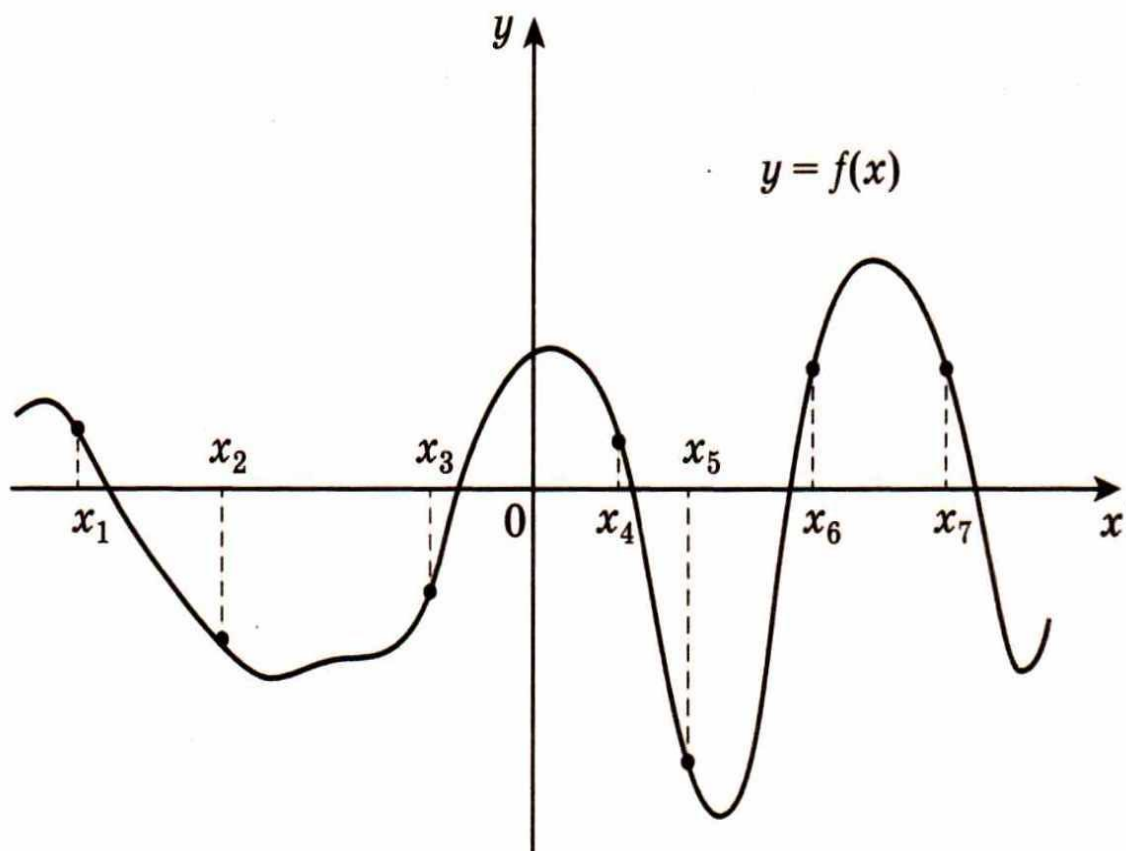


Возрастание и убывание функции




Автор : Будко
Любовь
Фёдоровна.

Должность: учитель
математики.

Предметная
область:
математика и
информатика.

Участники:
учащиеся 11
классов.

Решите задачи, применяя
достаточный признак
возрастания (убывания)
функции. 

