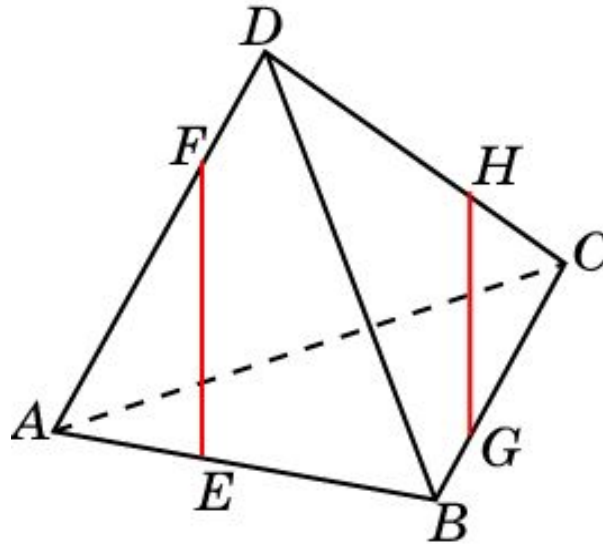


Упражнение 14

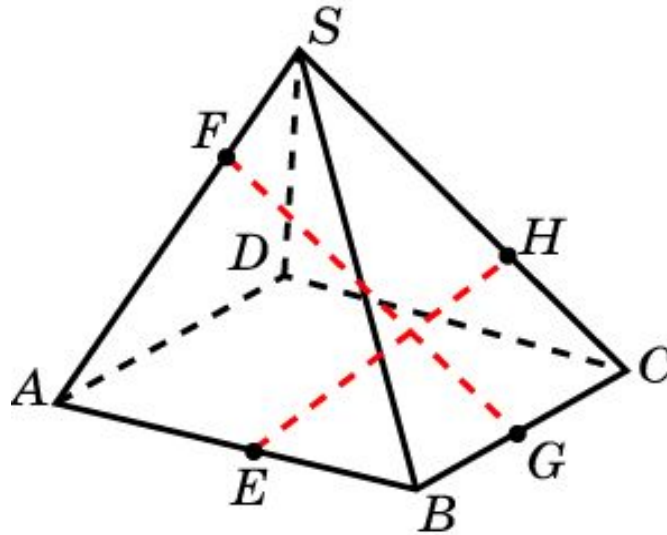
Как в пространстве расположены прямые EF и GH , проведенные в плоскостях граней тетраэдра?



Ответ: Прямая GH пересекает плоскость ABD в точке, не принадлежащей прямой EF . Следовательно, по признаку скрещивающихся прямых, прямые EF и GH скрещиваются.

Упражнение 15

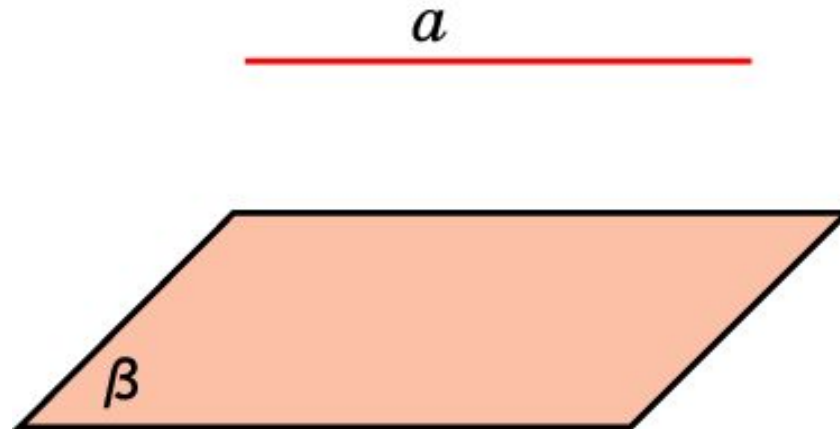
Как в пространстве расположены прямые EH и FG ?



