

# Моделирование систем

## Лекция 10: Сети Петри



# Текущий контроль умения правильно выбрать модель

- Выбрать наилучшую из трех моделей:

- $$\begin{cases} y = C_1 + \frac{C_2}{x}; \\ y = C_1 \cdot \exp(-C_2 \cdot x); \\ y = C_1 - C_2 x, \end{cases} \quad (1)$$

- если критериями являются  
максимальное отклонение  $S_1 = \max_i |y_{\text{эксп}}(x_i) - y_{\text{аналит}}(x_i)|$ ,  
(2) и среднеквадратичное

- отклонение, 
$$S_2 = \frac{1}{n} \sum_{1 \leq i \leq n} (y_{\text{эксп}}(x_i) - y_{\text{аналит}}(x_i))^2 \quad (3)$$

- применительно к таблицам,  
приведенным на следующих трех  
слайдах.

# Исходные данные №1 к текущему контролю

Вариант / х	0	1	2	Студент
1	2	1,5	1,34	Алборов
2	1	0,36	0,13	Бабаев
3	4	3,5	3	Бадтиев
4	3	2,5	2,334	Борисов
5	2	0,72	0,26	Бугулов
6	5	4,5	4	Дзалаева
7	4	3,5	3,34	Козырева

# Исходные данные №2 к текущему контролю

Вариант / х	0	1	2	Студент
8	3	1,08	0,5	Короев
9	7	6,5	6	Кусов
10	5	1,8	0,65	Луценко
11	2	1,75	1,5	Мкртчян
12	1,5	1,25	1,167	Наниева
13	1	0,875	0,835	Пановская
14	0,75	0,27	0,125	Погребницкий

# Исходные данные №3 к текущему контролю

Вариант / х	0	1	2	Студент
15	50	45	40	Рыбина
16	40	35	33,4	Туриев
17	30	10,8	5	Хайдуров
18	70	65	60	Царитов
19	50	18	6,5	Цховребов

# Введение

---



# Часть 1

---

## **Общие положения и характеристики ординарных сетей Петри**

# Определения

- **Ординарные сети Петри – тройка множеств  $S = \{P, T, E\}$ , где**
- **$P$  – множество позиций в сети:**
- **$|P| \neq 0$ .**
- **$T$  – множество переходов:**
- **$|T| \neq 0$ .**
- **$E$  – отношение инцидентности позиций и переходов т.е. множество дуг сети « $S$ ».**



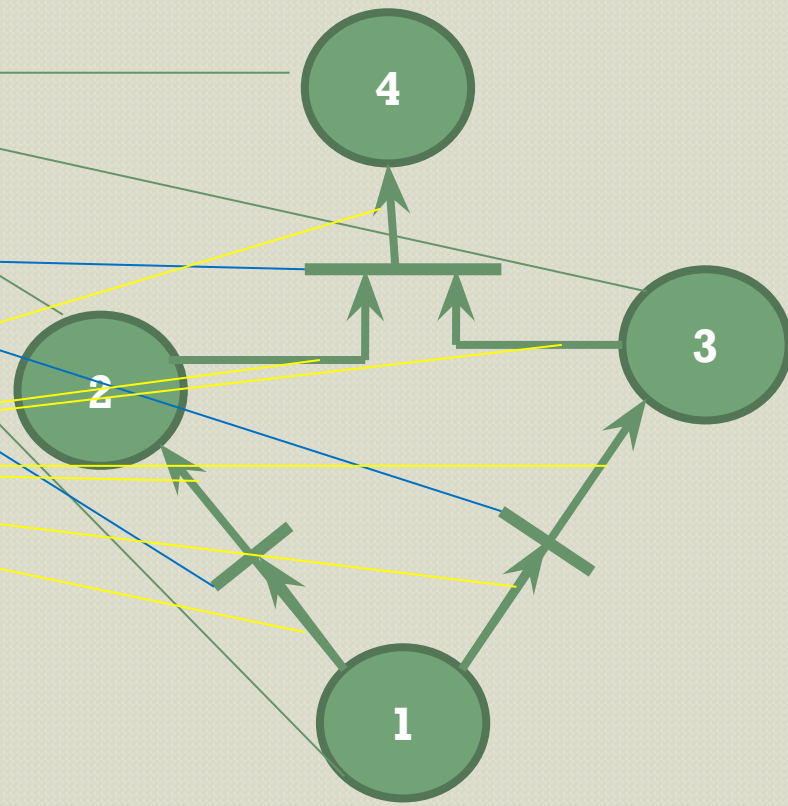
# Пример 1. Обыкновенная сеть Петри

## Петри

○ **Позиции**

○ **Переходы**

○ **Дуги**



**Позиции сети Петри  
обозначаются кружками,  
переходы – барьерами  
(планками), отношения –  
стрелками (дугами)**

## Часть 2

---

- **Использование сетей  
Петри для поиска  
оптимальных  
стратегий  
формирования  
документов**

# Сети Петри в моделях формирования выходных документов

**Содержательная постановка задачи (завод Победит, 1975-1979 гг., подсистема формирования документов на отгружаемую продукцию, исполнитель В. Клетин).**

