

Методы решения тригонометрических уравнений

В создании проекта по алгебре
принимали участие ученики 10 класса
«Б»: Жевагина Анна, Исаков Вадим,
Чекмезова Виктория, Абанькин Артем,
Харавин Арсений



Существует несколько методов решения тригонометрических уравнений:

- ✓ Введение новой переменной
- ✓ Разложение на множители
- ✓ Однородное уравнение I степени
- ✓ Однородное уравнение II степени
- ✓ Метод вспомогательного аргумента
- ✓ Метод универсальной подстановки



Введение новой переменной

- **Пример :**

- $2 \sin^2 x + \sin x - 1 = 0$

- Пусть $\sin x = y$

- $2y^2 + y - 1 = 0$

- $D = b^2 - 4ac = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-1) = 1 + 8 = 9$

- $\sqrt{D} = 3$

- $y_1 = (-1+3)/4 = \frac{1}{2}$

- $y_2 = (-1-3)/4 = -1$

- $\sin x = \frac{1}{2}$ $\sin x = -1$

- $X = \frac{\pi}{6} + \pi n$ $x =$
 $3\frac{\pi n}{2} + \pi n$

- $n \in \mathbb{Z}$

- **Формулы:**

- $\sin x = y$

- $D = b^2 - 4ac$

- $y_{1,2} = (-b \pm \sqrt{D})/2a$



Разложение на множители

- **Пример :**

- $2\sin x \cos x - \sin x = 0$

- $\sin x(2\cos x - 1) = 0$

- $\sin x = 0$ $2\cos x - 1 = 0$

- $x = \pi n + \pi n$ $2\cos x = 1$

- $2x = 1$

- $x = \frac{1}{2}$

- $x = \frac{\pi}{3} + \pi n$

- $n \in \mathbb{Z}$

- **Формулы:**

- $\sin x \cos x \pm \sin x = 0$

- $\sin(\cos x \pm 1) = 0$

- $\cos x \sin x \pm \cos x = 0$

- $\cos x(\sin x \pm 1) = 0$



Однородное уравнение I степени

- **Пример :**

- $2\sin x - 3\cos x = 0 \mid \cos x \neq 0$

- $2 \operatorname{tg} x - 3 = 0$

- $2 \operatorname{tg} x = 3$

- $\operatorname{tg} x = 3/2$

- $x = \operatorname{arctg} 3/2 + \Pi n$

- $n \in \mathbb{Z}$

- **Формулы:**

- $A\sin x + B\cos x = 0 \mid \cos x \neq 0$

- $A\sin x + B\cos x = 0 \mid \sin x \neq 0$



Однородное уравнение II степени

- **Пример :**

- $6\sin^2x + 2\sin x \cos x - 4\cos^2x = 0$
- $|\div \cos^2 x \neq 0$
- $6\operatorname{tg}^2 x + 2\operatorname{tg} x - 4 = 0$
- Пусть $\operatorname{tg} x = y$
- $6y^2 + 2y - 4 = 0$
- $D = 4 + 4 \cdot 6 \cdot 4 = 100; \sqrt{D} = \sqrt{100} = 10$
- $y_1 = (-2 + 10) / 2 \cdot 6 = 8 / 12 = 2/3$
- $y_2 = (-2 - 10) / 2 \cdot 6 = -12 / 12 = -1$
- $\operatorname{tg} x = 2/3$ $\operatorname{tg} x = -1$
- $X = \operatorname{arctg} 2/3 + \Pi n$ $x = 3\Pi/4$
- $n \in \mathbb{Z}$

- **Формулы:**

- $A\sin x + B\cos x = 0 \mid \cos^2 x \neq 0$
- $A\sin x + B\cos x = 0 \mid \sin^2 x \neq 0$



Метод вспомогательного аргумента

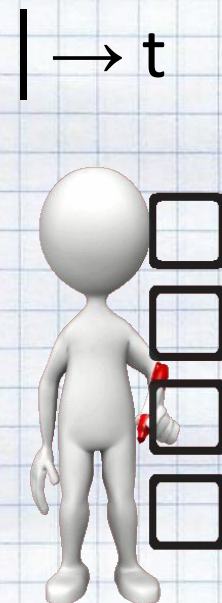
- **Пример :**

- $\sqrt{3} \sin 2x - \cos 2x = 1 \quad | :2$
- $C = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = 2$
- $\sqrt{3}/2 \sin 2x - 1/2 \cos 2x = 1/2$
- $\cos \pi/6 \sin 2x - \sin \pi/6 \cos 2x = 1/2$
- $\sin(2x - \pi/6) = 1/2$
- $2x - \pi/6 = \pi/6 + 2\pi n \quad 2x - \pi/6 = \pi - \pi/6 + 2\pi n$
- $2x = \pi/3 + 2\pi n \quad | :2 \quad 2x = \pi + 2\pi n \quad | :2$
- $x = \pi/6 + \pi n \quad x = \pi/2 + \pi n$

$n \in \mathbb{Z}$

- **Формулы:**

- $A \sin x + B \cos x = C \sin(x+t)$
- $C = \sqrt{A^2 + B^2}$
- $\sin t = B/C$
- $\cos t = A/C$



Метод универсальной подстановки

- **Пример :**

- $3\sin x - 4\cos x = 5$
- Пусть $\operatorname{tg} x/2 = t$, тогда $\sin x = 2t/(1+t^2)$
- $\cos x = (1-t^2)/(1+t^2) \quad x \neq \pi + 2\pi n$
- $-6t + 4 - 4t^2 + 5 + 5t^2 = 0$
- $t^2 - 6t + 9 = 0$
- $(t-3)^2 = 0; t=3$
- $\operatorname{tg} x/2 = 3$
- $x/2 = \operatorname{arctg} 3 + \pi n$
- $x = 2\operatorname{arctg} 3 + 2\pi n$

n ∈ Z

- **Формулы:**

- $\cos x = (1 - \operatorname{tg}^2 x/2) / (1 + \operatorname{tg}^2 x/2)$
- $\sin x = (2 \operatorname{tg} x/2) / (1 + \operatorname{tg}^2 x/2)$
- $x \neq \pi + 2\pi n$



Спасибо за внимание!