Теория

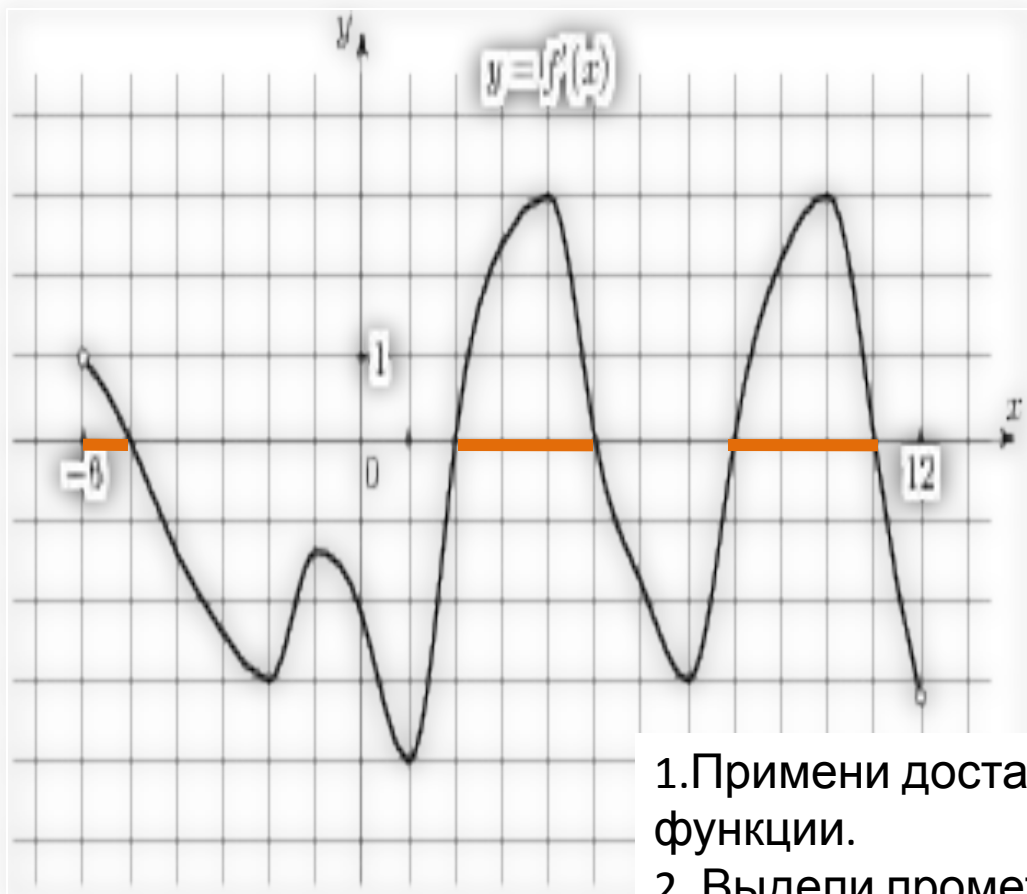


Достаточный признак возрастания функции

Достаточный признак убывания функции



Задание В9 (8439) На рисунке изображен **график производной** функции $f(x)$, определенной на интервале . Найдите промежутки **возрастания функции $f(x)$** . В ответе укажите длину наибольшего из них.



Решение:

$f(x)$ **возрастает**, если $f'(x) > 0$.

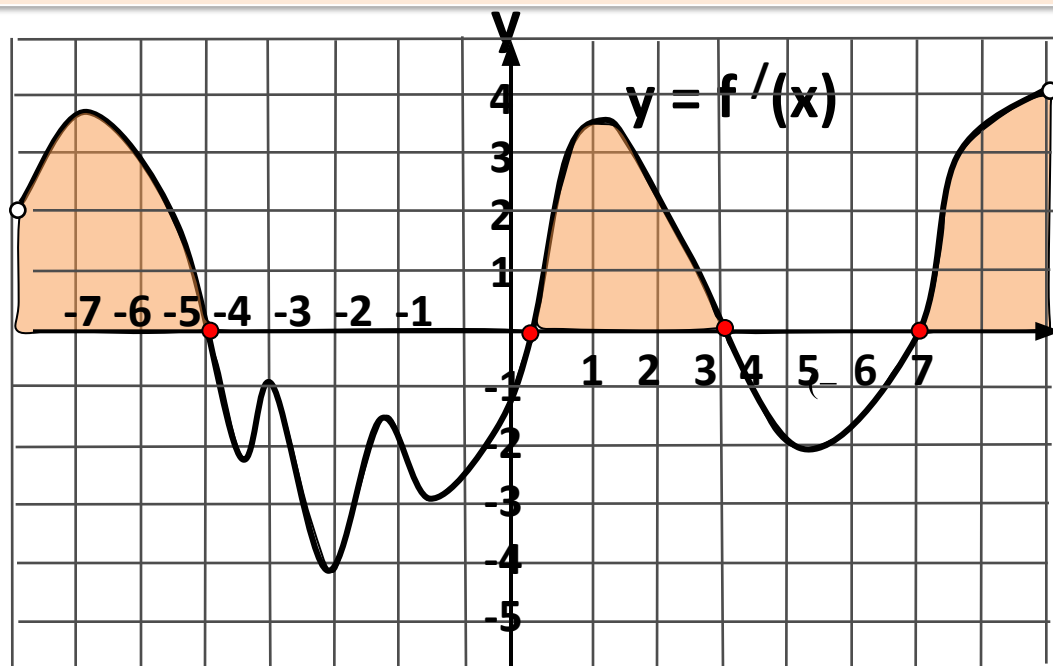
Выделим промежутки, на наибольшую длину, равную которым, $f'(x) > 0$ имеют два равных промежутка

Ответ.

Алгоритм решения

- 1.Примени достаточное условие возрастания функции.
2. Выдели промежутки, на которых $f'(x) > 0$.
3. Выбери наибольший промежуток.
4. Найди его длину.

На рисунке изображен график **производной** функции $y = f'(x)$, заданной на промежутке $(-8; 9)$. Найдите промежутки **возрастания** функции $y = f(x)$.