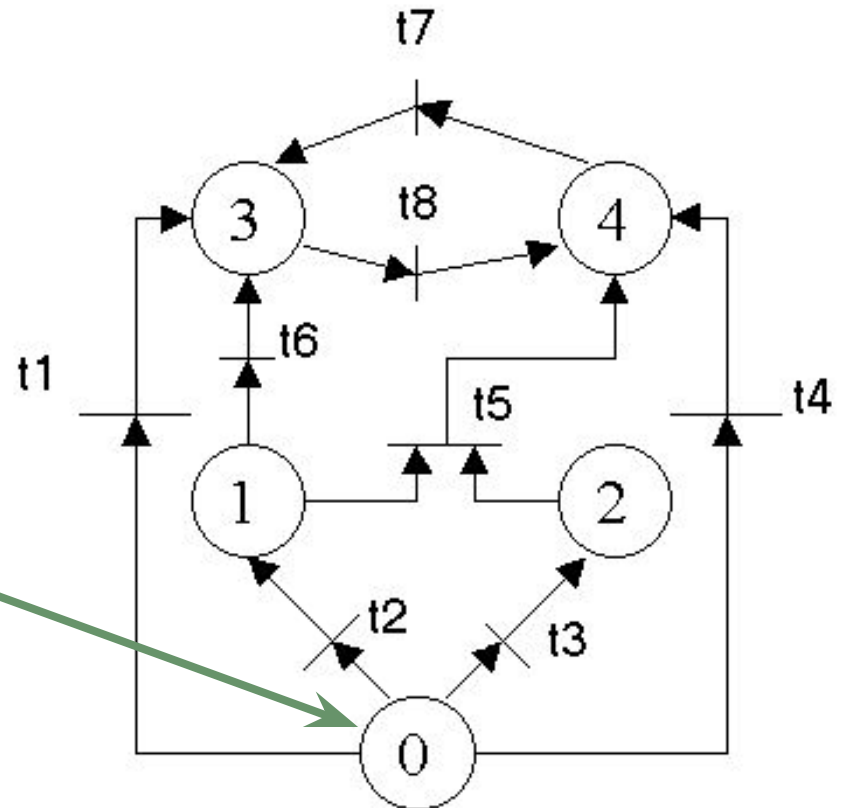
- ◎ **Исходные данные:** Задано множество документов, которые нужно регулярно формировать на основе базы данных и множества программных единиц, которые могут это делать. Каждая программная единица характеризуется временем срабатывания и объемом используемой памяти. Каждый документ характеризуется объемом используемой памяти.
- ◎ **ТЗ:** Требуется построить такую стратегию формирования документов, которая бы:
  - ◎ 1. Минимизировала время формирования выходных документов.
  - ◎ 2. Удовлетворяла ограничениям на объем используемой памяти.

# Упрощенная постановка задачи

- **Заданы:**
- а) множество документов, которые нужно формировать на основе базы данных; б) множество программных единиц, которые могут это делать. Каждая программная единица численно характеризуется только временем срабатывания.
- **Требуется** построить такую стратегию формирования документов, которая бы минимизировала время формирования выходных документов.

# Сеть Петри, иллюстрирующая возможные стратегии формирования документов

- Время работы  $i$ -ой программной единицы задается формулой:  
 $\tau(t_i) = 10 - i, i = 1, 2, \dots, 8.$   
База данных.  
Переход  $t_5$  может сработать, только если документы 1 и 2 уже сформированы.



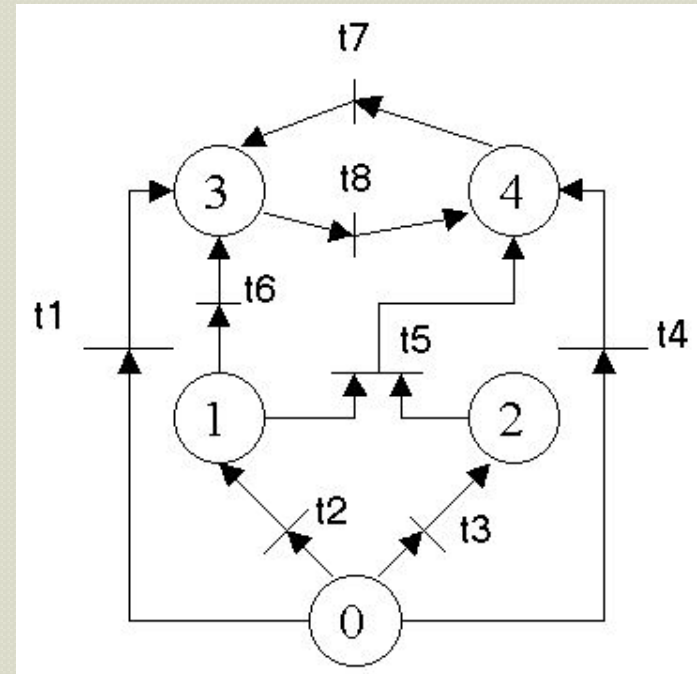
# Назначение формальной постановки задачи

- Формальная постановка задачи в нашем случае предназначена для перехода от графической модели к аналитической, для которой известны алгоритмы поиска решения.
- От формальной постановки задачи (от аналитической модели) часто зависит эффективность используемых методов решения.

# Формальная постановка задачи как задачи дискретной оптимизации с булевыми переменными

$$R = 9z(t_1) + 8z(t_2) + 7z(t_3) + 6z(t_4) + 5z(t_5) + 4z(t_6) + 3z(t_7) + 2z(t_8) \rightarrow \min;$$

- $z(t_1) + z(t_6) + z(t_7) = 1;$
- $z(t_4) + z(t_5) + z(t_8) = 1;$
- $z(t_2) = 1; \quad z(t_3) = 1;$
- $z(t_8)z(t_7) = 0;$
- $z(t_2)z(t_5) = z(t_3)z(t_5);$
- $z(t_i) = 1, 0; \quad i = 1, 2, 3, \dots, 8.$



Поскольку  $z(t_2) = z(t_3) = 1$ , реальное число переменных равно шести.

# РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПЕРЕБОРОМ

$$R=9z(t1)+8z(t2)+7z(t3)+6z(t4)+5z(t5)+4z(t6)+3z(t7)+2z(t8) \rightarrow \min;$$

- ⊙  $z(t1)+z(t6)+z(t7)=1;$
- ⊙  $z(t4)+z(t5)+z(t8)=1;$
- ⊙  $z(t2)=1; z(t3)=1;$
- ⊙  $z(t8)z(t7)=0;$
- ⊙  $z(ti)=1,0; i=1,2,3,\dots,8.$

**лучшее из просмотренных** →

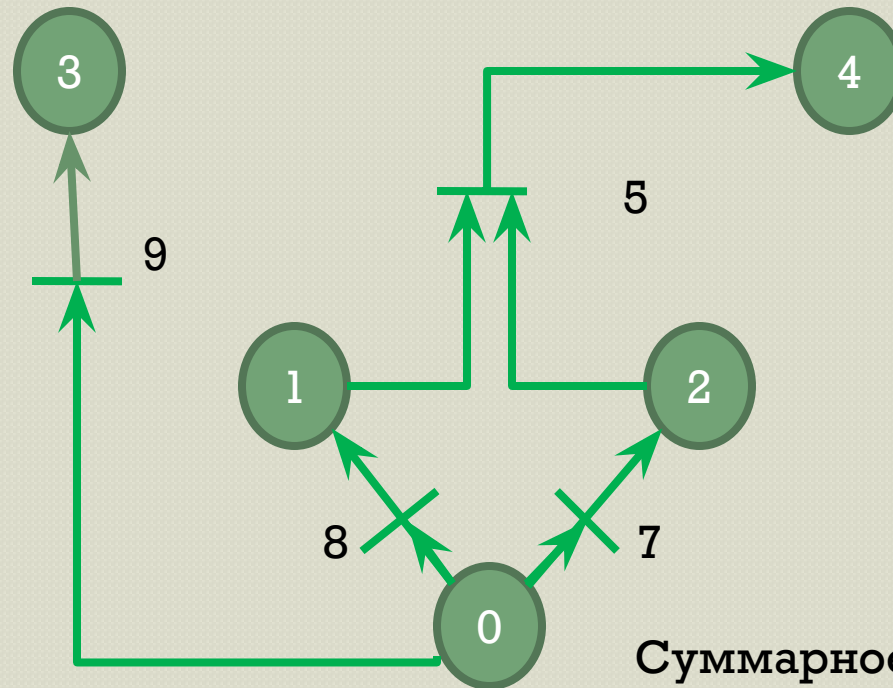
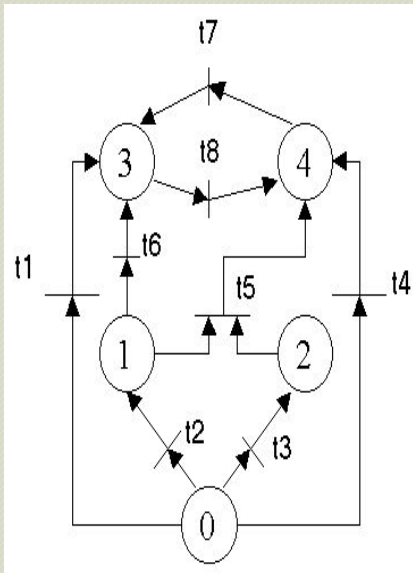
№	t8	t7	t6	t5	t4	t1	R
1	0	0	0	0	0	1	∞
2	0	0	0	0	1	0	∞
3	0	0	0	0	1	1	30
4	0	0	0	1	0	0	∞
5	0	0	0	1	0	1	29
6	0	0	0	1	1	0	∞
7	0	0	0	1	1	1	35

Объем полного перебора равен  $n1=256$ , с учетом специфики задачи ( $z(t2)=z(t3)=1$ ) объем перебора  $n2=64$ .



# Графическая иллюстрация

- Найденный перебором порядок формирования документов:



Суммарное время формирования документов в соответствии с найденной стратегией равно 29 единиц.

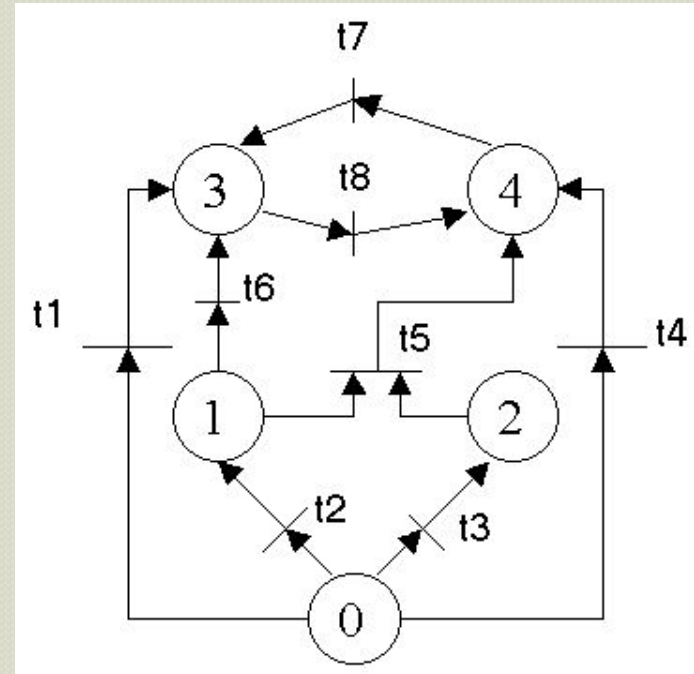
# Формальная постановка задачи как задачи оптимального упорядочения

