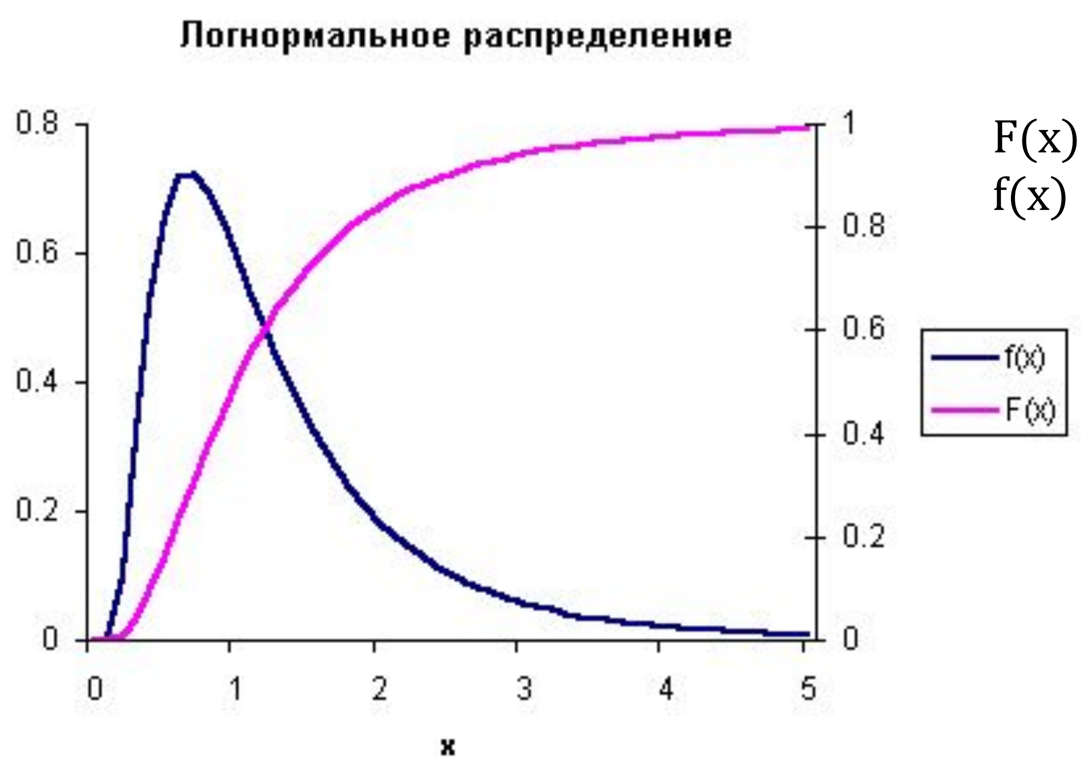
Логарифмически-нормальное (логонормальное) распределение

Выполнили с-ты гр. 4АМ61:

Стрыгин К.В.

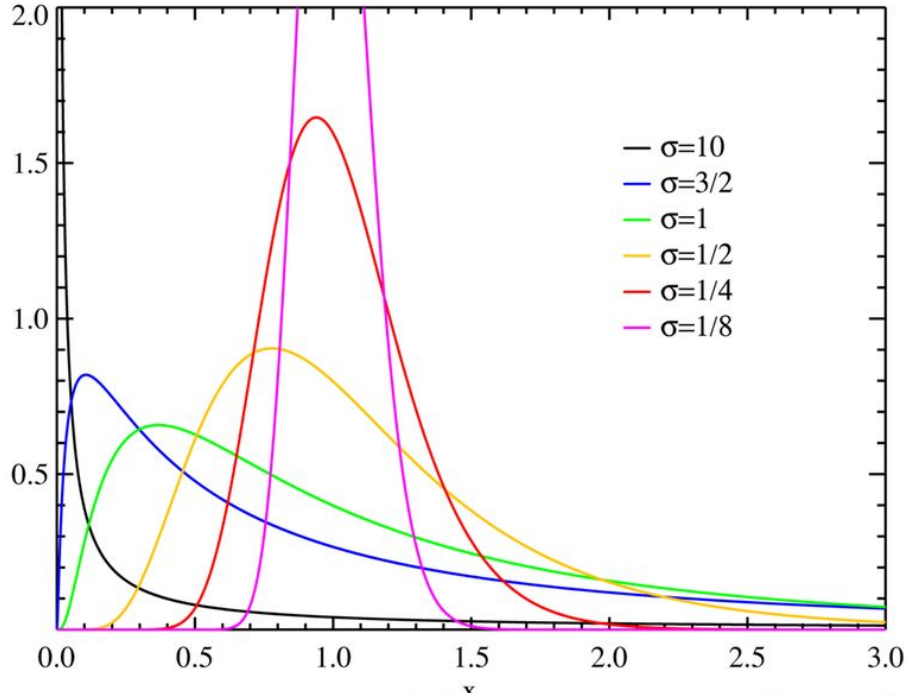
Караваев В.Е.