$y = f'(x)$

возрастает, если $f'(x) \geq 0$

Выделим промежутки, x на которых $f'(x) > 0$

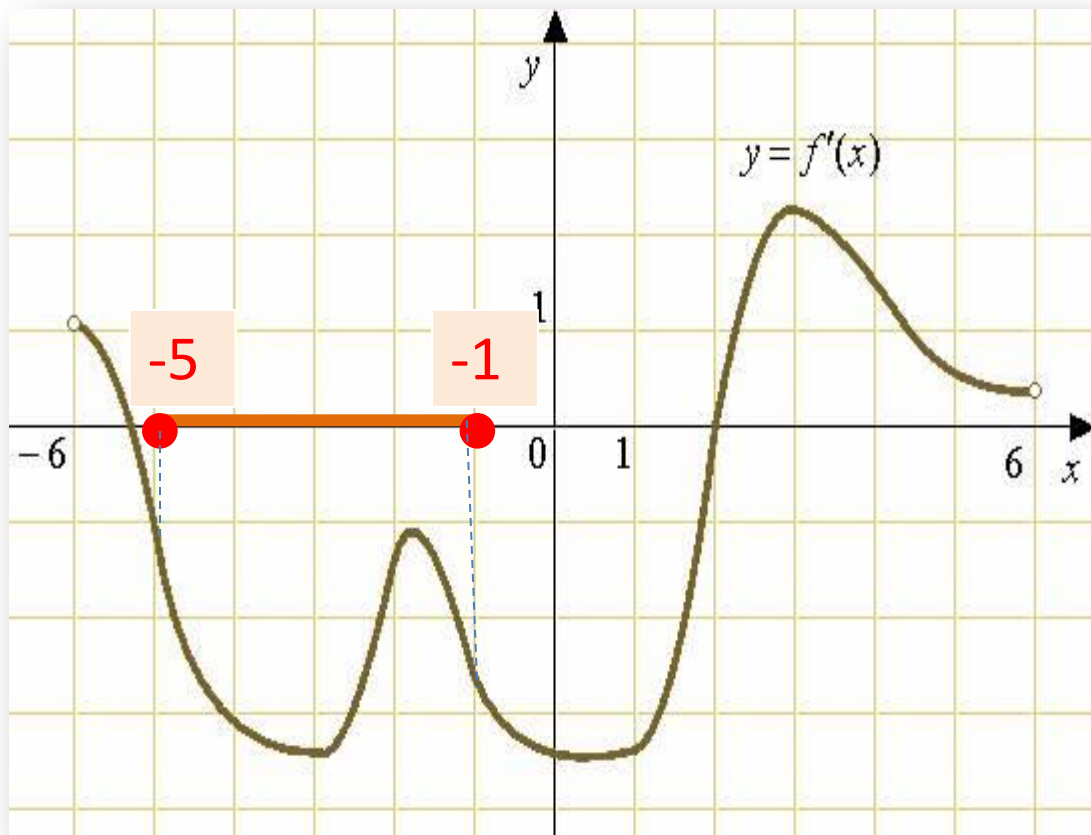
Точки $-5, 0, 3$ и 6 включаем в промежутки, т.к.

функция **непрерывна в этих точках.**

Ответ: $(-8; -5], [0; 3], [6; 9)$



Задание В9 (6413) На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. В какой точке отрезка $[-5;-1]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение.