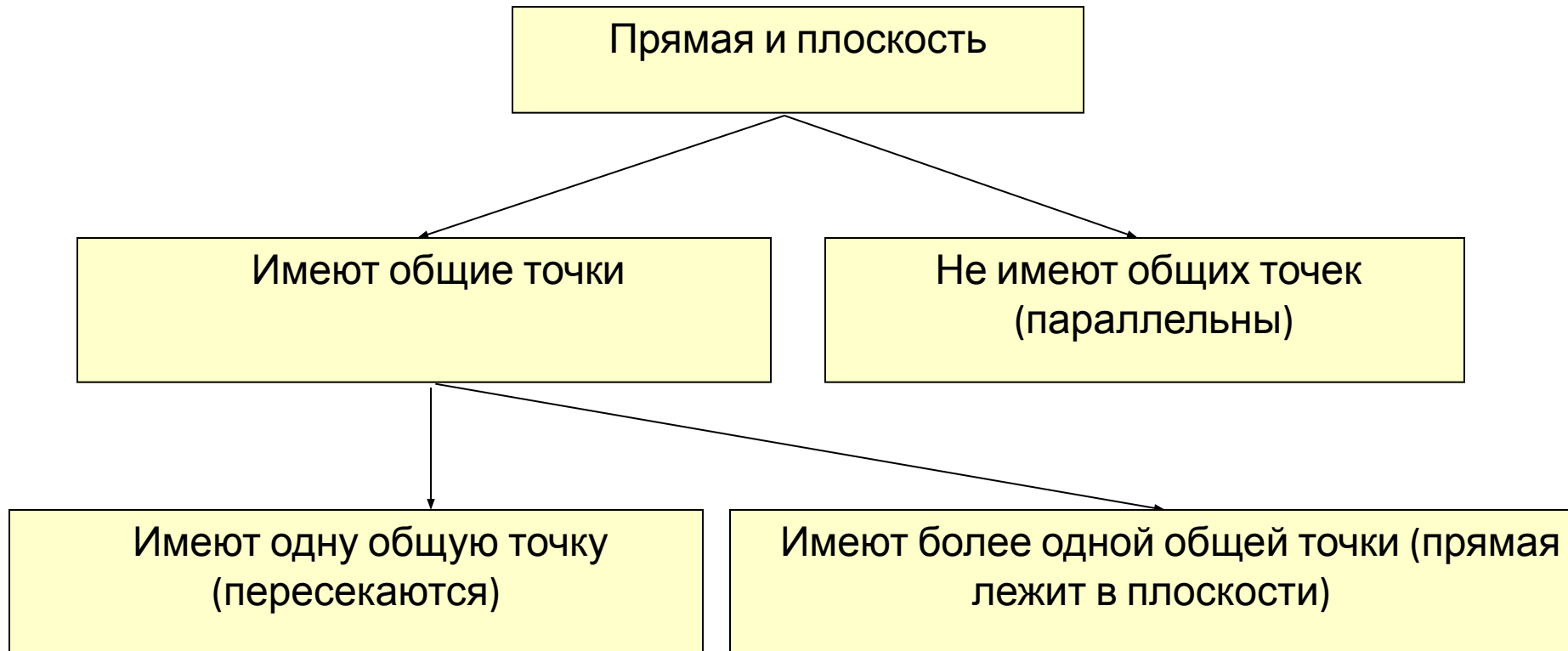
Ответ: По предыдущей задаче прямые EF и GH скрещиваются. Следовательно, точки E, F, G, H не принадлежат одной плоскости. Значит, прямые EH и FG скрещиваются.

ПАРАЛЛЕЛЬНОСТЬ ПРЯМОЙ И ПЛОСКОСТИ

Определение. Прямая называется параллельной плоскости, если она не имеет с ней ни одной общей точки.