Случайная величина X называется логарифмически-нормально распределенной, если ее логарифм подчинен нормальному закону распределения.



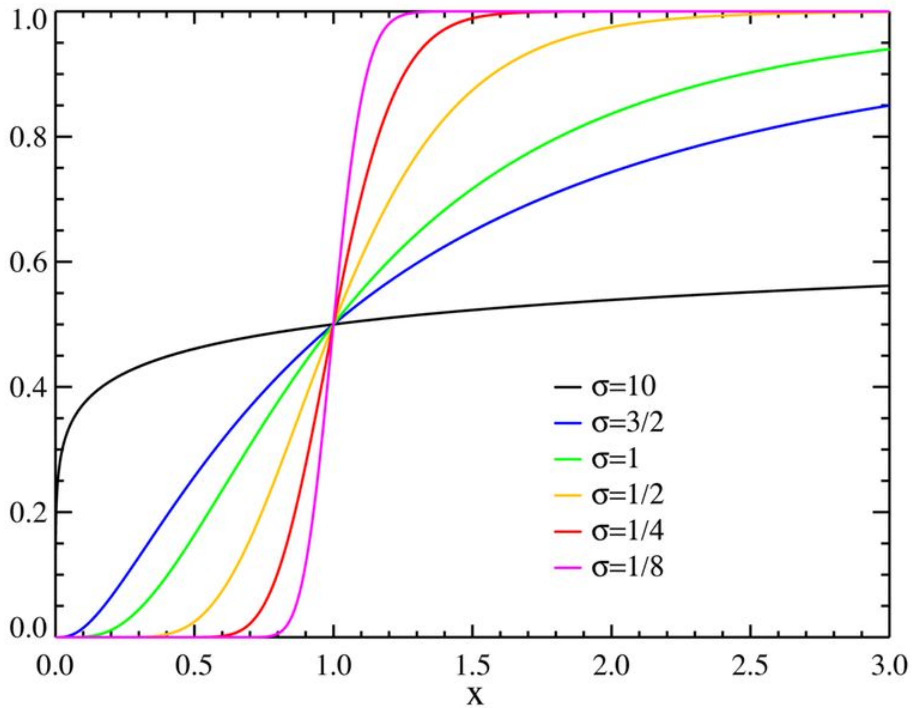
F(x) – Функция распределения;
f(x) – Плотность распределения.

f(x) – Плотность распределения



, при μ=0

F(x) – Функция распределения



$$\eta_1 = \eta_0 + \xi_{1\,*}\,\eta_0\,;$$

$$\eta_2 = \eta_1 + \xi_{2\,*}\,\eta_1\,;$$

$$\eta_N = \eta_{N\text{-}1} + \xi_{N\,*}\,\eta_{N\text{-}1}$$

$$\sum_{i}^{N-1}\left(\frac{\Delta\eta_i}{\eta_i}\right) = \xi_1 + \xi_2 + \ldots + \xi_N \qquad (1)$$

$$\int_{\eta_0}^{\eta}\frac{d\eta}{\eta} = \ln(\eta) - \ln(\eta_0\,) = \ln(\eta) - \ln(a) \qquad (2)$$

$\eta_0 = a$ - неслучайная компонента исследуемого фактора η;