на $[-5;-1]$ $f'(x) < 0$

$[-5;-1]$



$y = f(x)$ убывает
на отрезке $[-5;-1]$



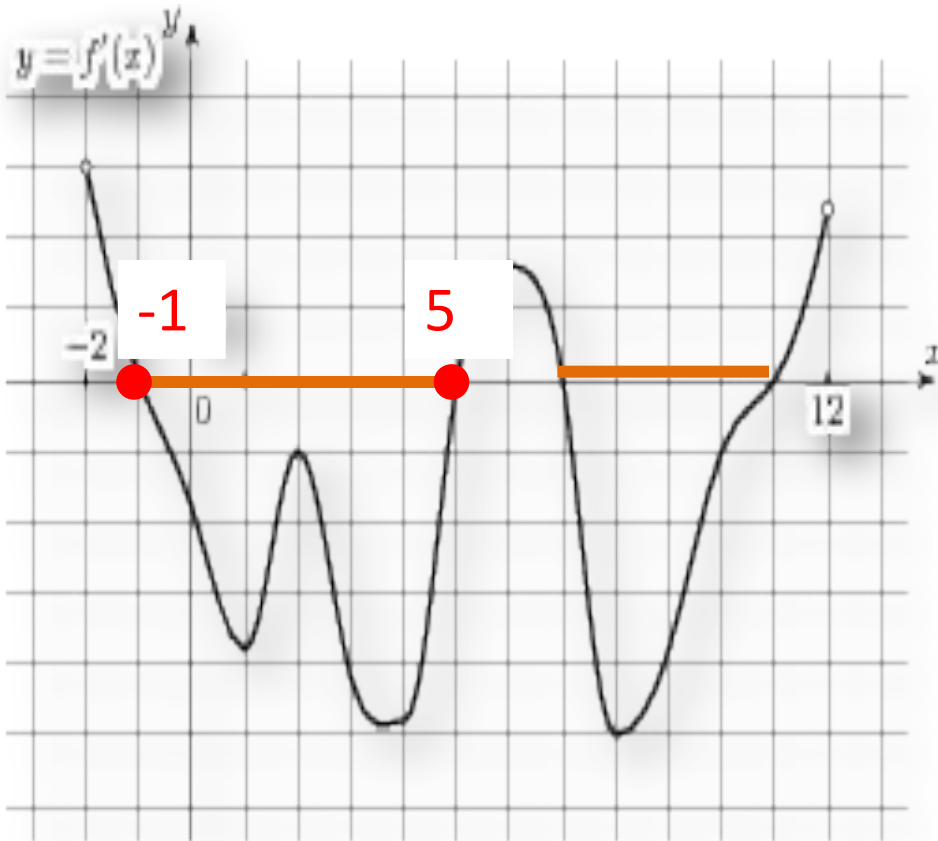
наибольшее
значение
 $f(x)$ принимает при
наименьшем

значении аргумента:
Ответ: -5

$x = -5$



Задание В9 (8303) На рисунке изображен график **производной** функции $f(x)$, определенной на интервале .
Найдите промежутки **убывания функции $f(x)$** . В ответе укажите длину наибольшего из них.



$y = f(x)$ **убывает**,
если **$f'(x) < 0$** ;

Выделим
промежутки, на
которых **$f'(x) < 0$**
Выберем наибольший
из них:

Его длина: $5 - (-1) = 5 + 1 = 6$

Ответ:



Функция $y = f(x)$ определена на отрезке $[-4; 3]$. На рисунке изображён график **производной функции** $y = f'(x)$. В какой точке отрезка функция принимает наименьшее значение?

Решение:

на $[-4; 3]$ $f'(x) < 0$

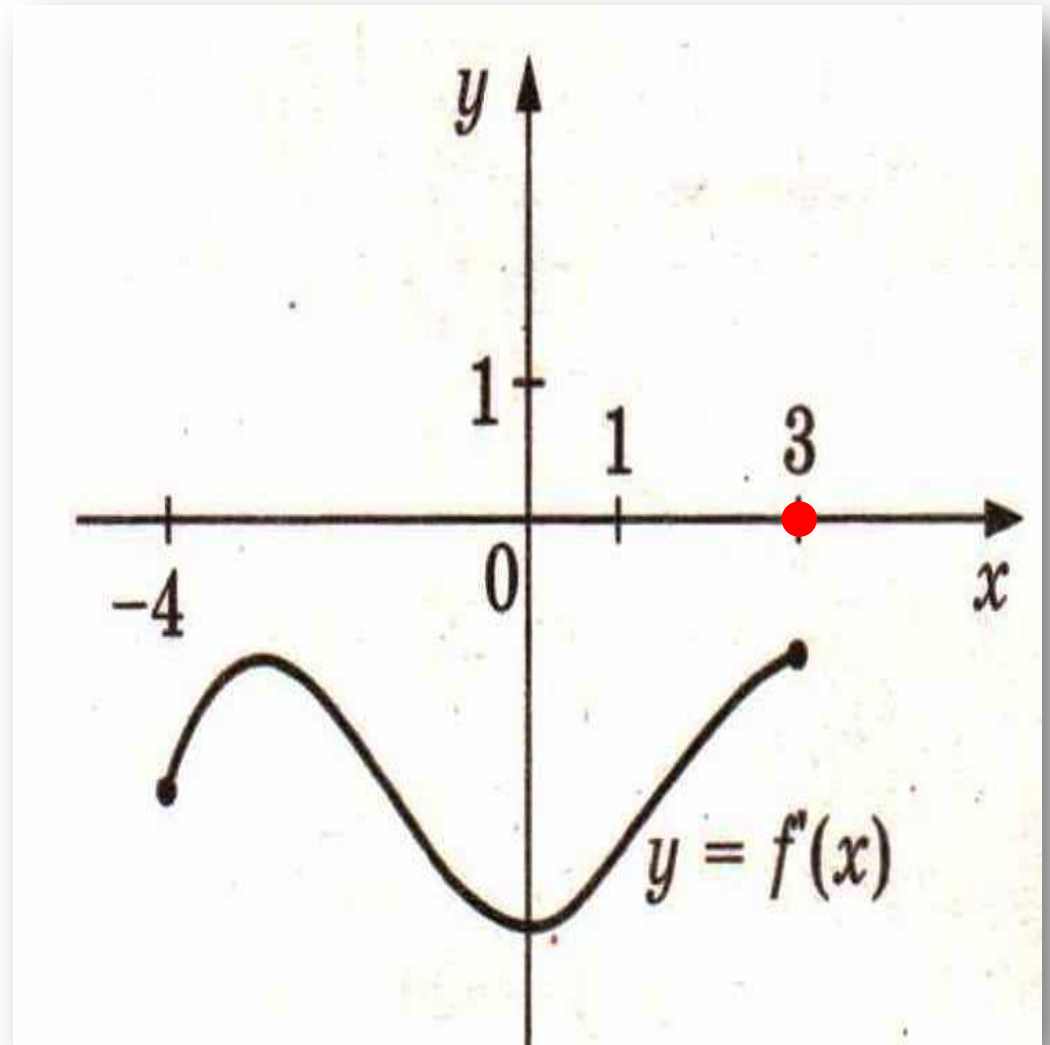
$y = f(x)$ **убывает.**

Наименьшее
значение

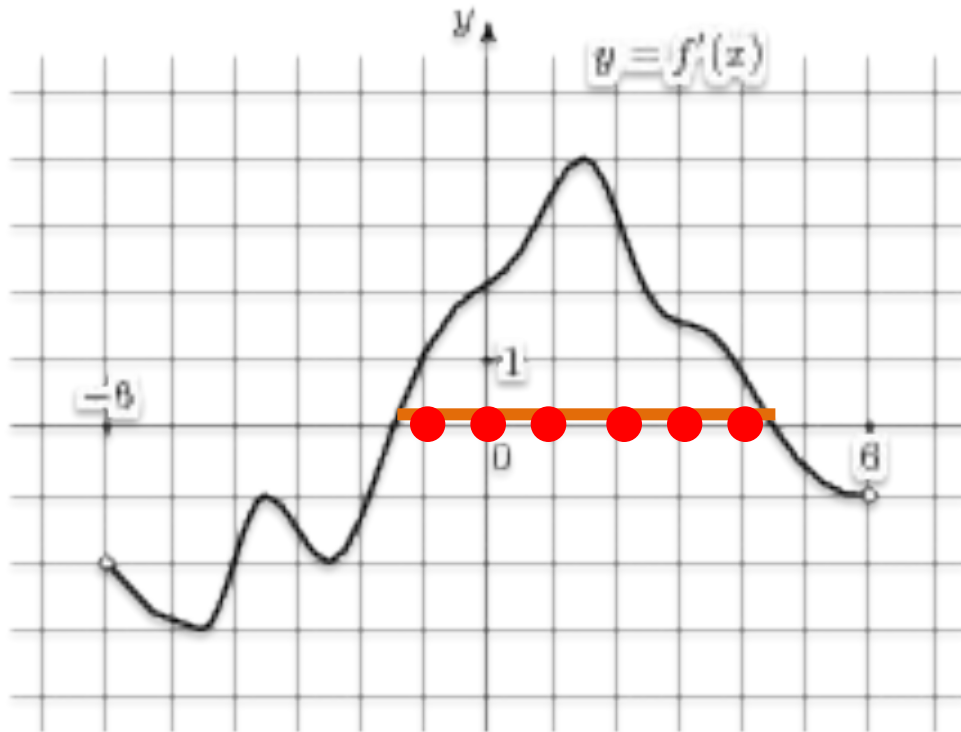
$f(x)$ принимает при
наибольшем

значении аргумента:
Ответ: **3**

$x=3$



Задание В9 (8241) На рисунке изображен график **производной** функции , определенной на интервале .
Найдите промежутки **возрастания функции** . В ответе укажите сумму целых точек, входящих в эти промежутки.



$y = f(x)$ **возрастает**,
если $f'(x) > 0$

Выделим
промежутки, на
которых $f'(x) > 0$
Целые точки:

$x = -1, x = 0, x = 1, x = 2, x = 3,$

$x = 4$ Ответ :