- $P'$  ( $\pi, i$ ) – подмножество первых  $i$  позиций перестановки  $\pi$ .
- Выбирается  $k$ -й переход такой, что:
  - ❖ исходящая из него дуга заходит в позицию, стоящую на  $(i+1)$ -м месте в перестановке  $\pi$ ;
  - ❖ В планку  $k$ -го перехода заходят дуги подмножества переходов  $T'(\pi, i)$  в которые заходят только дуги, исходящие из позиций подмножества  $P'$ .
  - ❖ Формальная постановка задачи имеет вид:

$$R = \min_{\pi} \sum_{i=1}^n \min_{t_j \in T'(\pi, i)} \tau(t_j).$$

# Формальная постановка задачи применительно к ранее рассмотренной модели

$$\left\{ \begin{array}{l} R = \min_{q \in \{1,2\}} \sum_{i=1}^n \min_{t_j \in T'(\pi_q, i)} \tau(t_j); \\ \pi_1 = 1,2,3,4; \\ \pi_2 = 1,2,4,3; \end{array} \right\} = \{\pi\}.$$



Число возможных перестановок при формировании четырех документов равно 24, но с учетом специфики приведенной выше сети Петри это число можно сократить до двух:  $\{\pi\}$ .

# Алгоритм определения времени формирования документов для фиксированной перестановки $\pi$

- Шаг 1.  $i=1$ .
- Шаг 2. Определяется подмножество  $P'(p, i)$ .
- Шаг 3. Определяется подмножество  $T'(p, i)$ .
- Шаг 4. Выбор  $k$ -го перехода, для которого справедливо:  
$$\tau(t_k) = \min \tau(t_j).$$
- Шаг 5.  $i = i+1$ .
- Шаг 6. Если  $i > n$ , то перейти к шагу 7, в противном случае – к шагу 2.
- Шаг 7. Конец алгоритма.

# Пример 2

1. Пусть  $\pi_1 = 1, 2, 3, 4$ .

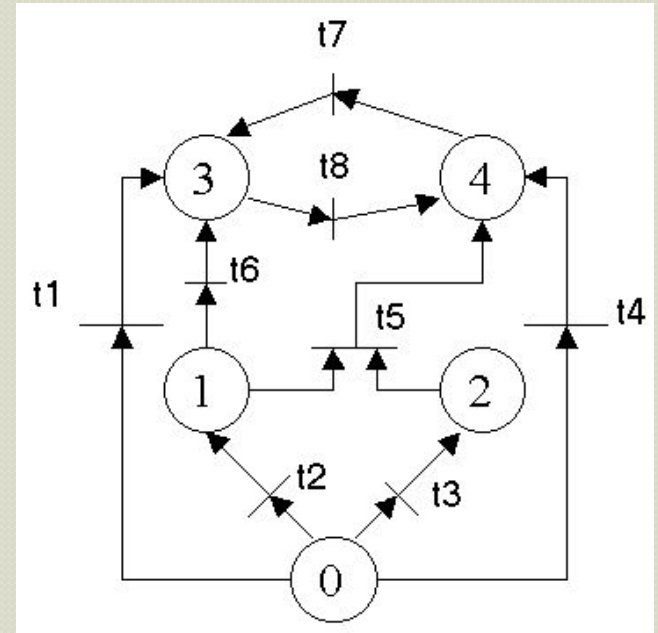
$$R(\pi_1) = \tau(t_2) + \tau(t_3) + \tau(t_6) + \tau(t_8) = 21.$$

2. Пусть  $\pi_2 = 1, 2, 4, 3$ .

$$R(\pi_2) = \tau(t_2) + \tau(t_3) + \tau(t_5) + \tau(t_7) = 23.$$

3. Оптимальная стратегия формирования документов определяется перестановкой  $\pi = 1, 2, 3, 4$ .

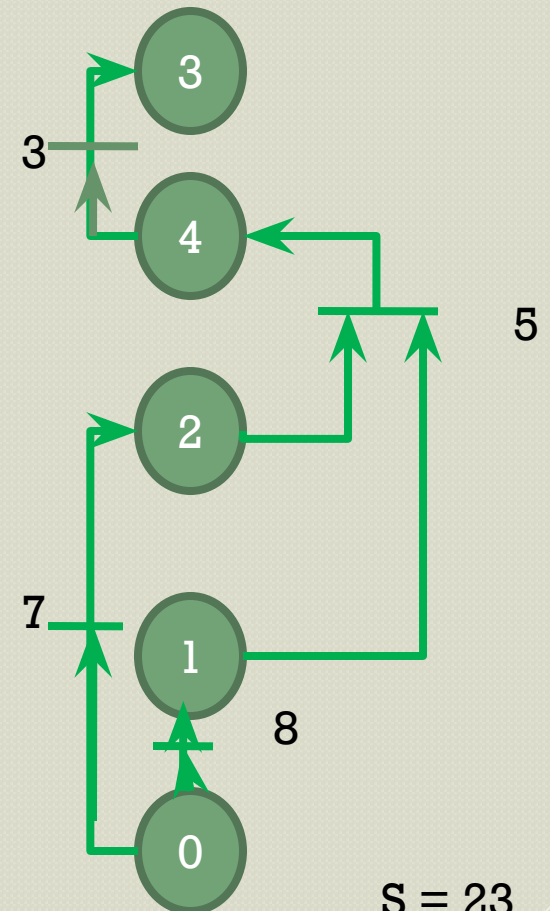
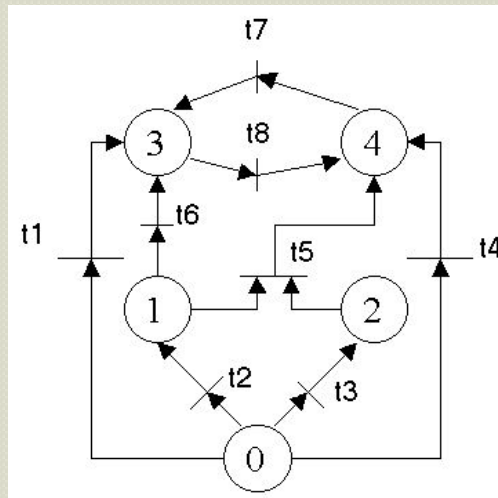
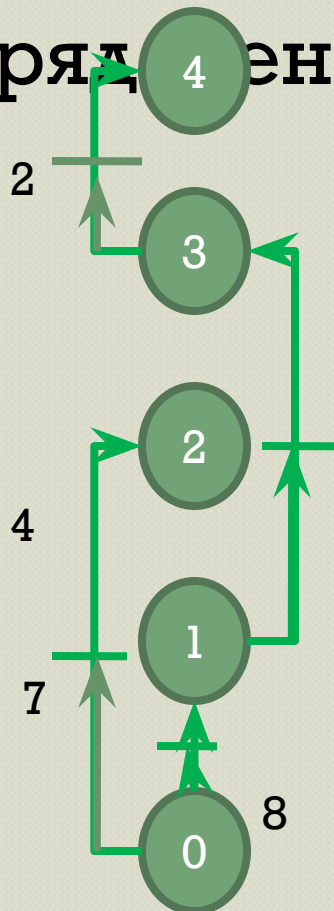
4. Что изменится, при использовании перестановок  $\pi_3 = 2, 1, 3, 4$ ;  $\pi_4 = 3, 4, 2, 1$  ?