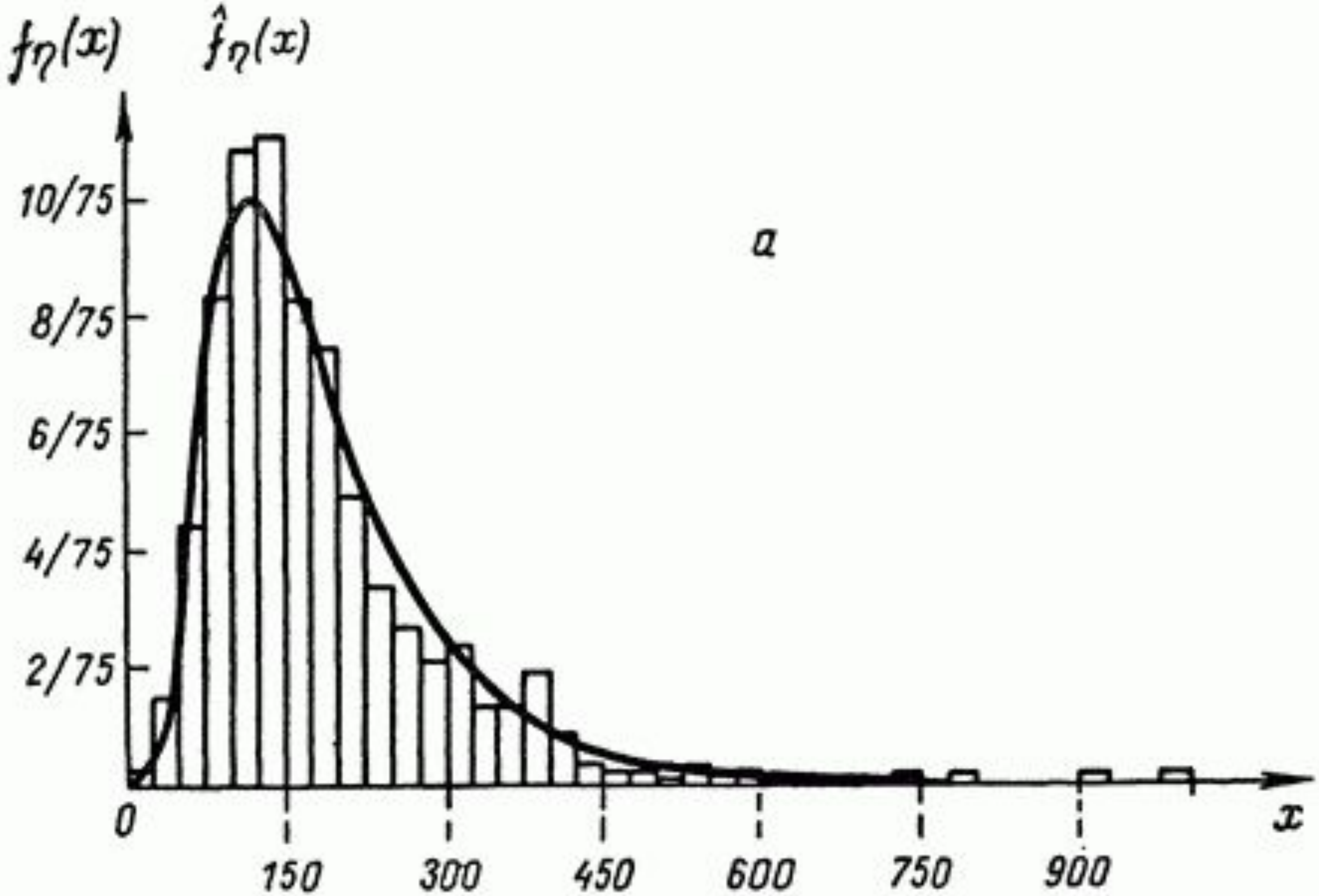
$\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_N$ - численное выражение эффектов воздействия упомянутых случайных факторов

$$\mathrm{F}\eta\,(\mathrm{x}) = \mathrm{P}\,\{\eta < \boldsymbol{x}\} = \mathrm{P}\,\{\ln(\eta) < \mathbf{ln}(\boldsymbol{x})\} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\cdot q}\int_{0}^{\ln x} e^{-\frac{(t-\ln(a))}{2\sigma^2}}\,\mathrm{dt} \tag{3}$$