Их сумма: $-1 + 0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 9$



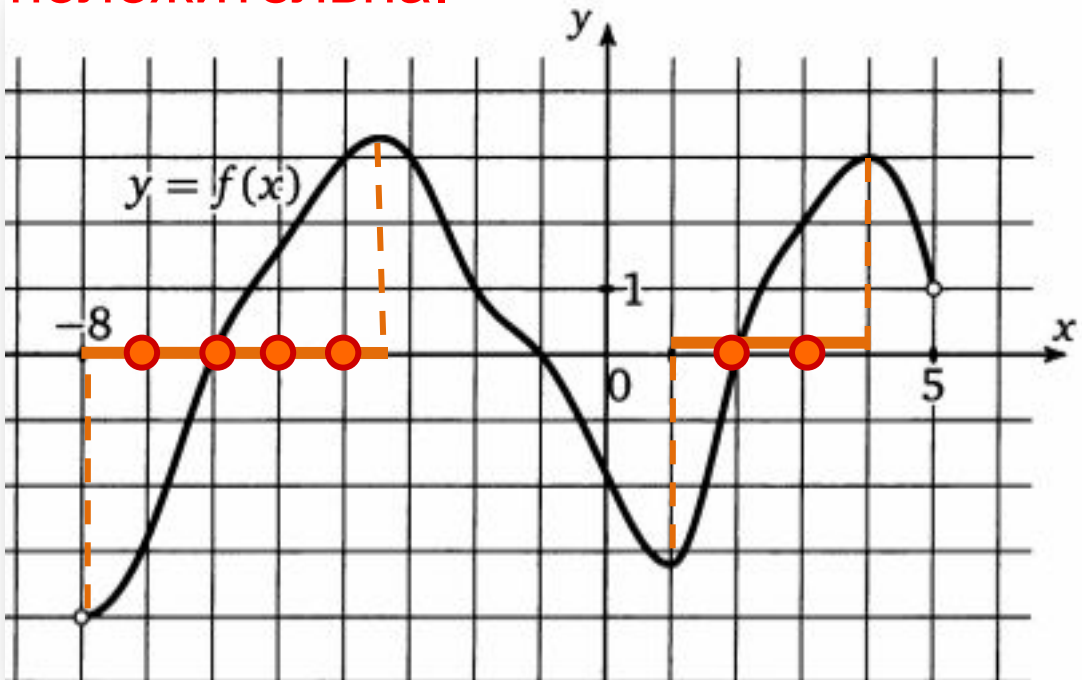
1. «Если функция $f(x)$ **возрастающая** и дифференцируема в каждой точке области определения, то $f'(x)$ **положительна** в каждой точке»

2. «Если функция $f(x)$ **убывающая** и дифференцируема в каждой точке области определения, то $f'(x)$ **отрицательна** в каждой точке»

Используя эти утверждения, реши задачи 



На рисунке изображен **график функции** $y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 5)$. Определите количество целых точек, в которых **производная функции положительна**.



Решение:

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ **возрастает**.

Выделим промежутки, на которых $f(x)$ **возрастает**.
Количество целых точек равно **6**

Ответ:



Задание В9 (7059) На рисунке изображен **график функции**

$y = f(x)$, определенной на интервале $(-8; 3)$. Определите количество **целых точек**, в которых **производная функции отрицательна**.





Решение:

$f'(x) < 0$, если $f(x)$ **убывает**.

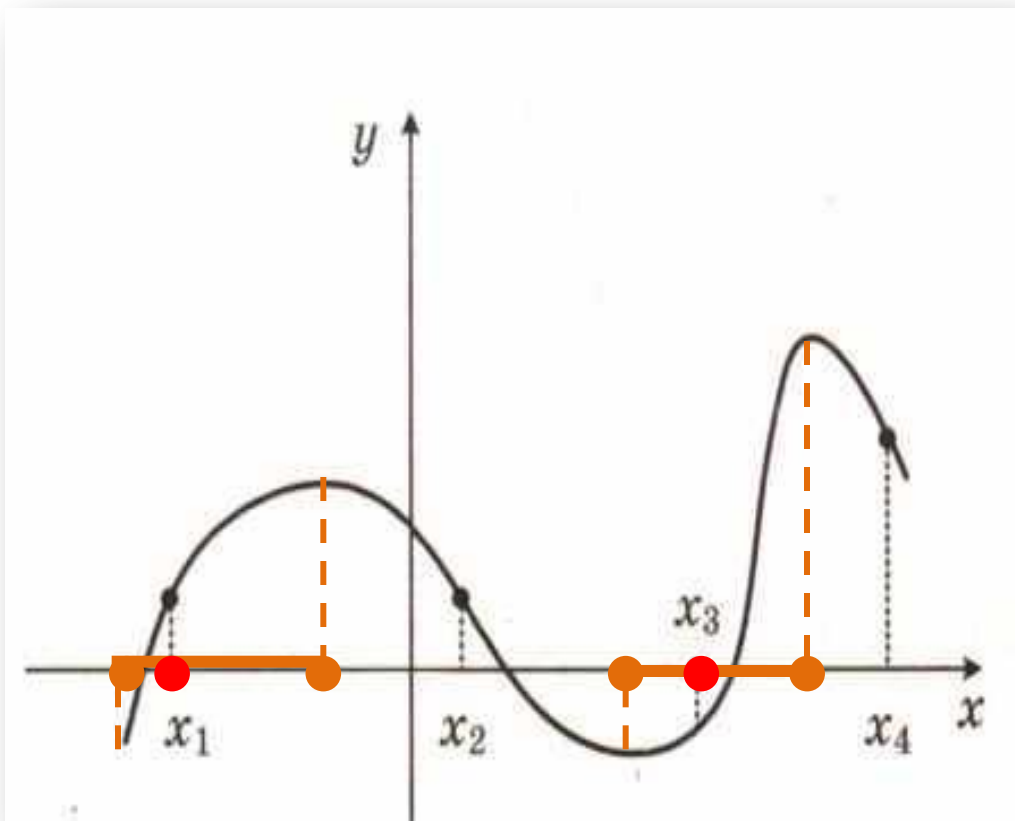
Выделим промежутки, на которых функция убывает. Количество **целых точек** равно **4**.

