

Визначення площі многокутника.



file:///C:/Users/Larisa/Downloads/-statements-043224-theor_min.pdf

Герасимович Л.Й. Визначення площ багатокутників



Багатокутник - це фігура, яка утворилася як наслідок перетину трьох або більше прямих.

Багатокутник являє собою геометричну фігуру, побудовану шляхом замикання ламаної лінії.

Природно, при перетині прямих, утворюються точки перетину, їх кількість дорівнює кількості прямих, що утворюють багатокутник.

Точки перетину називають вершинами, а відрізки утворені від прямих – сторонами многокутника.



Суміжні відрізки багатокутника знаходяться не на одній прямій.

Розрізняють декілька видів багатокутника, які відрізняються в залежності від кількості вершин.



Обчислення площі проводиться для кожного виду багатокутника певними способами.

Багатокутник представляє свого роду плоску геометричну фігуру



Практичне застосування обчислення площ багатокутників

- геодезія і картографія
- будівництво
- сільське господарство
- архітектура
- геоінформаційні системи
(задача зафарбовування областей)
- робототехніка (планування траєкторії рухів)
- машинне навчання (розпізнавання образів)
- додатки комп'ютерної графіки



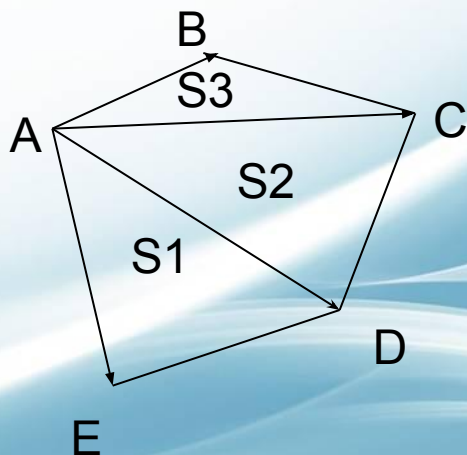
Методи обчислення площі багатокутника

- ітераційний (*Ітераційні (наближені)* методи - це методи послідовних наближень.)
- аналітичний
- за теоремою Піка
- Монте-Карло
- і інші



Площа довільного багатокутника

З вершинами p_0, p_1, \dots, p_{n-1} , перерахованими в порядку його обходу проти годинникової стрілки, можна обчислити як суму орієнтованих площ трикутників, утворених векторами p_i і p_{i+1} , $i = 0, \dots, n-1$; $i+1$ обчислюється за модулем n .



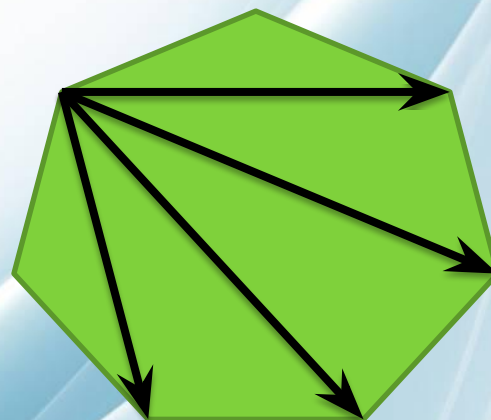
$$S = S_1 + S_2 + S_3$$



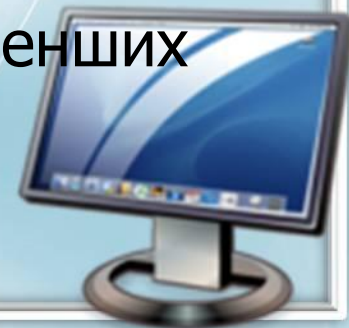
Аналітичний метод обчислення площі

багатокутника

Будь багатокутник можна розбити на кілька трикутників, з'єднуючи відрізками несуміжні вершини. Площа багатокутника при цьому буде дорівнює сумі площ отриманих трикутників.



