

# НАУЧНО- ПЕДАГОГИЧЕСКАЯ ПРАКТИКА

Занятие № 3

# СОДЕРЖАТЕЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

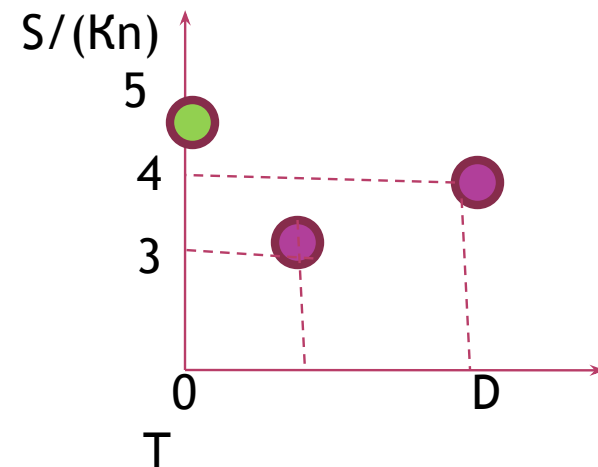
- **Дано:** В ходе занятия  $n$  студентов должны усвоить  $K$  понятий, причем в распоряжении преподавателя имеется  $m$  методов подачи материала, относящегося к каждому понятию. Предполагается, что преподаватель может прогнозировать времена усвоения каждым студентом каждого понятия при использовании каждого метода подачи материала применительно к оценкам «3», «4» и «5».
- **Требуется:** Так выбрать стратегию подачи материала, чтобы суммарное прогнозируемое время его усвоения аудиторией было минимальным, а средний балл был бы максимальным (оптимум по Парето).

# ОБОЗНАЧЕНИЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЯ

- $z(i, j, k, q)$  - булева переменная, равная единице, если для формирования  $k$ -го понятия у  $j$ -го студента преподаватель пользуется  $i$ -м методом, позволяющее прогнозировать оценку, равную  $q$ , и равная нулю в противном случае.
- $t(i, j, k, q)$  - прогнозируемое время формирования  $k$ -го понятия у  $j$ -го студента  $i$ -м методом на оценку, равную  $q$ .
- $m$  - число используемых преподавателем методов обучения;
- $n$  - число студентов (учеников);
- $K$  - число формируемых понятий.

# ФОРМАЛЬНАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

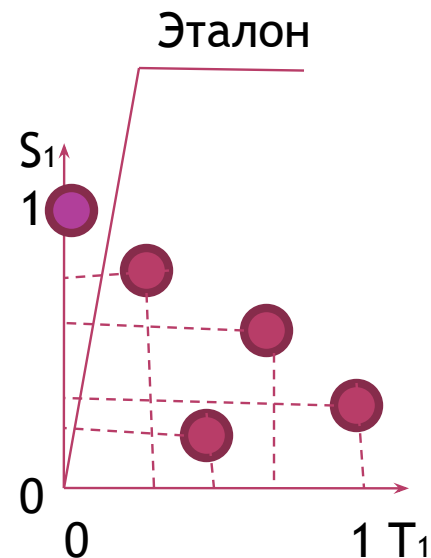
$$\left\{ \begin{array}{l}
 S = \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q q \cdot z(i, j, k, q) \rightarrow \max; \\
 T = \sum_k \max_i \max_j \sum_q z(i, j, k, q) \cdot t(i, j, k, q) \rightarrow \min; \\
 D = \max_i \max_j \max_k \max_q t(i, j, k, q); \\
 \forall k, \forall j: \sum_i \sum_q z(i, j, k, q) = 1; \\
 \forall k, \exists i: \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{q=3}^{q=5} z(i, j, k, q) = n; \\
 \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q q \cdot z(i, j, k, q) \geq S \cdot n \cdot K; \\
 \forall i, \forall j, \forall k, \forall q: z(i, j, k, q) = 1, 0.
 \end{array} \right. \quad (4)$$



# НОРМИРОВАНИЕ ЦЕЛЕВЫХ ФУНКЦИЙ

- Оптимальные по Парето решения задач (4) и (5) совпадают:

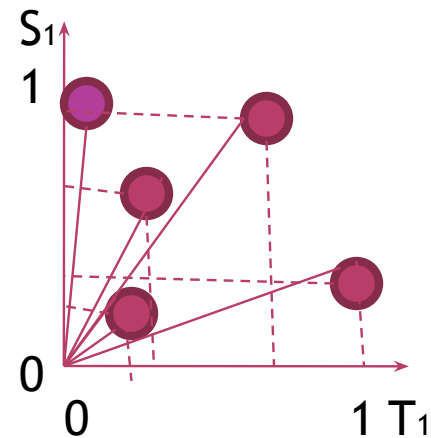
$$\left\{ \begin{array}{l} S_1 = 1 - [5nK]^{-1} \cdot \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q q \cdot z(i, j, k, q) \rightarrow \min; \\ T_1 = \frac{1}{D} \sum_k \max_i \max_j \sum_q z(i, j, k, q) \cdot t(i, j, k, q) \rightarrow \min; \\ D = \max_i \max_j \max_k \max_q t(i, j, k, q); \\ \forall k, \forall j: \sum_i \sum_q z(i, j, k, q) = 1; \\ \forall k, \exists i: \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{q=3}^{q=5} z(i, j, k, q) = n; \\ \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q q \cdot z(i, j, k, q) \geq S \cdot n \cdot K; \\ \forall i, \forall j, \forall k, \forall q: z(i, j, k, q) = 1, 0. \end{array} \right. \quad (5)$$



# ПЕРЕХОД К ОДНОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ

- Оптимальные решения задач (5) и (6) совпадают:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 F = \sqrt{S_1^2 + T_1^2} \rightarrow \min; \\
 S_1 = \left[ 1 - (5nK)^{-1} \cdot \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q q \cdot z(i, j, k, q) \right]; \\
 T_1 = \frac{1}{D} \sum_k \max_i \max_j \sum_q z(i, j, k, q) \cdot t(i, j, k, q); \\
 D = \max_i \max_j \max_k \max_q t(i, j, k, q); \\
 \forall k, \forall j: \sum_i \sum_q z(i, j, k, q) = 1; \\
 \forall k, \exists i: \sum_{j=1}^{j=n} \sum_{q=3}^{q=5} z(i, j, k, q) = n; \\
 \sum_i \sum_j \sum_k \sum_q q \cdot z(i, j, k, q) \geq S \cdot n \cdot K; \\
 \forall i, \forall j, \forall k, \forall q: z(i, j, k, q) = 1, 0.
 \end{array} \right. \quad (6)$$



# САМОСТОЯТЕЛЬНО

Переформулировать задачи (5) и (6) таким образом, чтобы минимальное время формирования любого понятия у любого ученика не обязательно равнялось нулю.

# ФОРМА ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ЗАДАЧИ 6

Для каждого  $k$ -го понятия формируется матрица  $M_k$ , строки которой отвечают различным методам обучения, которые могут быть использованы преподавателем при формировании  $k$ -го понятия, а столбцы - ученикам. В каждой ячейке  $M_k(i, j)$  содержатся три числа: первое отражает прогнозируемое время формирования  $k$ -го понятия  $i$ -м методом у  $j$ -го ученика на тройку, второе - на четверку, третье - на пятерку.

	5,7,9	7,8,11	1,3,5	12,13,16
	4,5,6	11,13,16	3,4,8	7,9,12
$M_k =$	6,8,10	9,10,11	5,8,11	10,13,15
	7,9,14	14,15,16	4,7,10	5,10,15
	8,11,14	16,19,22	2,5,8	20,22,24



# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРЕМЕННЫХ ГРАНИЦ ФОРМИРОВАНИЯ К-ГО ПОНЯТИЯ

Пусть  $M_k(i, j, q)$  -  $q$ -й элемент ячейки  $M_k(i, j)$  таблицы  $M_k$  (очевидно, что  $0 < q < 4$ , и  $q$  - целое).

