

Свойства функции.

СВОЙСТВА ФУНКЦИИ

Алгоритм описания свойств функции

1. Область определения функции
2. Область значений функции
3. Нули функции
4. Четность
5. Промежутки знакопостоянства
6. Непрерывность
7. Монотонность
8. Наибольшее и наименьшее значения
9. Ограниченность
10. Выпуклость

1. Область определения

Область определения функции – все значения, которые принимает независимая переменная.

Обозначается : $D(f)$.

Пример. Функция задана формулой $y = \frac{6}{x^2 - 9}$

Данная формула имеет смысл при всех значениях $x \neq -3, x \neq 3,$

поэтому $D(y) = (-\infty; -3) \cup (-3; 3) \cup (3; +\infty)$

2. Область значений

Область (множество) значений функции – все значения, которые принимает зависимая переменная.

Обозначается : $E(f)$

Пример. Функция задана формулой $y =$

$$x^2 + 9$$

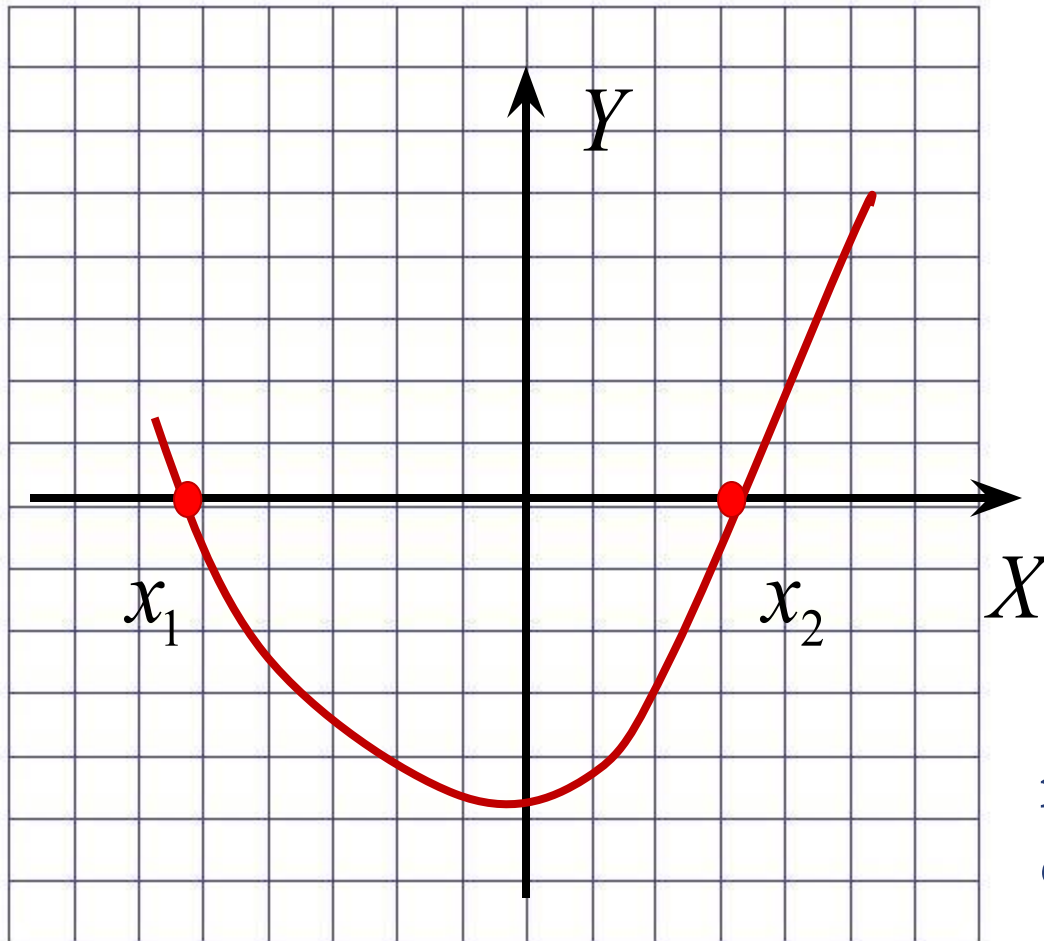
Данная функция является квадратичной
график – парабола, вершина $(0; 9)$

поэтому $E(y) = [9; +\infty)$

3. Нули

Нули функции $y = f(x)$ называется такое значение аргумента x_0 , при котором функция обращается в нуль: $f(x_0) = 0$.