Площа трикутника за заданими вершин легко визначається за аналітичними формулами, тому цей метод дозволяє отримати більшу точність при менших затратах обчислювальних ресурсів



Аналітичний метод обчислення площі

багатокутника

Обчислюємо площі відсічених трикутників за формулою

Герона, використовуючи функцію **dlina** для визначення довжини сторони багатокутника і процедуру **square** для обчислення площі

function dlina (a, b, c, d: real): real;

begin

dlina:=sqrt(sqr(c-a)+sqr(d-b)); $AB = \sqrt{(X_2 - X_1)^2 + (Y_2 - Y_1)^2}$
end;

procedure square(x,y,z:real; var p,s:real);

begin

p:=(x+y+z)/2;

s:=sqrt(p*(p-x)*(p-y)*(p-z)); $p = (AB + BC + AC) / 2$

end;

$$S = \sqrt{p(p-AB)(p-BC)(p-AC)}$$



Теорема Пика. (комбінаторна геометрія)

Площа багатокутника з цілочисельними вершинами дорівнює сумі

$$B + \Gamma / 2 - 1,$$

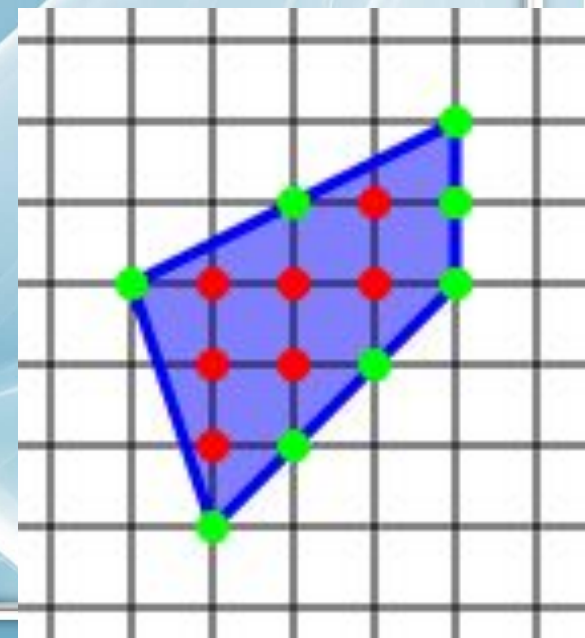
де **B** - кількість цілочисельних точок всередині багатокутника,

а **Г** - кількість цілочисельних точок на кордоні багатокутника.