				$t_H(i)$	$t_B(i)$	
$M_k =$	5,7, <b>9</b>	7,8, <b>11</b>	1,3, <b>5</b>	<b>12</b> ,13,16	12	16
	4,5, <b>6</b>	<b>11</b> ,13,17	3,4, <b>8</b>	7, <b>9</b> ,12	11	17
	6,8, <b>10</b>	9, <b>10</b> ,11	5, <b>8</b> ,11	<b>10</b> ,13,18	10	18
	7,9, <b>14</b>	<b>14</b> ,15,16	4,7, <b>10</b>	5, <b>10</b> ,15	14	16
	8,11, <b>14</b>	16, <b>19</b> ,22	2,5, <b>8</b>	<b>20</b> ,22,24	20	24

Нижняя граница прогнозируемого времени усвоения всеми студентами  $k$  - го понятия равна:

$$t_H = \min_i t_H(i) = \max_j \min_q M_k(i, j, q);$$

а верхняя:

$$t_B = \min_i t_B(i) = \max_j \max_q M_k(i, j, q);$$

# ОТБРАСЫВАНИЕ НЕЭФФЕКТИВНЫХ СТРАТЕГИЙ

Легко убедиться, что  $t_n = 10$ , а  $t_b = 16$ . Стратегии, выходящие за диапазон (10 - 16) неэффективны.

				$t_n(i)$	$t_b(i)$	
$M_k =$	5,7, <b>9</b>	7,8, <b>11</b>	1,3, <b>5</b>	<b>12</b> ,13,16	12	16
	4,5, <b>6</b>	<b>11</b> ,13,17	3,4, <b>8</b>	7, <b>9</b> ,12	11	17
	6,8, <b>10</b>	9, <b>10</b> ,11	5, <b>8</b> ,11	<b>10</b> ,13,18	10	18
	7,9, <b>14</b>	<b>14</b> ,15,16	4,7, <b>10</b>	5, <b>10</b> ,15	14	16
	8,11, <b>14</b>	16, <b>19</b> ,22	2,5, <b>8</b>	<b>20</b> ,22,24	20	24

Выше в матрице  $M_k$  строки, отвечающие неэффективным применительно к выбранной группе учеников методам, выделены серым цветом.

# ПРЕОБРАЗОВАНИЕ МАТРИЦЫ $M_k$

5,7, <b>9</b>	7,8, <b>11</b>	1,3, <b>5</b>	<b>12</b> ,13,16
4,5, <b>6</b>	<b>11</b> ,13,17	3,4, <b>8</b>	7, <b>9</b> ,12
6,8, <b>10</b>	9, <b>10</b> ,11	5, <b>8</b> ,11	<b>10</b> ,13,18
7,9, <b>14</b>	<b>14</b> ,15,16	4,7, <b>10</b>	5, <b>10</b> ,15
8,11, <b>14</b>	16, <b>19</b> ,22	2,5, <b>8</b>	<b>20</b> ,22,24



$M'_k$

5,7,9	7,8,11	1,3,5	12,13,16
6,8,10	9,10,11	5,8,11	10,13,18
7,9,14	14,15,16	4,7,10	5,10,15

## ПОИСК ОПТИМАЛЬНОЙ ПО ПАРЕТО СТРАТЕГИИ НА МАТРИЦЕ $M'_k$ ПЕРЕБОРОМ «Т»

№	T	$T' = T/T_{\max}$	S	$S' = S/(5n)$	$R^2 = [1 - S']^2 + [0 - T']^2$
1	10	0,625	16	0,8	0,430625
2	11	0,6875	17	0,85	0,49515625
3	12	0,75	18	0,9	0,5725
4	13	0,8125	19	0,95	0,66265625
5	14	0,875	19	0,95	0,768125
6	15	0,9375	19	0,95	0,87890625
7	16	1	20	1	1,0

**Т. О. наилучшему методу формирования k-го понятия соответствует первая строка матрицы  $M'_k$**

# САМОСТОЯТЕЛЬНО ОПРЕДЕЛИТЬ ОПТИМАЛЬНЫЙ ПО ПАРЕТО МЕТОД ОБУЧЕНИЯ

Каждая 4X4 таблица применительно к первому понятию (k=1) отображает сочетание «студент-метод-время усвоения-оценка»

№ 1

5,6,8	8,9,11	11,12,14	12,13,14
4,5,7	11,12,13	3,4,8	7,8,9
6,7,9	9,10,11	5,7,9	16,17,18
7,8,9	14,16,18	4,7,11	5,6,8

№ 2

3,4,5	4,7,8	13,15,19	10,11,12
4,8,12	8,10,11	10,11,13	7,13,17
10,13,16	4,8,9	3,5,10	7,10,12
7,8,9	14,15,17	14,17,18	10,12,15