Нули функции - абсциссы точек пересечения графика с Ox

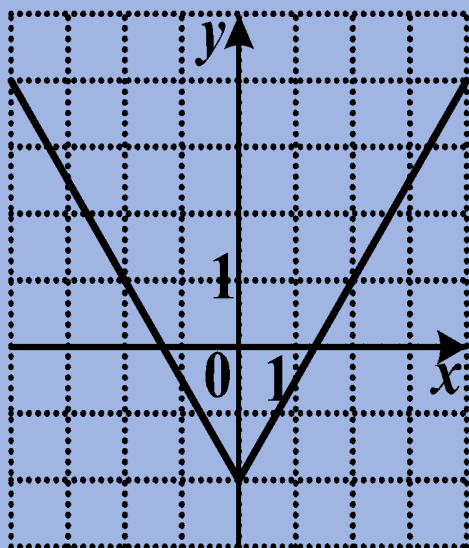


x_1, x_2 - нули
функции

4.

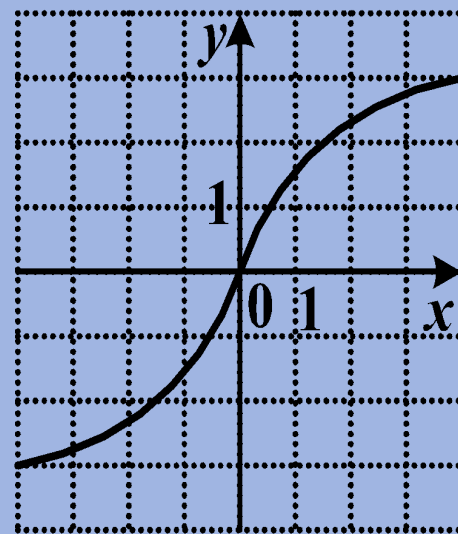
Четная функция

Функция $y = f(x)$ называется четной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = f(x)$. График четной функции симметричен относительно *оси ординат*.



Нечетная функция

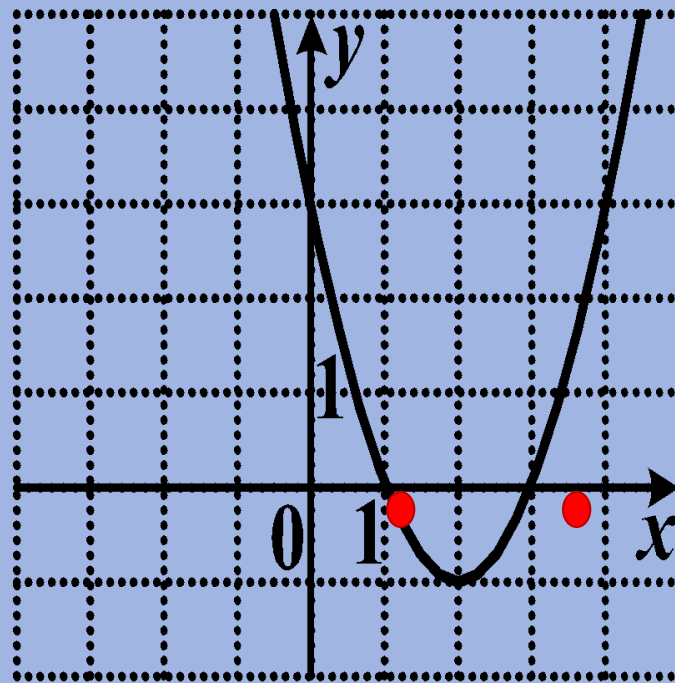
Функция $y = f(x)$ называется нечетной, если для любого x из области определения выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$. График нечетной функции симметричен относительно *начала координат*.



5. Промежутки знакопостоянства

Промежутки, на которых непрерывная функция сохраняет свой знак и не обращается в нуль, называются **промежутками знакопостоянства**.

