# Понятие корня $n$-й степени из действительного числа

VIDEOUROKI.NET

$x^4 = 1$

$x^4 - 1 = 0$

$(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 0$

$x^2 - 1$ или

$(x - 1)(x + 1) = 0$ нет решений

или

$x = 1$ $x = -1$

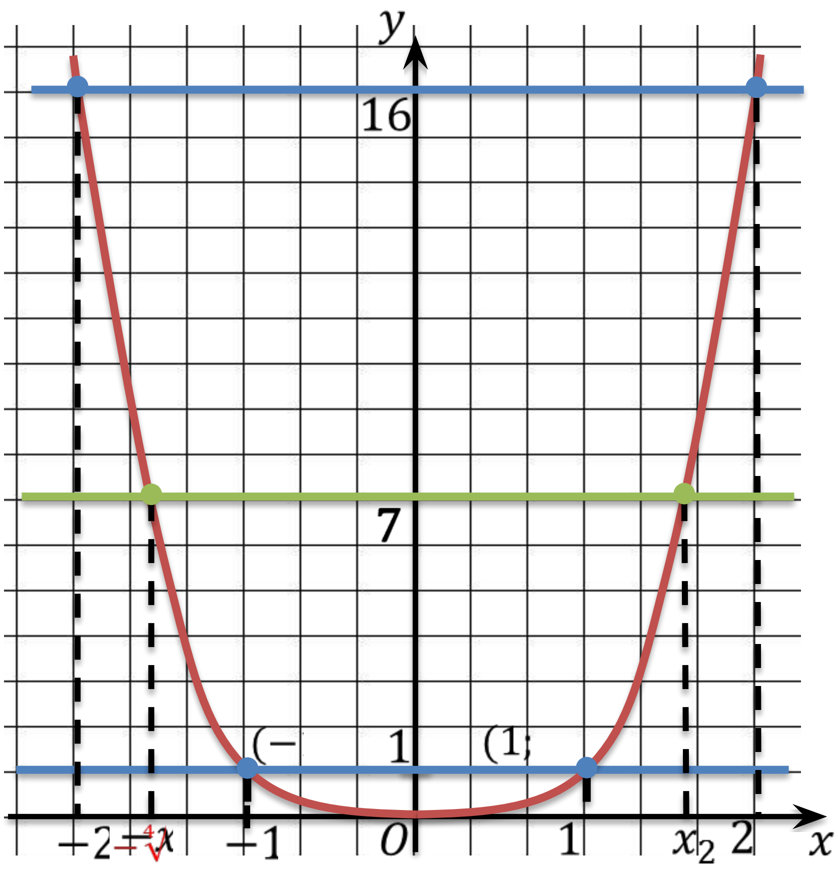
$x^4 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 2$