# Графическая иллюстрация

Упорядочение 1

Упорядочение 2



S = 21

S = 23

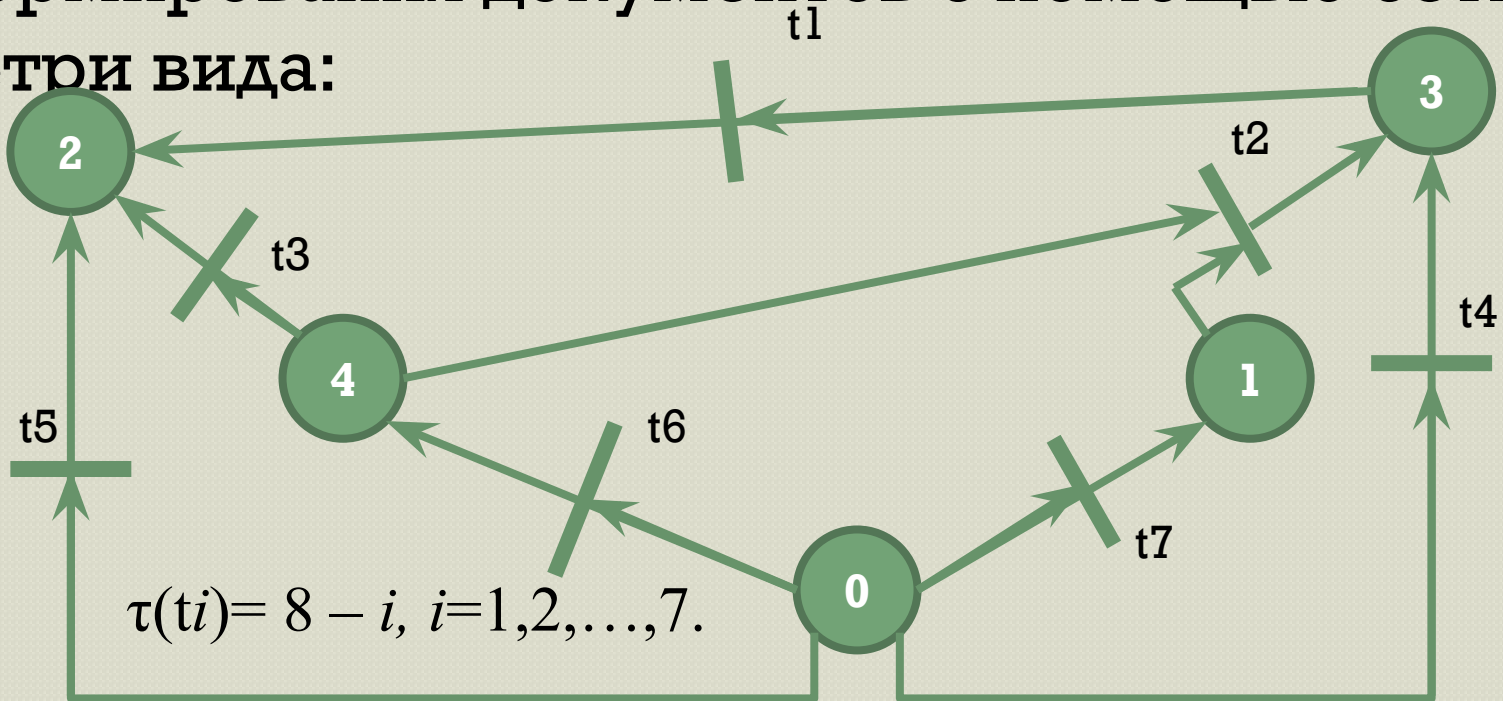
# Самостоятельно 1

---

- Сравните две вышеприведенные аналитические модели, построенные на базе сетей Петри и выберите лучшую.
- Обоснуйте свой выбор.