№ 3

15,16,17	8,9,11	1,3,15	12,15,16
14,15,16	11,14,17	3,5,14	7,14,20
16,18,20	9,11,14	5,10,15	10,12,14
17,18,19	14,15,18	4,11,19	5,10,19

№ 4

25,27,29	8,11,21	10,20,31	12,21,24
14,15,20	11,17,21	21,22,23	7,9,21
16,17,19	19,20,21	14,15,19	8,10,20
17,18,19	14,17,20	12,18,24	5,14,23

№ 5

40,41,45	27,31,38	35,39,41	12,27,39
27,31,34	11,21,32	34,39,43	37,39,41
36,37,40	27,31,39	23,35,45	10,20,40
17,27,37	14,24,33	24,35,44	17,34,45

№ 6

15,16,17	8,9,12	10,11,12	11,12,13
4,6,8	11,12,14	3,10,12	7,9,12
16,17,18	9,10,11	5,6,7	10,12,14
7,8,9	14,15,17	4,7,12	15,16,17

№ 7

5,10,15	8,10,18	13,15,20	12,14,16
14,15,17	11,12,16	3,8,15	7,12,17
6,12,22	9,13,16	5,12,17	10,15,19
17,18,19	14,17,20	4,10,16	5,7,15

№ 8

15,16,17	8,9,15	12,19,31	10,12,27
14,17,19	11,15,23	23,24,25	7,12,16
6,12,18	9,15,20	25,27,29	10,20,27
24,25,27	14,22,29	4,14,23	15,23,31

№ 9

12,25,35	23,25,28	11,21,31	12,23,31
14,21,31	11,19,29	12,22,33	13,23,17
30,34,36	12,19,29	25,26,27	10,15,25
23,25,27	14,25,31	27,30,34	15,18,29

№ 10

15,25,35	18,30,48	20,30,51	12,25,39
34,44,54	11,35,51	27,37,43	24,37,45
56,59,62	39,45,52	25,35,45	40,45,51
34,46,57	14,23,43	34,41,53	45,46,49

# САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Требуется для подготовки к соревнованиям выбрать одного студента из группы и определить оптимальную по Парето стратегию подачи ему материала таким образом, чтобы соответствующая ему функция  $F$  системы (6) была минимальна. Дать формальную постановку этой задачи.
2. Предложить алгоритм решения задачи выбора, сформулированной выше в п.п.1.
3. Пользуясь двумя одноименными таблицами, представленными на слайдах 15 и 16 и предложенным Вами в п.п.2 алгоритмом, решить сформулированную в п.п.1 задачу выбора студента при условии, что  $K = 2$ .

## КАЖДАЯ 4X4 ТАБЛИЦА ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ПЕРВОМУ ПОНЯТИЮ (K=1) ОТОБРАЖАЕТ СОЧЕТАНИЕ «СТУДЕНТ-МЕТОД-ВРЕМЯ УСВОЕНИЯ-ОЦЕНКА»

№ 1

5,6,8	8,9,11	11,12,14	12,13,14
4,5,7	11,12,13	3,4,8	7,8,9
6,7,9	9,10,11	5,7,9	16,17,18
7,8,9	14,16,18	4,7,11	5,6,8

№ 3

3,4,5	4,7,8	13,15,19	10,11,12
4,8,12	8,10,11	10,11,13	7,13,17
10,13,16	4,8,9	3,5,10	7,10,12
7,8,9	14,15,17	14,17,18	10,12,15

№ 5

15,16,17	8,9,11	1,3,15	12,15,16
14,15,16	11,14,17	3,5,14	7,14,20
16,18,20	9,11,14	5,10,15	10,12,14
17,18,19	14,15,18	4,11,19	5,10,19

№7

25,27,29	8,11,21	10,20,31	12,21,24
14,15,20	11,17,21	21,22,23	7,9,21
16,17,19	19,20,21	14,15,19	8,10,20
17,18,19	14,17,20	12,18,24	5,14,23

№ 9

40,41,45	27,31,38	35,39,41	12,27,39
27,31,34	11,21,32	34,39,43	37,39,41
36,37,40	27,31,39	23,35,45	10,20,40
17,27,37	14,24,33	24,35,44	17,34,45