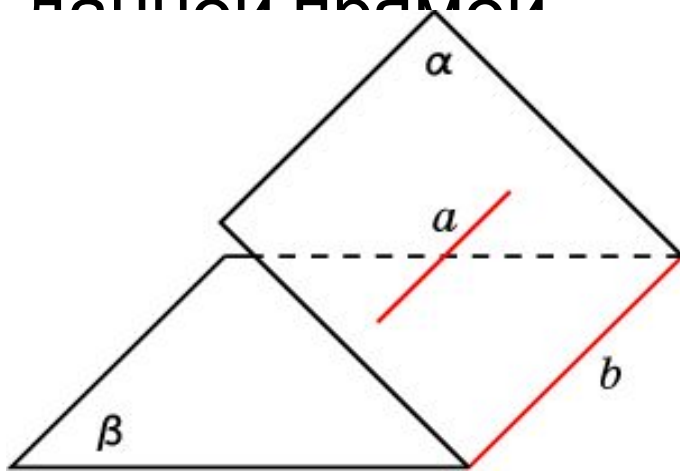


Взаимное расположение прямой и плоскости



Параллельности двух прямых

Если плоскость проходит через прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия их пересечения параллельна первой прямой.

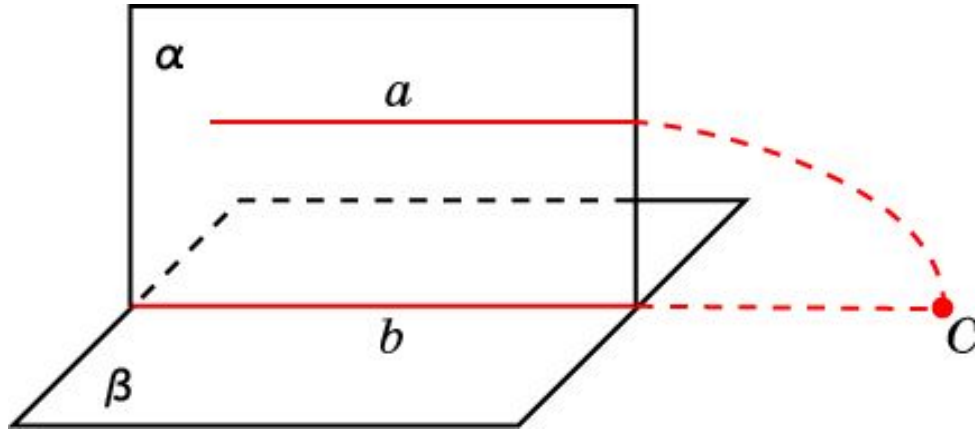


Доказательство. Пусть плоскость α проходит через прямую a , параллельную плоскости β , и прямая b является линией пересечения этих плоскостей. Докажем, что прямые a и b параллельны.

Действительно, они лежат в одной плоскости α . Кроме этого, прямая b лежит в плоскости β , а прямая a не пересекается с этой плоскостью. Следовательно, прямая a и подавно не пересекается с прямой b . Таким образом, прямые a и b лежат в одной плоскости и не пересекаются. Значит, они параллельны.

Признак параллельности прямой и плоскости

Если прямая, не лежащая в плоскости, параллельна некоторой прямой, лежащей в этой плоскости, то данная прямая параллельна самой плоскости.



Доказательство. Пусть прямая a не лежит в плоскости β и параллельна прямой b , лежащей в этой плоскости. Докажем, что прямая a параллельна плоскости β .

Предположим противное, т.е., что прямая a пересекает плоскость β в некоторой точке C .

Рассмотрим плоскость α , проходящую через прямые a и b ($a \parallel b$, по условию). Точка C принадлежит как плоскости β , так и плоскости α , т.е. принадлежит линии их пересечения - прямой b . Следовательно, прямые a и b пересекаются, что противоречит условию. Таким образом, $a \parallel \beta$.