Алгоритм решения

- 1.Примени условие: для убывающей функции $f(x)$ $f'(x) < 0$.
2. Выдели промежутки убывания функции.
3.  **считай** количество целых точек на выделенных промежутках. 

Ответ: .

Задание В9 ([317717](#)) На рисунке изображён график функции $y=f(x)$ и четыре точки на оси абсцисс: x_1, x_2, x_3, x_4 . В скольких из этих точек **производная функции $f(x)$ положительна?**



Решение:

$f'(x) > 0$, если $f(x)$ **возрастает.**

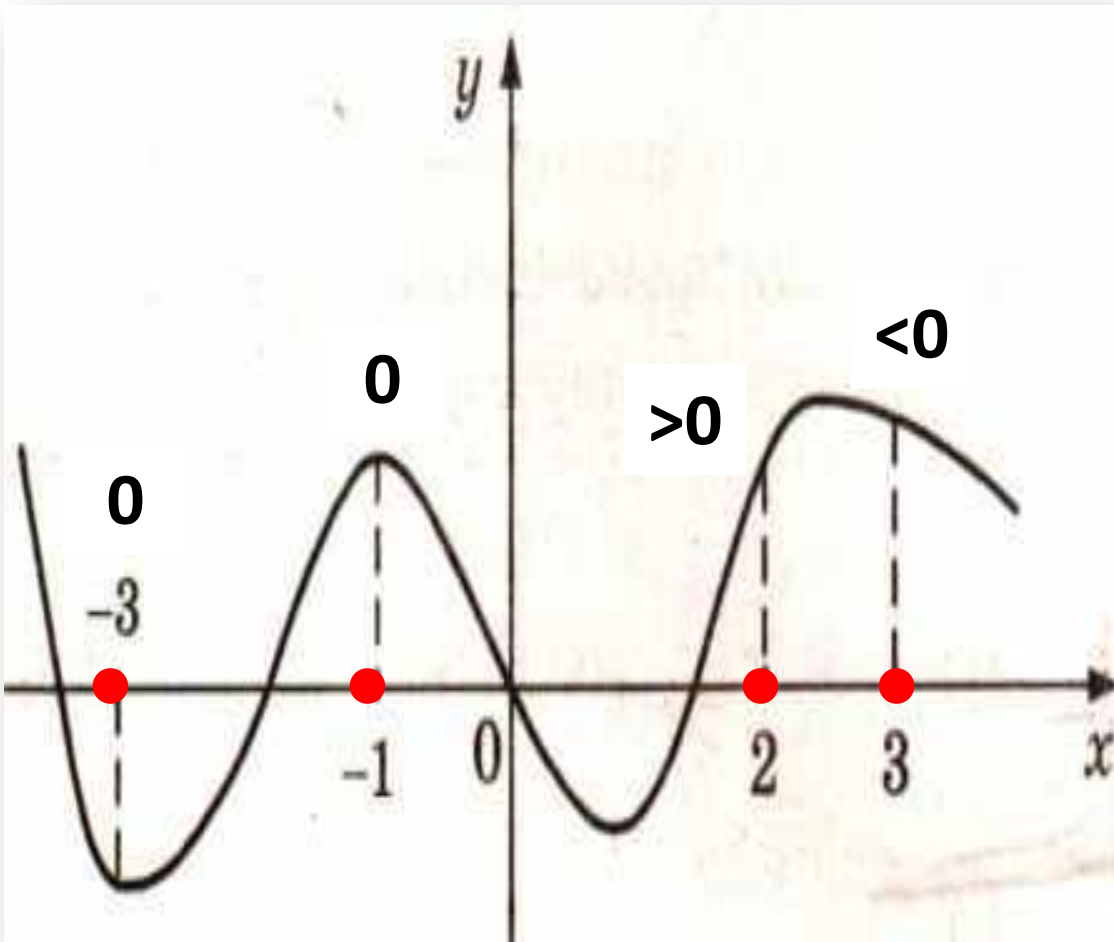
Выделим промежутки, на которых функция

возрастает. Этим промежуткам принадлежат точки **x_1 и x_3**

Ответ: **2**



Задание В9 (318011) На рисунке изображен **график функции $f(x)$** и отмечены точки **-3, -1, 2, 3**. В какой из этих точек **значение производной наибольшее?** В ответе укажите эту точку.