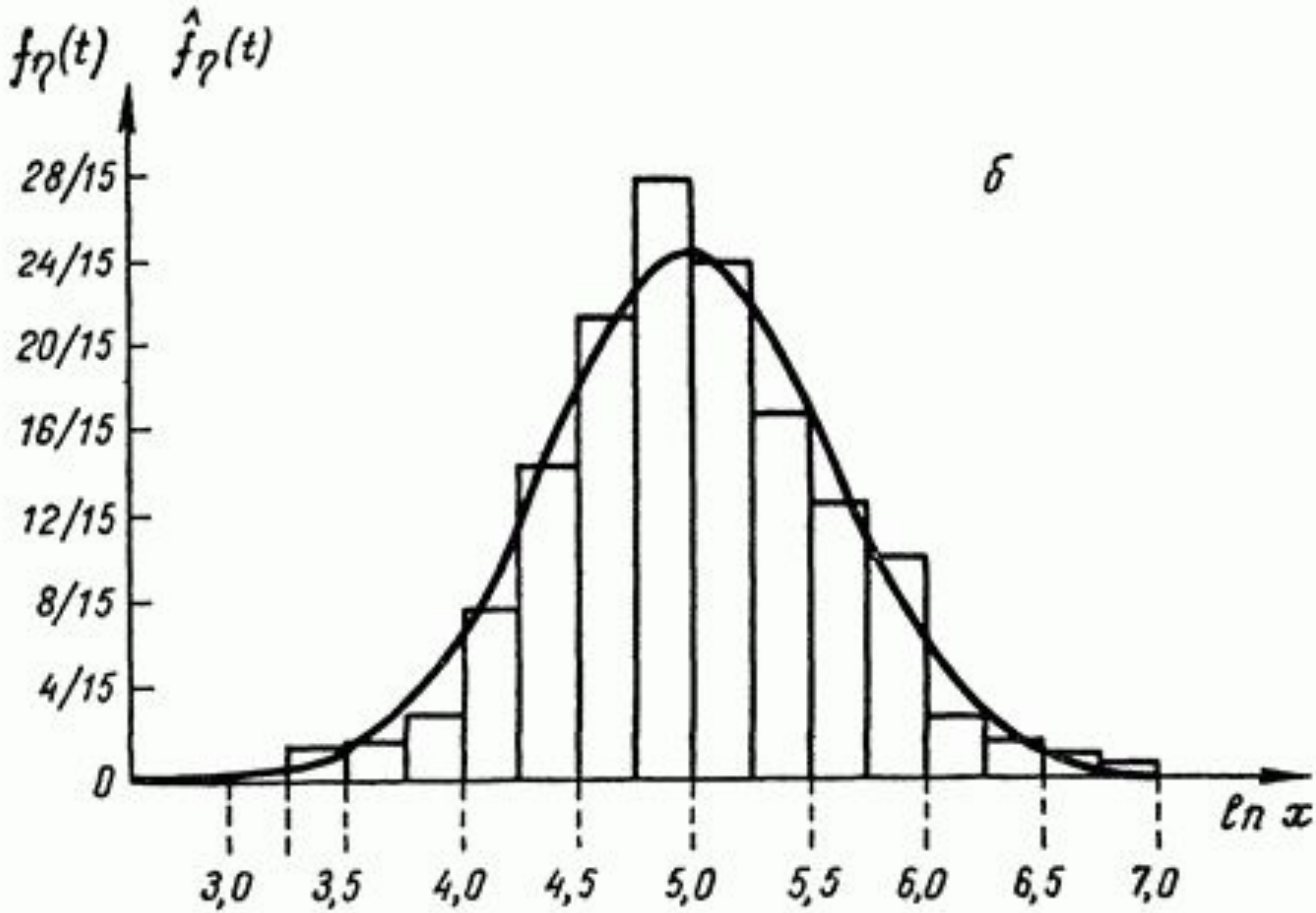
$$\mathrm{f}\eta(\mathrm{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\cdot q}}\, e^{\frac{-(\ln(x)-\ln(a))^2}{2\sigma^2}} \tag{4}$$

Номер интервала	Число выборочных данных	Номер интервала	Число выборочных данных
1	2	21	1
2	15	22	3
3	44	23	1
4	83	24	2
5	108	25	0
6	110	26	1
7	83	27	0
8	75	28	1
9	49	29	1
10	34	30	2
11	27	31	0
12	21	32	1
13	24	33	0
14	13	34	0
15	13	35	0
16	19	36	0
17	8	37	1
18	3	38	0
19	2	39	0
20	2	40	1

Номер интервала	Число выборочных данных
1	1
2	1
3	0
4	7
5	8
6	15
7	39
8	73
9	109
10	141
11	123
12	86
13	65
14	52
15	14
16	8
17	5
18	3



$f_\eta(x)$
$\hat{f}_\eta(x)$
10/75
8/75
6/75
4/75
2/75
a
0
150
300
450
600
750
900
x



$f_\eta(t)$ $\hat{f}_\eta(t)$
28/15
24/15
20/15
16/15
12/15
8/15
4/15
0
б
ln x
3,0
3,5
4,0
4,5
5,0
5,5
6,0
6,5
7,0

Основные числовые характеристики

Среднее $E_\eta = \mathrm{a}e^{\frac{1}{2}\sigma^2}$;

Мода $x_{mod} = \mathrm{a}e^{-\sigma^2}$;

Медиана $x_{med} = \mathrm{a}$;

Дисперсия $D_\eta = {E_\eta}^2(e^{\sigma^2} - 1) = a^2 e^{\sigma^2}(e^{\sigma^2} - 1)$;

Асимметрия $\beta_1 = (e^{\sigma^2} - 1)^{\frac{1}{2}}(e^{\sigma^2} + 2)$;

Эксцесс $\beta_2 = (e^{\sigma^2} - 1)(e^{3\sigma^2} + 3e^{2\sigma^2} + 6e^{\sigma^2} + 6)$.

Список использованной литературы

- Колмогоров А. Н., О логарифмически-нормальном законе распределения размеров частиц при дроблении, «Докл. АН СССР», 1941, т. 31, в. 2, с. 99—101;
- Айвазян С. А. и др. Прикладная статистика: Основы моделирования и первичная обработка данных. Справочное изд. / С. А. Айвазян, И. С. Енюков, Л. Д. Мешалкин. — М.: Финансы и статистика, 1983. — 471 с.
- Современные риск системы [Электронный ресурс] / А. Новоселов. – Электрон. текстовые дан. – Красноярск: 2014. – Режим доступа: http://risktheory.novosyolov.com/distr_lognormal.htm