№ 2

15,16,17	8,9,12	10,11,12	11,12,13
4,6,8	11,12,14	3,10,12	7,9,12
16,17,18	9,10,11	5,6,7	10,12,14
7,8,9	14,15,17	4,7,12	15,16,17

№ 4

5,10,15	8,10,18	13,15,20	12,14,16
14,15,17	11,12,16	3,8,15	7,12,17
6,12,22	9,13,16	5,12,17	10,15,19
17,18,19	14,17,20	4,10,16	5,7,15

№ 6

15,16,17	8,9,15	12,19,31	10,12,27
14,17,19	11,15,23	23,24,25	7,12,16
6,12,18	9,15,20	25,27,29	10,20,27
24,25,27	14,22,29	4,14,23	15,23,31

№ 8

12,25,35	23,25,28	11,21,31	12,23,31
14,21,31	11,19,29	,12,22,33	13,23,17
30,34,36	12,19,29	25,26,27	10,15,25
23,25,27	14,25,31	27,30,34	15,18,29

№ 10

15,25,35	18,30,48	20,30,51	12,25,39
34,44,54	11,35,51	27,37,43	24,37,45
56,59,62	39,45,52	25,35,45	40,45,51
34,46,57	14,23,43	34,41,53	45,46,49

# КАЖДАЯ 4Х4 ТАБЛИЦА ПРИМЕНИТЕЛЬНО КО ВТОРОМУ ПОНЯТИЮ (K=2) ОТОБРАЖАЕТ СОЧЕТАНИЕ «СТУДЕНТ-МЕТОД-ВРЕМЯ-ОЦЕНКА»

№ 1

15,16,17	8,10,11	10,11,14	10,12,13
14,15,16	10,12,14	13,14,15	7,18,19
5,7,8	8,10,12	15,17,19	6,7,8
5,17,19	4,6,8	2,6,12	4,5,8

№ 3

13,14,15	14,17,18	3,5,9	10,12,14
3,7,12	5,7,11	8,11,12	7,10,14
10,11,12	3,18,19	3,15,17	7,9,11
7,18,29	10,12,16	4,7,8	1,2,5

№ 5

5,6,7	8,9,21	11,13,15	12,14,16
12,14,17	10,14,18	3,10,14	7,14,19
12,15,19	9,10,14	5,12,15	7,12,13
11,15,19	8,13,16	3,7,9	5,8,9

№ 7

15,17,19	12,15,21	10,20,21	12,13,14
10,15,20	11,19,21	11,14,23	7,9,12
16,17,19	11,13,14	14,15,19	8,10,14
12,15,19	14,17,18	11,18,20	5,6,13

№ 9

10,11,15	17,21,28	15,29,31	12,17,19
17,21,34	11,21,22	14,29,33	17,29,31
16,17,24	17,21,39	13,25,35	10,20,30
7,17,37	14,24,33	24,25,27	17,24,25

№ 2

5,6,7	4,19,21	9,12,14	12,14,16
3,7,9	8,9,14	3,9,12	5,8,11
4,17,18	5,10,11	3,6,11	8,11,15
17,18,21	4,12,18	14,13,15	2,8,16

№ 4

7,10,14	8,11,13	13,14,17	11,13,19
12,14,16	11,12,13	3,7,10	7,11,14
6,11,12	9,10,15	5,9,17	4,15,17
12,14,19	12,17,18	4,8,14	5,11,15

№ 6

4,6,9	7,9,11	3,7,13	4,12,16
10,11,14	9,10,13	12,13,17	8,11,15
6,12,14	8,12,18	11,17,18	10,12,14
12,13,17	14,16,19	4,10,15	15,16,18

№ 8

12,25,35	23,25,28	11,12,31	12,23,18
14,17,21	11,18,19	12,14,16	13,15,17
10,14,16	12,16,29	15,16,17	20,23,25
13,15,17	14,22,31	17,20,34	15,28,29

№ 10

15,16,25	18,20,21	20,30,31	12,13,19
14,24,34	11,25,31	7,17,23	14,17,25
16,19,22	9,15,22	15,25,35	10,15,21
15,16,17	14,17,23	14,20,23	15,16,19