$$S = B + \Gamma / 2 - 1$$

$$B(\text{всередині}) = 7, \quad \Gamma(\text{границя}) = 8$$

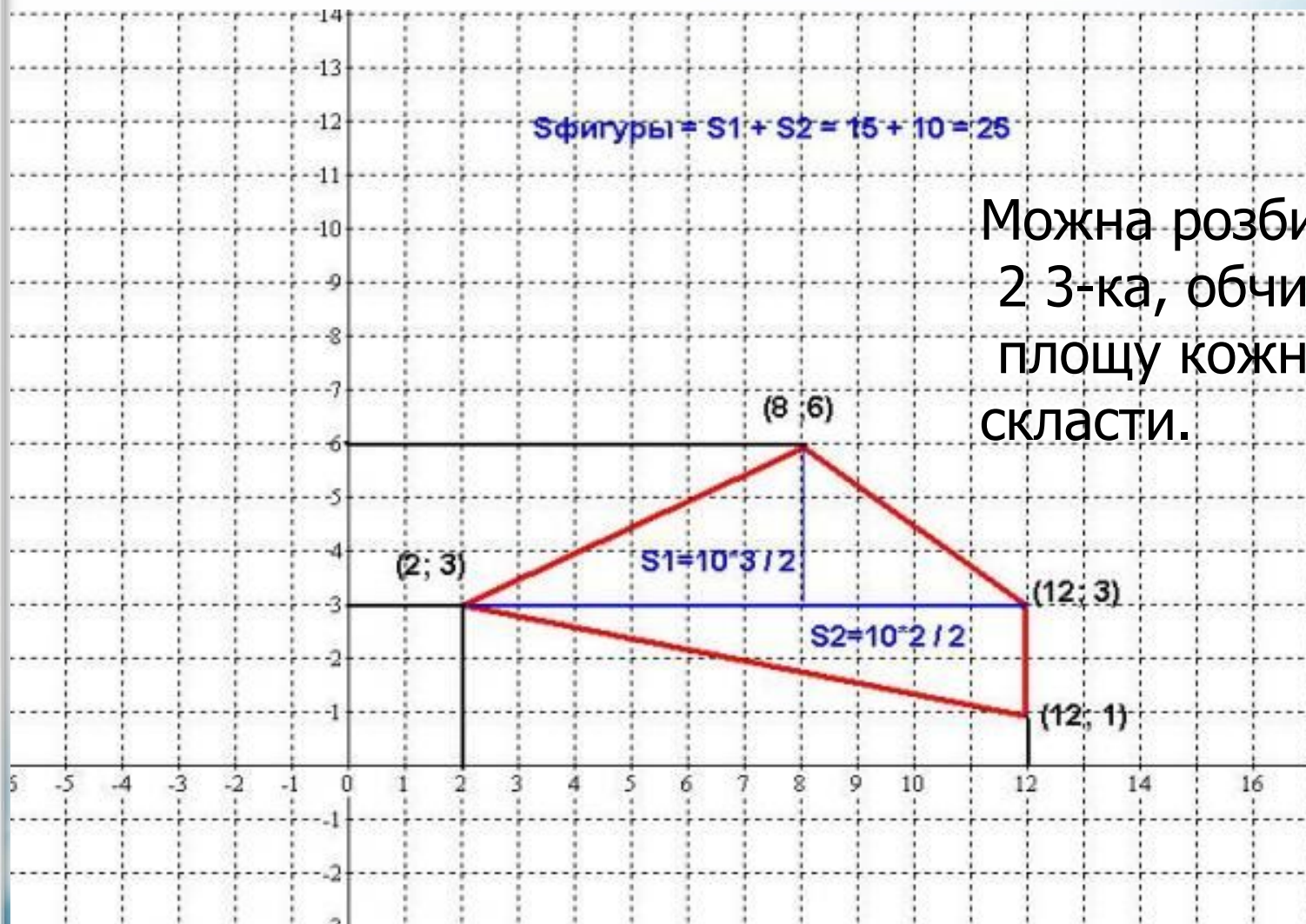
$$S = 7 + 8 / 2 - 1 = 10$$



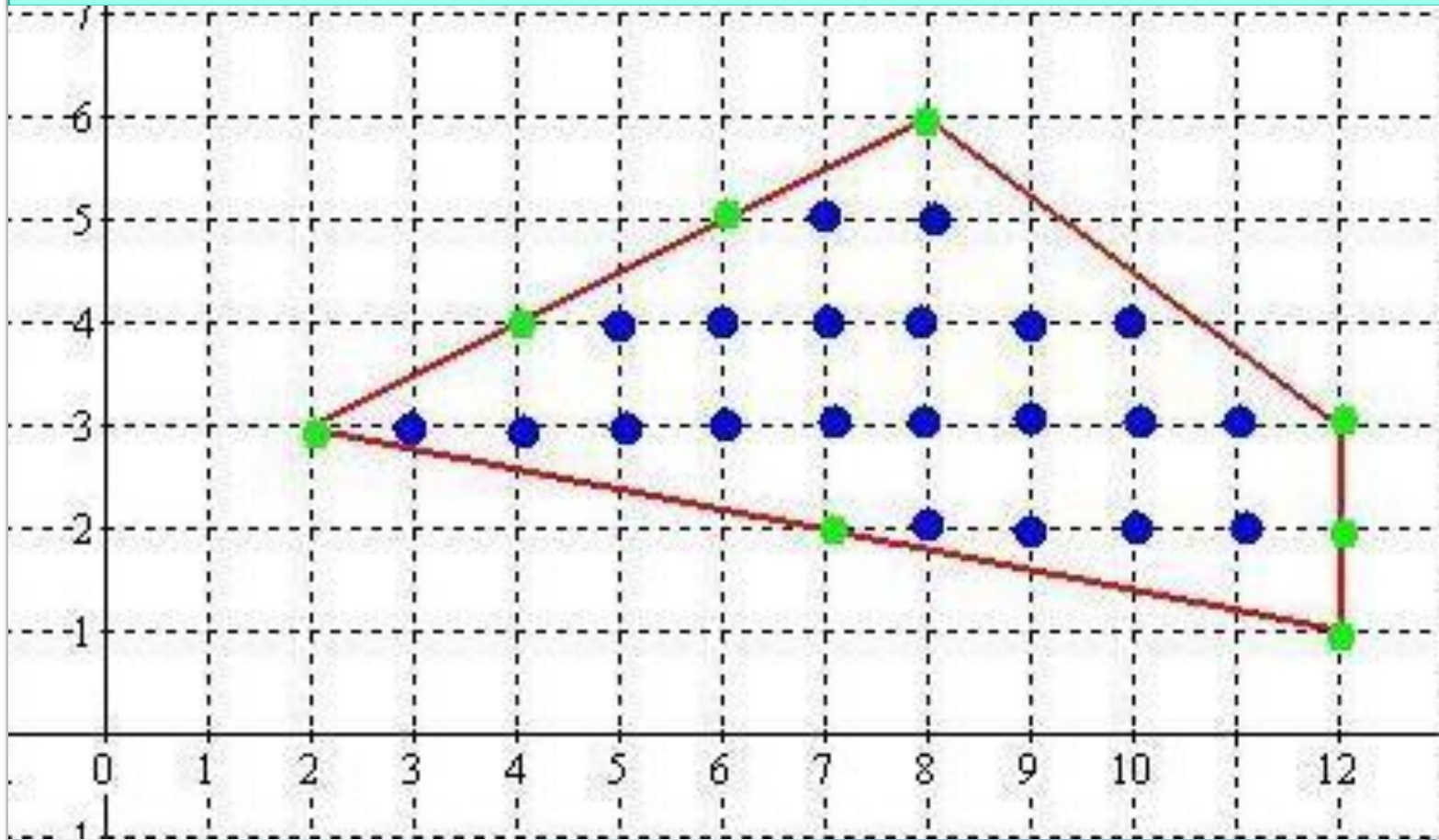
Знайти площу чотирикутника, вершини якого мають координати $(2; 3)$, $(8; 6)$, $(12; 1)$, $(12; 3)$

$$S_{\text{фігури}} = S_1 + S_2 = 15 + 10 = 25$$

Можна розбити 4-к на 2 3-ка, обчислити площу кожного і скласти.



Обчислимо цю ж площу за допомогою формули



$$B = 21, \Gamma = 8, S = 21 + 8/2 - 1 = 24 \quad ???$$

Як ви думаєте, від чого вийшли різні відповіді?

Герасимович Л.Й. Визначення площ багатокутників



Задача 1. Визначити площі багатокутника

Знайти площу багатокутника, заданого координатами вершин різними способами:

А) геометрично (в зошиті на координатній площині)

Б) по теоремі Піка (креслення в зошиті)

В) за допомогою написання програми мовою Паскаль

2. Порівняти результати обчислень. Зробити висновки.

