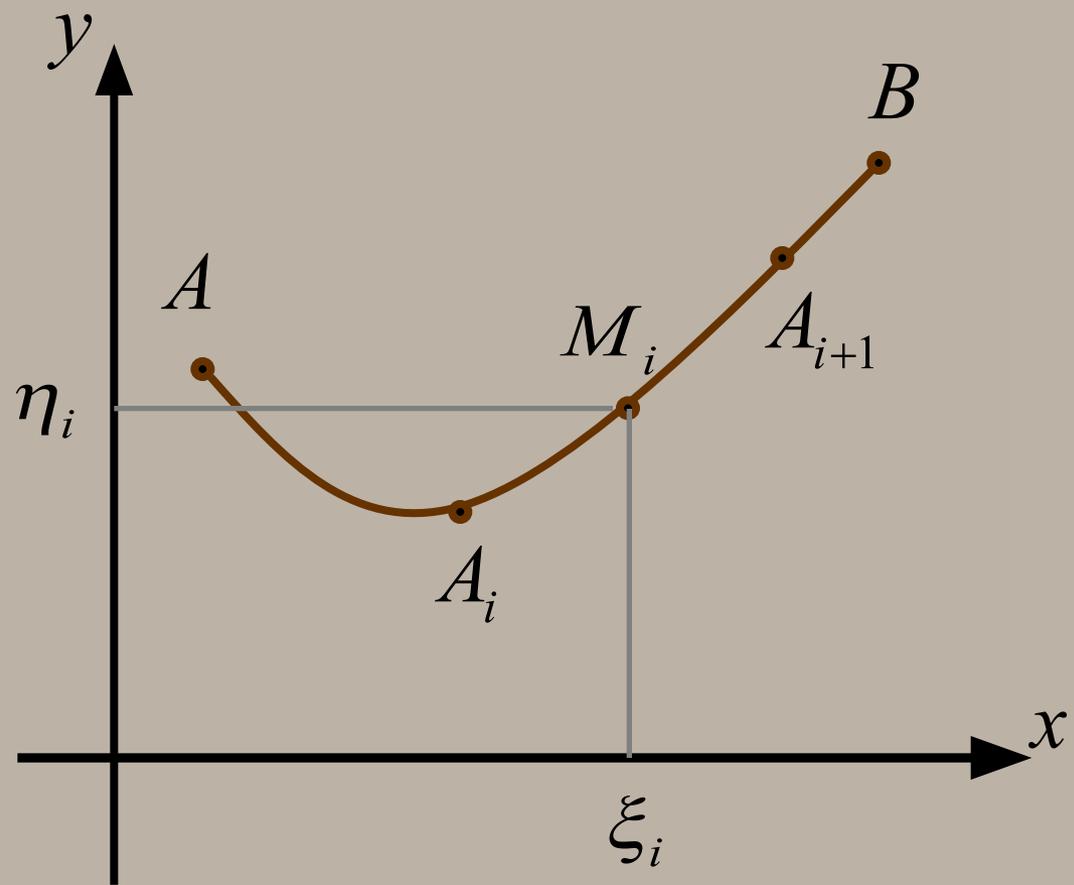


19.1. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ 1 РОДА

Рассмотрим произвольную функцию $f(x, y)$, заданную вдоль непрерывной плоской кривой AB .

Разобьем эту кривую на элементарные дуги $A_i A_{i+1}$. На каждой дуге выберем точку $M_i(\xi_i, \eta_i)$ и вычислим значение функции в этой точке:

$$f(\xi_i, \eta_i) = f(M_i)$$



Сумму вида

$$\sum_{i=1}^n f(\xi_i, \eta_i) \cdot \sigma_i$$

где σ_i – длина элементарной дуги, называют интегральной суммой для функции $f(x, y)$ по кривой АВ.

Если существует конечный предел интегральной суммы при стремлении к нулю наибольшей из всех длин дуг, не зависящий от способа разбиения кривой АВ и выбора точек M_i , то он называется криволинейным интегралом первого рода от функции $f(x, y)$ по кривой АВ.

$$\lim_{\max \sigma_i \rightarrow 0} \sum_{i=1}^n f(\xi_i, \eta_i) \cdot \sigma_i = \int_{AB} f(x, y) dS$$

Где S – длина дуги кривой.

Направление кривой роли не играет:

$$\int_{AB} f(x, y) dS = \int_{BA} f(x, y) dS$$

Аналогично строятся рассуждения для пространственных кривых:

$$\int_{AB} f(x, y, z) dS = \int_{BA} f(x, y, z) dS$$