

Обобщающие показатели

1. Абсолютные показатели, их виды
2. Относительные показатели, их виды
3. Средние показатели, их виды

Обобщающие статистические показатели — отражают количественную сторону изучаемой совокупности и служат базой анализа и прогнозирования социально-экономического развития отдельных предприятий, регионов и страны в целом.

В зависимости от исследуемого признака обобщающие показатели выражаются через **абсолютные, относительные и средние величины.**

Выделяют:

- натуральные (шт, га, тонн, км и т.д.);
- условно-натуральные (усл. гол; условное мыло, содержащее 40% жирных кислот)
- стоимостные (руб, коп) ;
- трудовые единицы измерения (чел-час, чел-дней).

Виды абсолютных показателей:

По степени охвата исследуемой совокупности
:

- индивидуальные, характеризующие отдельные единицы совокупности;
- общие, отражающие размеры признака в совокупности в целом .

- **Моментные** — показывают фактическое наличие или уровень явления на определенный момент, т.е. на дату;
- **Интервальные** — итоговый накопленный материал за какой-либо период;

Виды относительных показателей:

1. **относительный показатель плана (ОПП)** - характеризует отношение плановой величины к величине, достигнутой в прошлом периоде:

$$ОПП = \frac{x_{пл}}{x_0}$$

2. **относительный показатель выполнения плана**— характеризует уровень выполнения плана:

$$ОПВП = \frac{x_1}{x_{пл}}$$

3. Относительный показатель динамики – характеризует изменение изучаемого явления во времени, выявляет направление развития и измеряет интенсивность развития явления:

$$ОПД = \frac{x_1}{x_0}$$

Произведение **относительного показателя плана** на **относительный показатель выполнения плана** дает **относительный показатель динамики**:

$$ОПП * ОПВП = ОПД$$

Таблица 1 – Оборот фирмы

Показатель	2014 г x_0	2015 г	
		По плану $x_{пл}$	Фактически x_1
Оборот, млн. руб.	20	28	26

- 4. Относительный показатель структуры** – характеризует состав изучаемых совокупностей:

$$ОПС = \frac{x_i}{\sum x}$$

- 5. Относительный показатель сравнения** – характеризует количественное соотношение одноименных показателей, относящихся к различным объектам статистического наблюдения:

$$ОПС_r = \frac{\text{величина_объекта_}A}{\text{величина_объекта_}B}$$

- 6. Относительный показатель координации** — характеризует соотношение между отдельными частями одной статистической совокупности:

$$ОПК = \frac{\text{одна часть целого}}{\text{другая часть целого}}$$

- 7. Относительный показатель интенсивности** — характеризует степень распространения изучаемого явления в присущей ему среде:

$$ОПИ = \frac{\text{размер явления}}{\text{среда распространения этого явления}}$$

Виды средних величин:

1. Средняя арифметическая простая:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

Средняя арифметическая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + x_3 f_3 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

Таблица 2 - Численность и заработная плата работников предприятия

Категории работников	Численность, чел. (<i>f</i>)	Заработная плата 1 работника за месяц, руб. (<i>x</i>)
Рабочие	80	17000
Служащие	20	32000
Итого	100	?

Математические свойства средней арифметической:

1. Произведение средней на сумму частот равно сумме произведений отдельных вариантов на соответствующие им частоты:

$$\bar{x} \sum f = \sum x * f$$

2. Сумма отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической равна нулю:

$$\sum (x - \bar{x}) = 0 \qquad \sum (x - \bar{x}) * f = 0$$

3. Сумма квадратов отклонений индивидуальных значений признака от средней арифметической меньше, чем сумма квадратов отклонений от любой другой произвольной величины A:

$$\sum (x - \bar{x})^2 \leq \sum (x - A)^2$$

4. От уменьшения или увеличения частот каждого значения признака x в A раз величина средней арифметической не изменится:

$$\bar{x} = \frac{\sum x * \frac{f}{A}}{\sum \frac{f}{A}}$$

5. Если от каждого варианта вычесть или к каждому варианту прибавить какое-либо постоянное число A , то средняя уменьшается или увеличивается на то же самое число A :

$$\frac{\sum (x \pm A) * f}{\sum f} = \bar{x} \pm A$$

6. Если все варианты значений признака уменьшить или увеличить в A раз, то средняя также соответственно увеличится или уменьшится в A раз:

$$\frac{\sum \frac{x}{A} * f}{\sum f} = \frac{\bar{x}}{A}$$

7. Общий множитель индивидуальных значений признака может быть вынесен за знак средней:

$$\overline{A * x} = A * \bar{x}$$

8. Средняя суммы (разности) двух или нескольких величин равна сумме (разности) их средних:

$$\overline{x \pm y} = \bar{x} \pm \bar{y}$$

2. Средняя гармоническая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{\sum W}{\sum \frac{W}{x}} = \frac{W_1 + W_2 + W_3 + \dots + W_n}{\frac{W_1}{x_1} + \frac{W_2}{x_2} + \frac{W_3}{x_3} + \dots + \frac{W_n}{x_n}}$$