I варіант

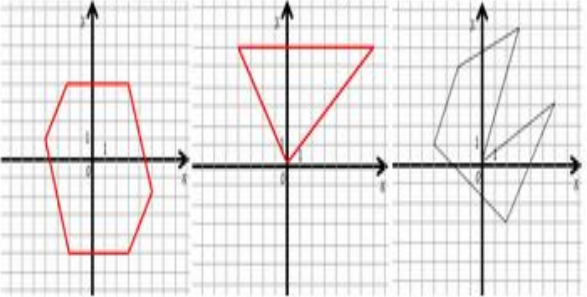
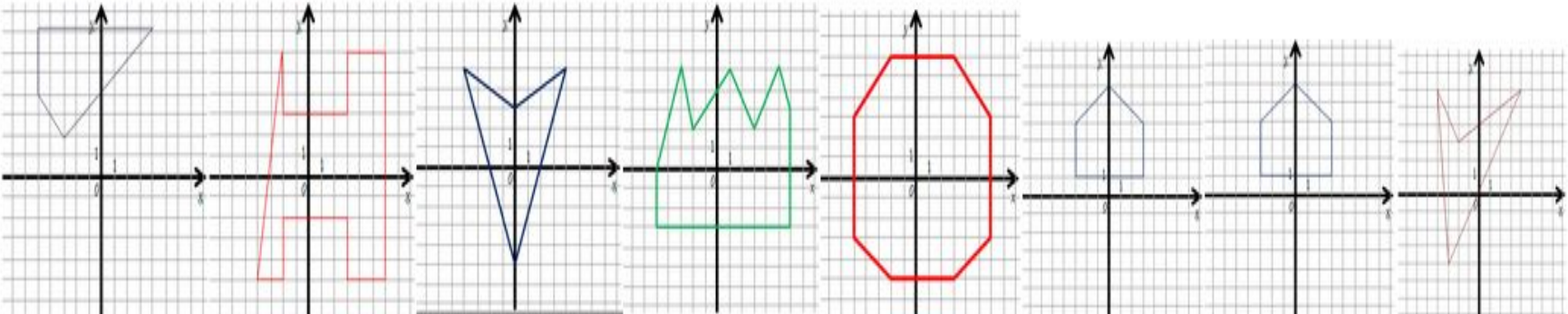
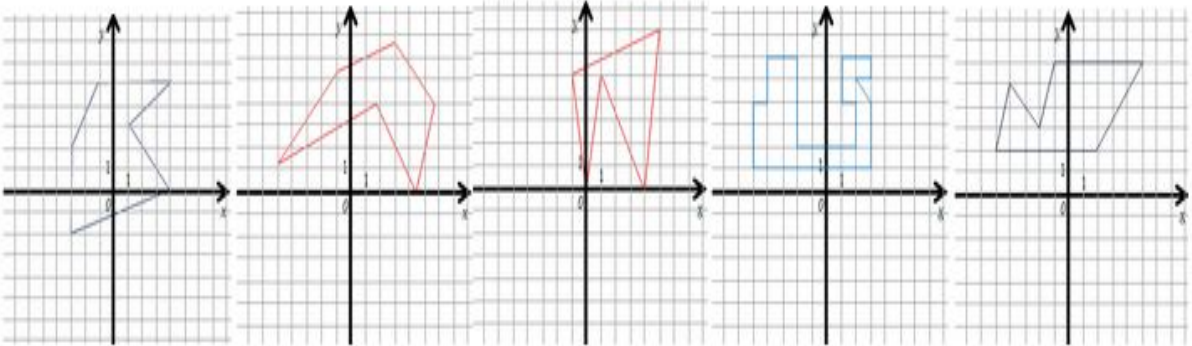
A (2; 7), B (7; 10), C (12; 7), D (4; 3)

II варіант

A (2; 7), K (4; 11), M (11; 7), C (12; 5)



Обчислити площу фігури заданої на малюнку у вашому варіанті



Висновок:

1. Що таке багатокутник ?
2. Практичне застосування обчислення площ багатокутників
3. Методи обчислення площі багатокутника



Домашнє завдання.

Вивчити алгоритм визначення площі багатокутника

Створити інформаційний буклет
«Способи обчислення площі випуклого
многокутника»