# Самостоятельно 2

- Следует формализовать и определить (с помощью перестановок и булевых переменных) оптимальный порядок формирования документов с помощью сети Петри вида:





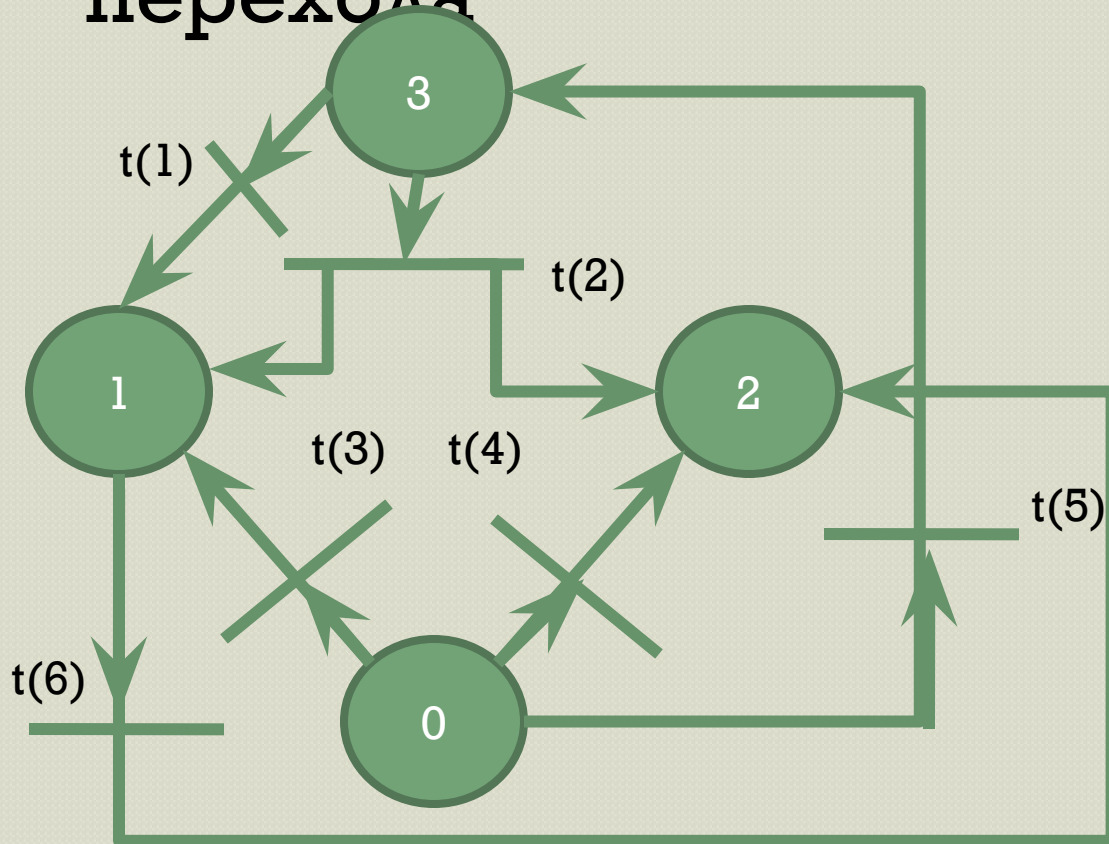
# Самостоятельно 3

---

- Следует формализовать и определить (с помощью перестановок и булевых переменных) оптимальный порядок формирования документов с помощью сети Петри, не содержащей бикомпоненты (см. следующий слайд).

# Сеть Петри примера 3

- Сеть Петри  
перехода



Вес

$t(i)$	$P(t(i))$
t(1)	7
t(2)	3
t(2)	9
t(3)	2
t(4)	1
t(5)	4
t(6)	5

# Решение перебором

(следующие 7 итераций – самостоятельно)

№	T(6)	T(5)	T(4)	T(3)	T(2)	T(1)	R	Примечание
1	0	0	0	0	0	1	$\infty$	
2	0	0	0	0	1	0	$\infty$	
3	0	0	0	0	1	1	$\infty$	
4	0	0	0	1	0	0	$\infty$	
5	0	0	0	1	0	1	$\infty$	
6	0	0	0	1	1	0	$\infty$	
7	0	0	0	1	1	1	$\infty$	

# Ответить на вопросы

---

- **Как построить сеть Петри для случая, когда документы формируются с использованием распределенной базы данных?**
- **Как учесть в формальной постановке задачи случай, когда в сети Петри существуют контуры?**

## **Часть 3**

---

# **Маркировка и динамика сетей Петри**

# Динамика ординарных сетей Петри.

- Маркировка сети Петри – присвоение позициям числовых меток или значений. Представляется в виде вектора  $M_j$
- Динамика сети Петри определяется соотношением о правилах срабатывания переменных видов.
- Изменение состояний сети связаны с механизмом изменения маркировок позиций. Приняты следующие правила:

# Приняты следующие правила:

- Выполняется только возбужденный переход, т. е. такой, во всех входных позициях которого – 1.
- Срабатывание перехода может наступить через любой конечный промежуток времени, после его возбуждения.
- Если в каком то состоянии сети Петри возбужденными оказываются несколько переходов, то выполняется только один (любой) из них.
- В результате срабатывания перехода, метка меняется в каждой входной его позиции - она уменьшается на 1, а метки во всех его выходных позициях увеличивается на 1.
- Выделение перехода – неделимый процесс изменения разметки выполняется мгновенно.