$y > 0$ (график
расположен выше оси
OX) при $x \in (-\infty; 1) \cup$
 $(3; +\infty)$,
 $y < 0$ (график
расположен ниже OX)
при $x \in (1; 3)$



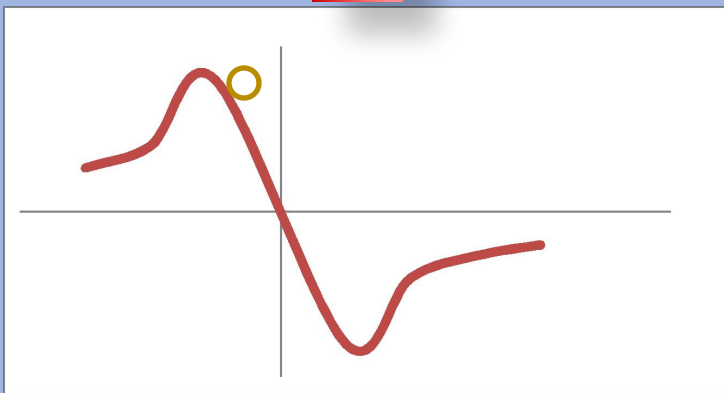
6. Непрерывность

Функция называется **непрерывной** на промежутке, если она определена на этом промежутке и непрерывна в каждой точке этого промежутка.

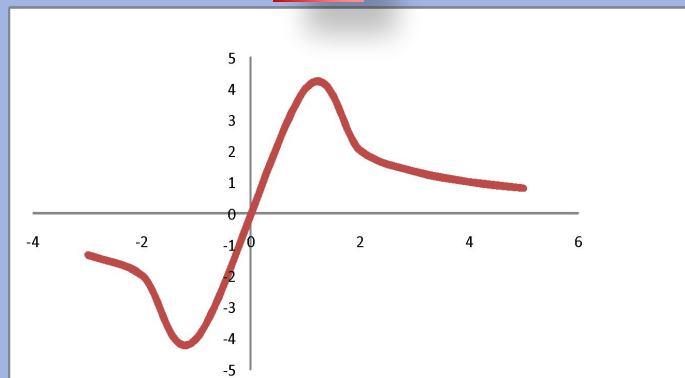
Непрерывность функции на промежутке X означает, что график функции на всей области определения сплошной, т.е. не имеет проколов и скачков.

Задание . Определите, на каком из рисунков изображен график непрерывной функции .

1

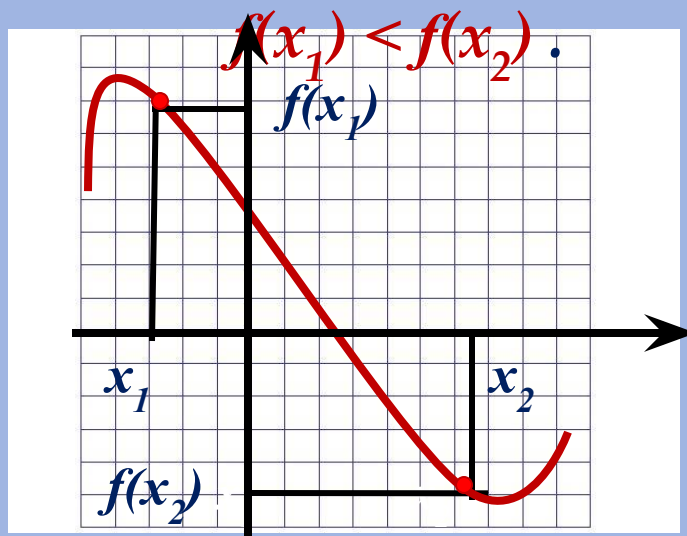


2

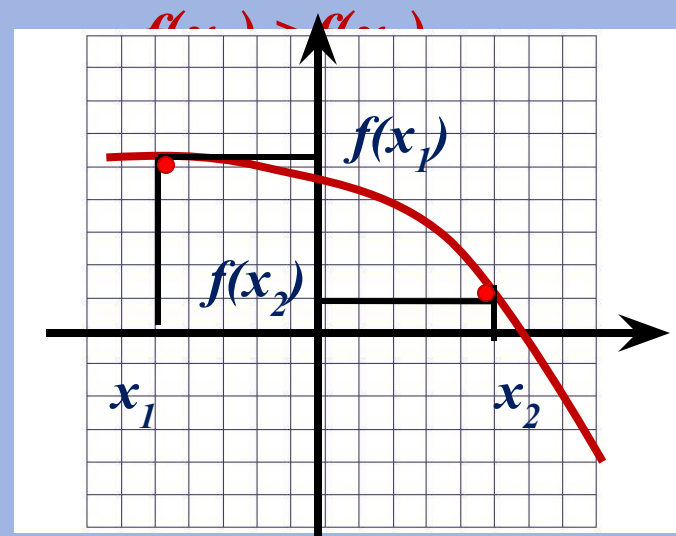


7. Монотонность

Функцию $y = f(x)$ называют **возрастающей** на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 из области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство



Функцию $y = f(x)$ называют **убывающей** на множестве X , если для любых двух точек x_1 и x_2 из области определения, таких, что $x_1 < x_2$, выполняется неравенство



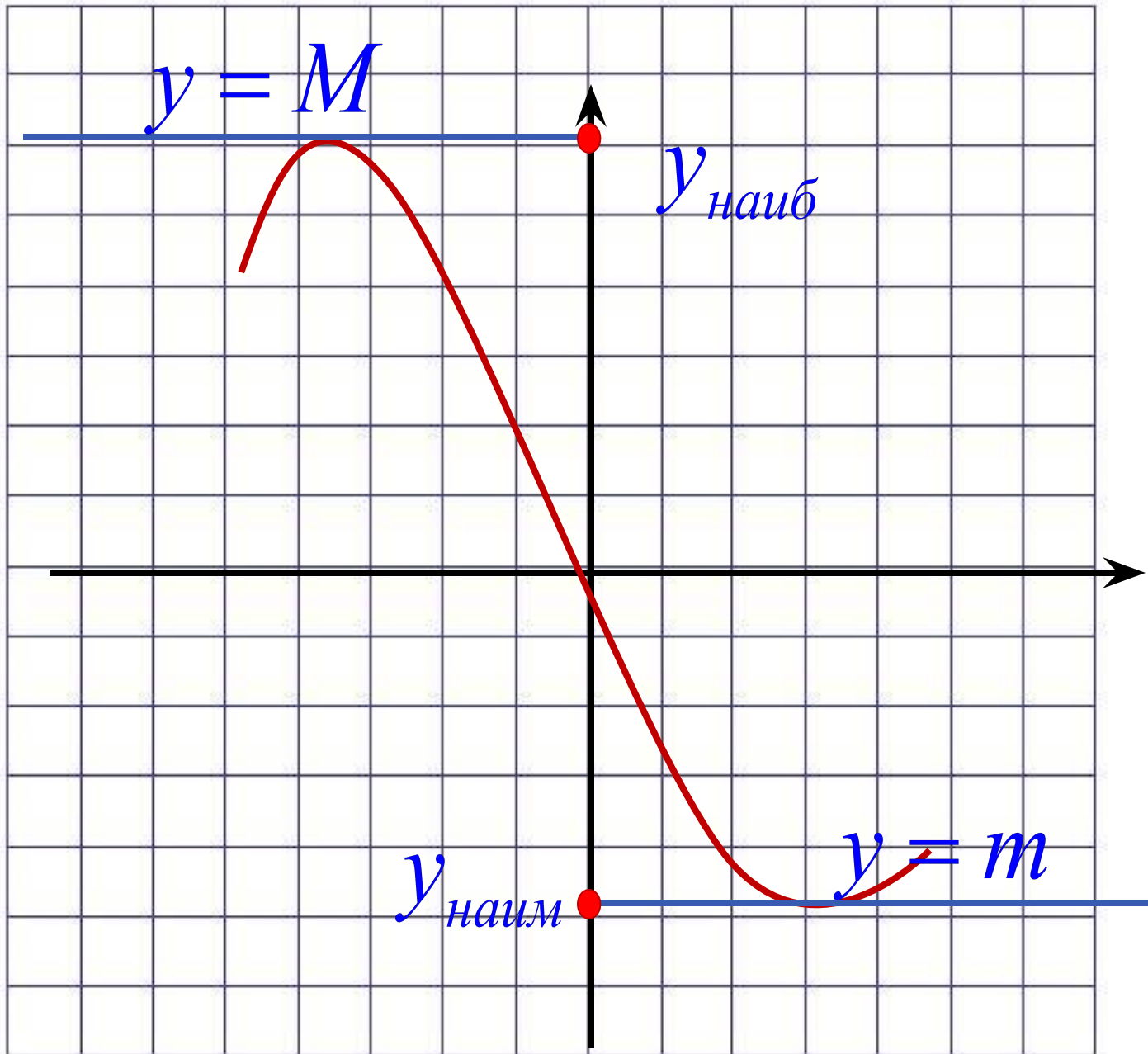
8. Наибольшее и наименьшее значения

Число m называют наименьшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X , если:

- 1) в области определения существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = m$.
- 2) всех x из области определения выполняется неравенство $f(x) \geq f(x_0)$.