$x^4 = 7$

$x_1, x_2 -$ иррациональные числа

$\sqrt[4]{\phantom{7}}$

$x_1 =$ $x_2 = -$




VIDEOUROKI.NET

$x^3 = 5$

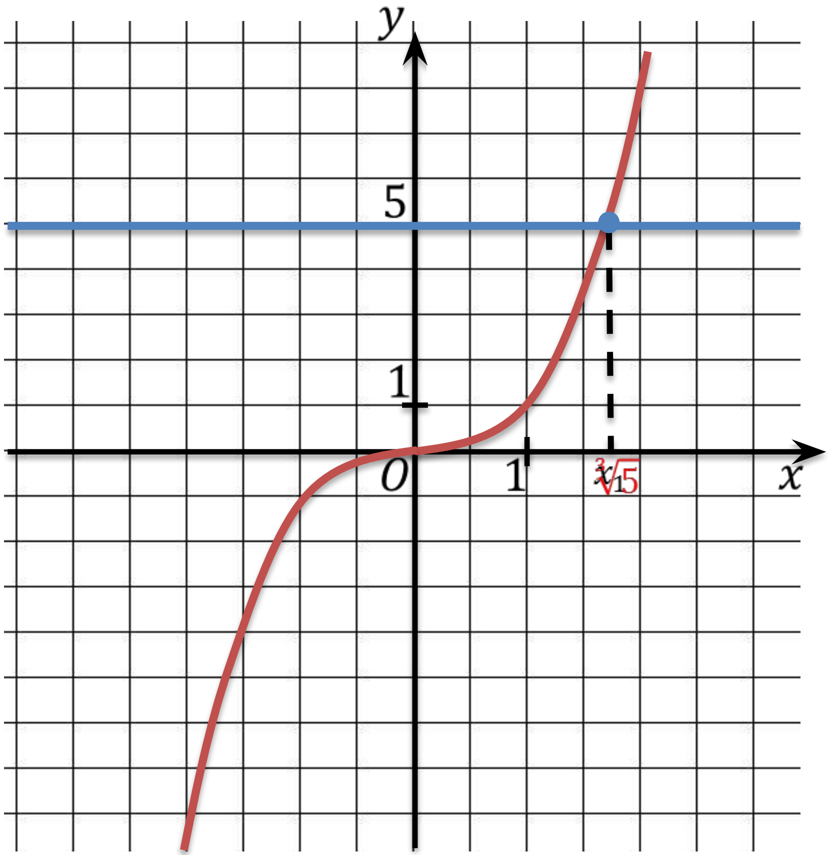
$x_1 = \sqrt[3]{5}$

$x^n = a, a > 0, n \in N, n > 1$

если $n$ – четное, $x_1 = \sqrt[n]{a}, x_2 = -\sqrt[n]{a}$

если $n$ – нечетное, $x = \sqrt[n]{a}$

$x^n = 0 \Rightarrow x = 0$



**Корнем $n$-ой степени из неотрицательного числа $a$** $(n = 2, 3, 4, 5, \dots)$ называют такое неотрицательное число, при возведении которого в степень $n$ получается $a$.

$$\sqrt[n]{a} \geq 0, \quad (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$a$ – подкоренное число, $n$ – показатель корня

$n = 2 \Leftrightarrow \sqrt{a}$ – квадратный корень

$n = 3 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a}$ – кубический корень

VIDEOUROKI.NET

| Возведение в степень | Извлечение корня |
| --- | --- |
| $6^2 = 36$ | $\sqrt{36} = 6$ |
| $5^5 = 3125$ | $\sqrt[5]{3125} = 5$ |
| $4^7 = 16384$ | $\sqrt[7]{16384} = 4$ |
| $3^8 = 6561$ | $\sqrt[8]{6561} = 3$ |

$(-7)^2 = 49$ $\quad\quad \sqrt{49} \cancel{=} -7$

$\sqrt[n]{a}$ – радикал (от латинского слова *radix* – «корень»).

VIDEOUROKI.NET

# Пример:

Вычислить: а) $\sqrt[2]{121}$; б) $\sqrt[3]{125}$; в) $\sqrt[9]{0}$; г) $\sqrt[7]{14}$


Решение:

а) $\sqrt{121} = 11 \Leftrightarrow \begin{cases} 11 > 0 \\ 11^2 = 121 \end{cases}$

б) $\sqrt[3]{125} = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} 5 > 0 \\ 5^3 = 125 \end{cases}$

в) $\sqrt[9]{0} = 0$

г) $\sqrt[7]{14}$

$1^7 = 1$

$2^7 = 128$

VIDEOUROKI.NET

$$(-7)^3 = -343 \Leftrightarrow \sqrt[3]{-343} = -7$$

**Корнем нечетной степени $n$ из отрицательного числа $a$** $(n = 3,\ 5,\ 7, \dots)$ называют такое отрицательное число, при возведении которого в степень $n$ получается $a$.

$$\sqrt[n]{a} < 0, (\sqrt[n]{a})^n = a$$

$a$ – подкоренное число, $n$ – показатель корня

если $n$ – четное число, то $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл при $a \geq 0$

если $n$ – нечетное число, то $\sqrt[n]{a}$ имеет смысл при любом $a$

VIDEOUROKI.NET

# Пример:

Вычислить: $\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8}$

Решение:

$\sqrt[5]{32} = 2 \Leftrightarrow 2^5 = 32$

$\sqrt[3]{-8} = -2 \Leftrightarrow (-2)^3 = -8$

$\sqrt[5]{32} + \sqrt[3]{-8} = 2 - 2 = 0$

Ответ: 0.

VIDEOUROKI.NET

# Пример:

Найти концы отрезка $[n; n+1], n \in N$, которому принадлежит число $\sqrt[4]{52}$

$n = 1 \Rightarrow 1^4 = 1 < 52$

$n = 2 \Rightarrow 2^4 = 16 < 52$

$n = 3 \Rightarrow 3^4 = 81 > 52$

$16 < 52 < 81 \Leftrightarrow \sqrt[4]{16} < \sqrt[4]{52} < \sqrt[4]{81} \Leftrightarrow 2 < \sqrt[4]{52} < 3$

Ответ:[ 2; 3].

VIDEOUROKI.NET

# Пример:

Решить уравнение $\sqrt[3]{3x+4} = -2$.

Решение:

$$\left(\sqrt[3]{3x+4}\right)^3 = (-2)^3$$

$$3x + 4 = -8$$

$$3x = -12$$

$$x = -4$$

Ответ: $-4$.

VIDEOUROKI.NET

# Пример:

Решить уравнение $\sqrt[4]{2-5x} = -4$.

Решение:

Если $n$ – четное число, то $\sqrt[n]{a} \geq 0$.

Ответ: нет корней.

VIDEOUROKI.NET

# Повторим главное:

**Корнем $n$-ой степени из неотрицательного числа $a$** $(n = 2, 3, 4, 5, \dots)$ называют такое неотрицательное число, при возведении которого в степень $n$ получается $a$.

**Корнем нечетной степени $n$ из отрицательного числа $a$** $(n = 3,\ 5,\ 7, \dots)$ называют такое отрицательное число, при возведении которого в степень $n$ получается $a$.

$$\sqrt[n]{a}$$

$a$ – подкоренное число, $n$ – показатель корня

VIDEOUROKI.NET