Средняя гармоническая простая:

$$\bar{x} = \frac{n}{\sum \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

Таблица 3 - Заработная плата и фонд заработной платы предприятия

Категории работников	Заработная плата 1 работника за месяц, руб. x	Фонд заработной платы, руб. W
Рабочие	17000	1360000
служащие	32000	640000
Итого	?	2000000

$$\bar{x} = \frac{1360000 + 640000}{\frac{1360000}{17000} + \frac{640000}{32000}} = \frac{2000000}{80 + 20} = 20000 \text{ руб}$$

3. Средняя хронологическая простая:

$$\bar{x} = \frac{1/2x_1 + x_2 + x_3 + \dots + 1/2x_n}{n-1}$$

Средняя хронологическая взвешенная:

$$\bar{x} = \frac{(x_1 + x_2) * t_1 + (x_2 + x_3) * t_2 + \dots + (x_{n-1} + x_n) * t_{n-1}}{2 * \sum t}$$

Таблица 4 - Численность работников предприятия

Даты	1 января 2013 г	1 апреля 2013 г	1 июля 2013 г	1 октября 2013 г	1 января 2014 г
Числен- ность, чел	500	550	530	545	520

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2} 500 + 550 + 530 + 545 + \frac{1}{2} 520}{5 - 1} \approx 534 \text{ чел}$$

Таблица 5 - Численность работников предприятия

Даты	1 января 2013 г	1 мая 2013 г	1 июля 2013 г	1 ноября 2013 г	1 января 2014 г
Числен- ность, чел	500	550	530	545	520

$$x = \frac{(500 + 550) * 4 + (550 + 530) * 2 + (530 + 545) * 4 + (545 + 520) * 2}{2 * (4 + 2 + 4 + 2)} \approx 533 \text{ чел}$$

4. Средняя геометрическая:

$$\bar{x} = \sqrt[n]{\frac{x_n}{x_1}}$$

$$\bar{x} = \sqrt[m]{k_1 * k_2 * k_3 * \dots * k_m}$$

$$k = \frac{x_i}{x_{i-1}}$$

Таблица 6 - Динамика производства продукции на предприятии

Годы	Производство продукции, млн. руб.	Цепные коэффициенты роста
2009	120	-
2010	128	1,067
2011	119	0,930
2012	116	0,975
2013	125	1,078

$$\bar{x} = \sqrt[5-1]{\frac{125}{120}} = 1,010 * 100 = 101\%$$

$$\bar{x} = \sqrt[4]{1,067 * 0,930 * 0,975 * 1,078} = 1,010 * 100 = 101\%$$

5. Средняя квадратическая простая:

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}}$$

Средняя квадратическая взвешенная:

$$\bar{X} = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 f_i}{\sum f_i}}$$

6. Средняя кубическая простая:

$$\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3}{n}}$$

Средняя кубическая взвешенная:

$$\bar{X} = \sqrt[3]{\frac{\sum x_i^3 f_i}{\sum f_i}}$$

Структурные средние:

- Мода:

$$Mo = x_0 + h \cdot \frac{(f_{Mo} - f_{Mo-1})}{(f_{Mo} - f_{Mo-1}) + (f_{Mo} - f_{Mo+1})}$$

- Медиана:

$$\tilde{x} = \tilde{o}_0 + h \cdot \frac{\frac{1}{2} \sum f - S_{Me-1}}{f_{Me}}$$

Распределение работников по стажу работы

<i>Стаж, лет</i>	до 2	2-4	4-6	6-8	8-10	св. 10
<i>Число работников, чел</i>	4	23	20	35	11	7

$$Mo = 6 + 2 * \frac{(35 - 20)}{(35 - 20) + (35 - 11)} = 6,7 \text{ года}$$

Распределение работников по стажу работы

<i>Стаж, лет</i>	до 2	2-4	4-6	6-8	8-10	св. 10
<i>Число работников, чел (f)</i>	4	23	20	35	11	7
<i>Накопленные частоты, (S)</i>	4	27	47	82	93	100

$$Me = 6 + 2 \cdot \frac{\frac{1}{2} \sum 100 - 47}{35} = 6,17 \text{ года}$$