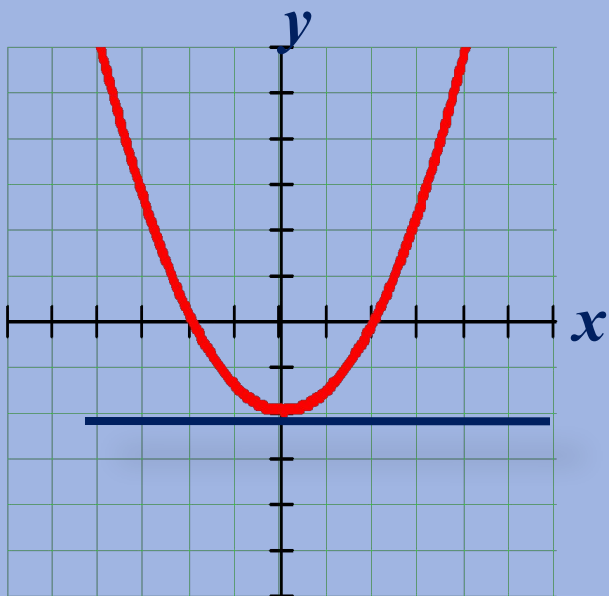
Число M называют наибольшим значением функции $y = f(x)$ на множестве X , если:

- 1) в области определения существует такая точка x_0 , что $f(x_0) = M$.
- 2) для всех x из области определения выполняется неравенство $f(x) \leq f(x_0)$.

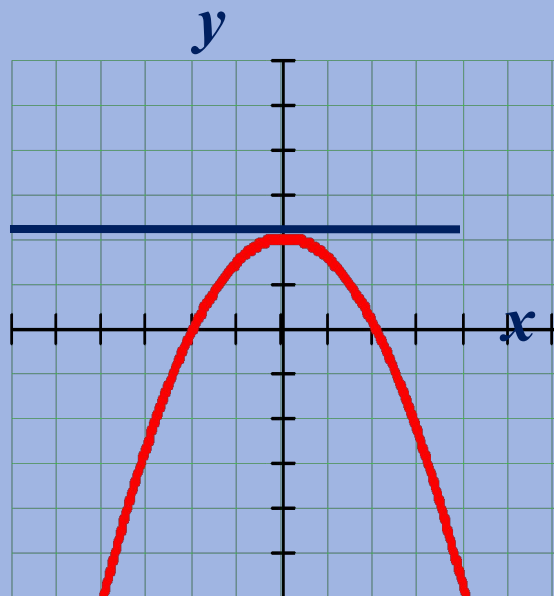


9. Ограниченность

Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной снизу на множестве X , если все значения функции на множестве X больше некоторого числа.

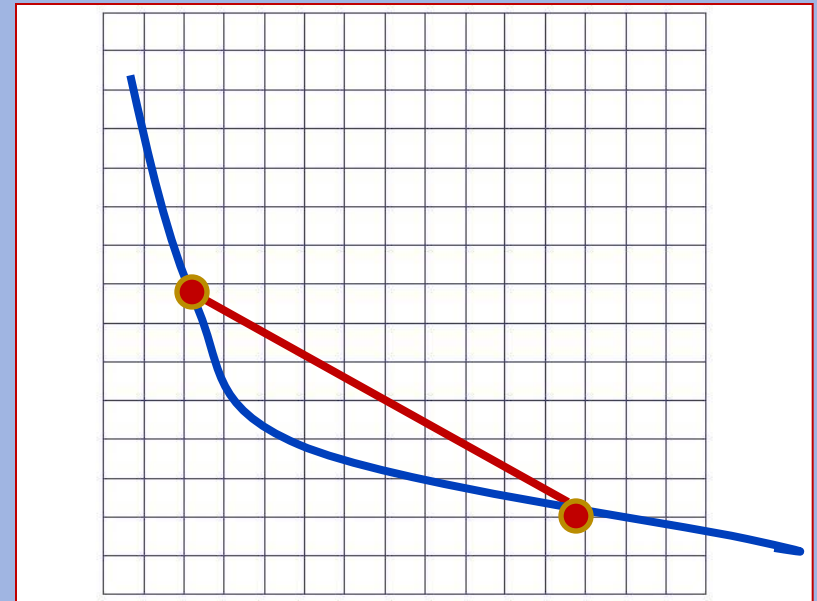


Функцию $y = f(x)$ называют ограниченной сверху на множестве X , если все значения функции на множестве X меньше некоторого числа.



10. Выпуклость

Функция выпукла вниз на промежутке X если, соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика лежит ниже проведенного отрезка.



Функция выпукла вверх на промежутке X , если соединив любые две точки ее графика отрезком прямой, мы обнаружим, что соответствующая часть графика