Решение:

в точках **-1** и **-3**
производная **равна 0**

В точке **2** производная **положительна**, т.к.
функция на этом
промежутке **возрастает**.

В точке **3** –
отрицательна, т.к. на
этом промежутке
функция убывает.

Ответ: **2**

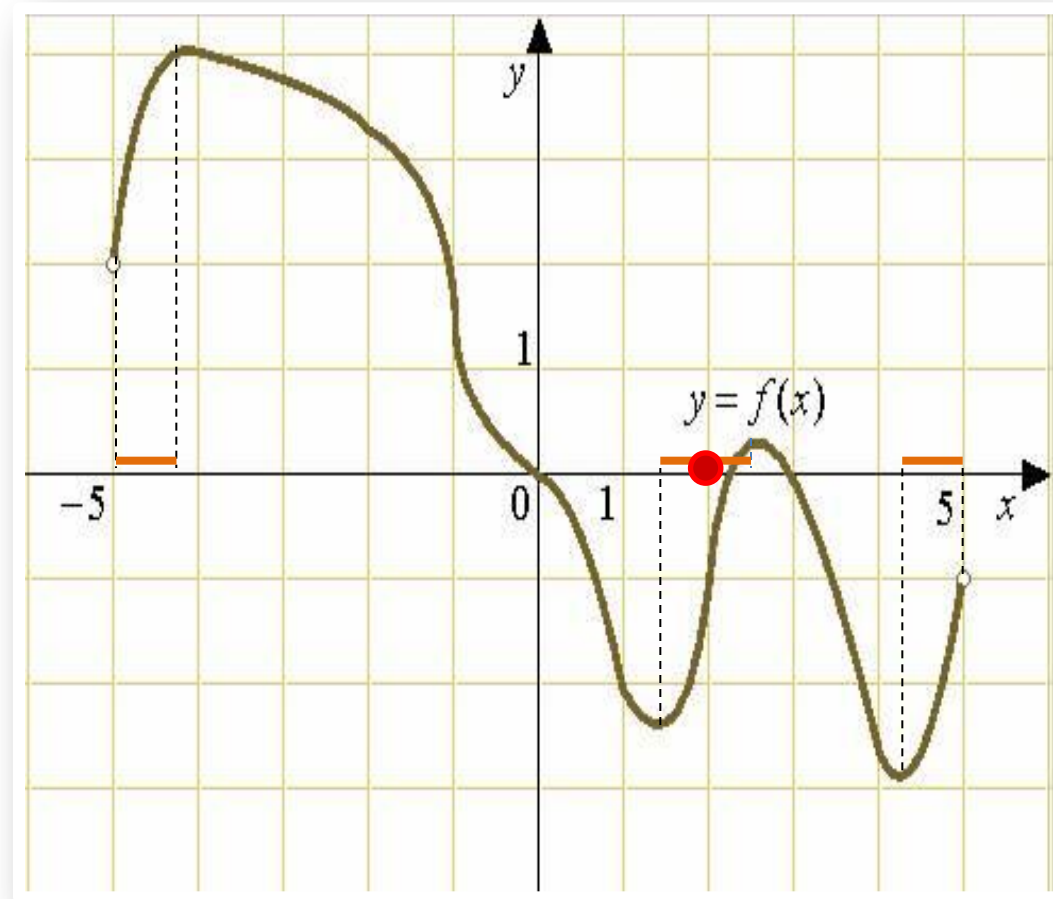
На рисунке изображен график **функции** $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5; 5)$. Определите количество целых точек, в которых **производная** функции **положительна**.

$$f'(x) > 0$$



$y = f(x)$ **возрастает**

Выделим промежутки, на которых $f(x)$ **возрастает**.
Ответ: **1**



Достаточный признак возрастания функции

Если функция $f(x)$
непрерывна на $[a;b]$ и
дифференцируема на $(a;b)$ и $f'(x) > 0$ в каждой точке
интервала $(a;b)$, то **функция**
 $f(x)$ возрастает на отрезке
 $[a;b]$.



Достаточный признак убывания функции

Если функция $f(x)$
непрерывна на $[a;b]$ и
дифференцируема на $(a;b)$ и
 $f'(x) < 0$ в каждой точке
интервала $(a;b)$, то
функция
 $f(x)$ убывает на отрезке
◀ $[a;b]$.