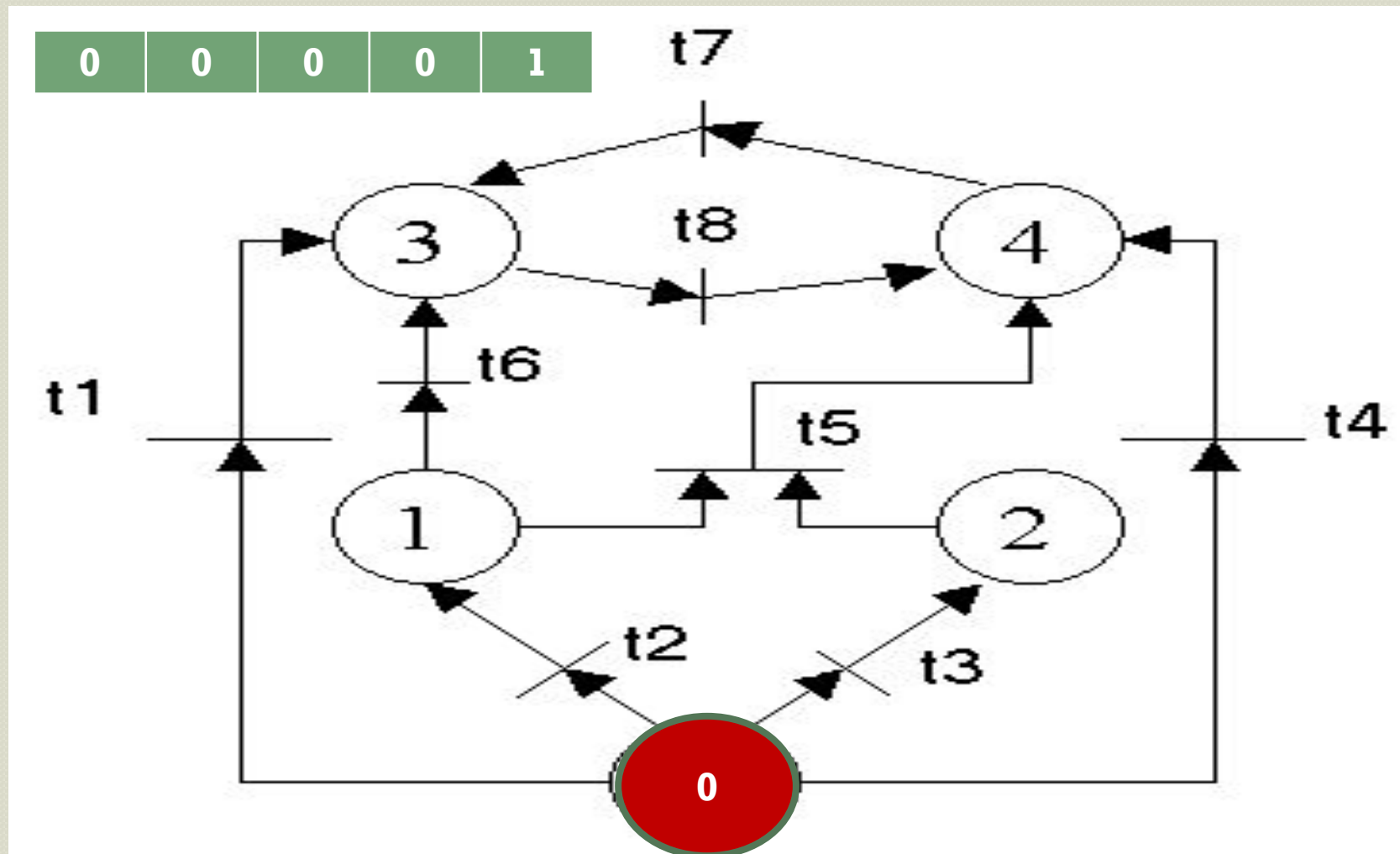
## **Пример 3**

---

**Определить динамику  
сети Петри  
применительно к задаче  
поиска оптимальной  
стратегии формирования  
документов**

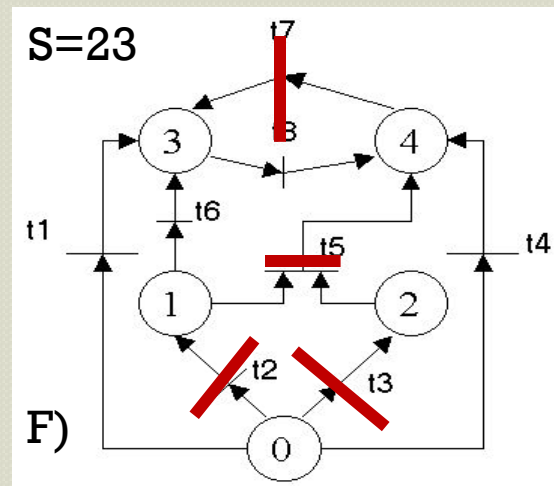
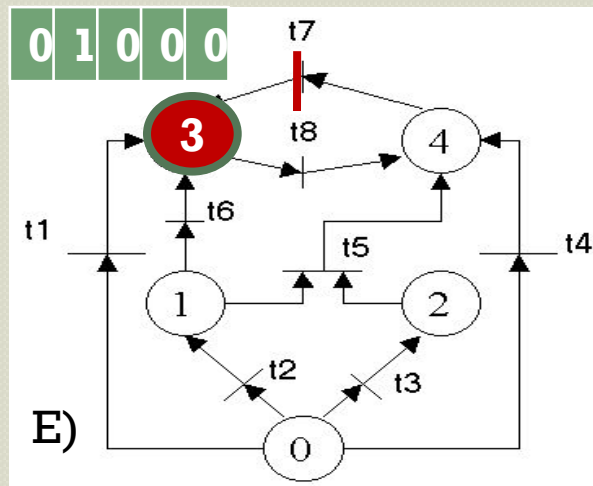
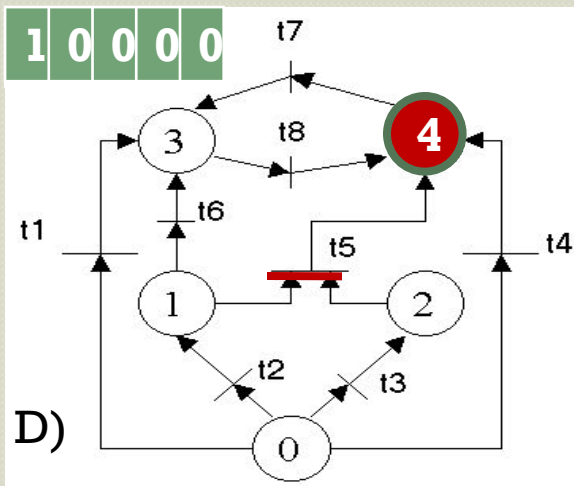
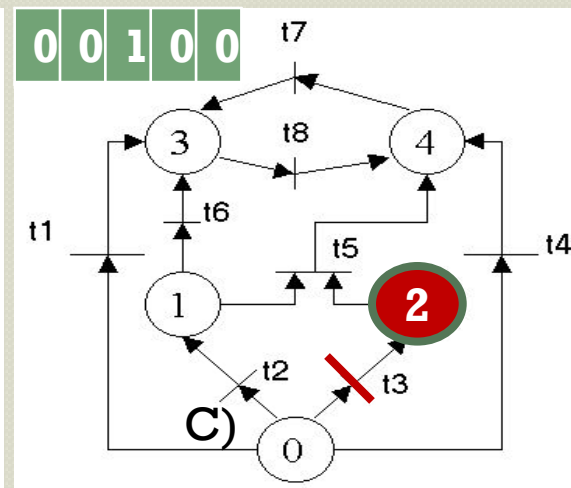
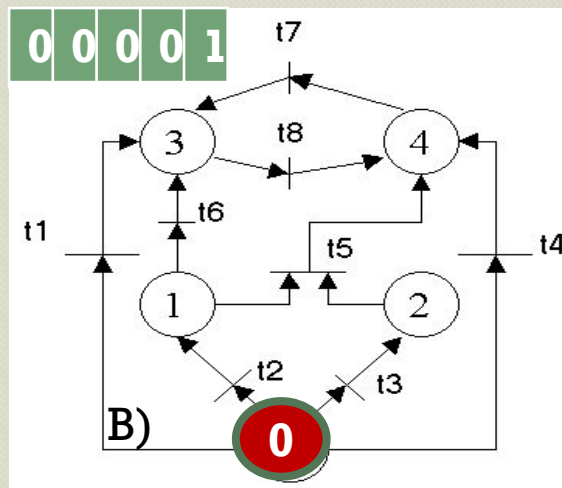
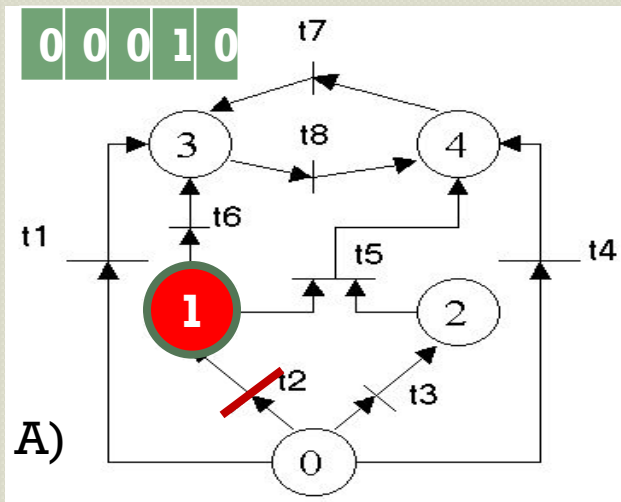


# Начальная позиция выделена красным цветом



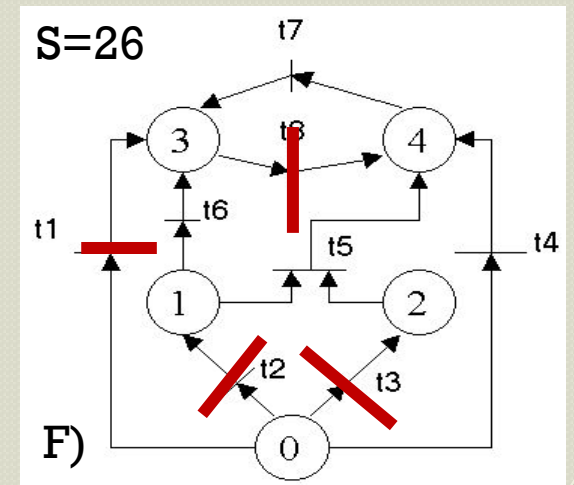
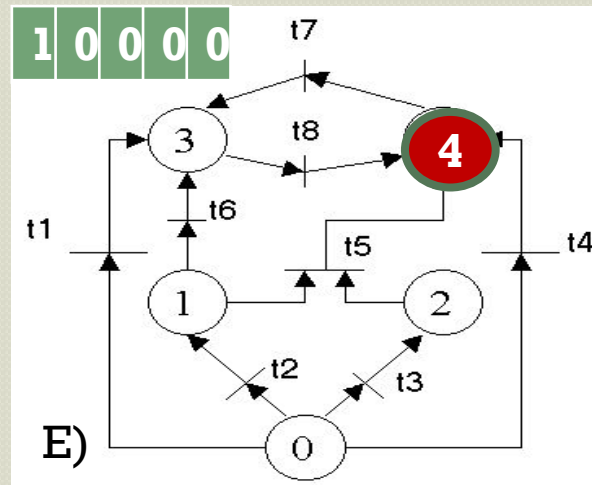
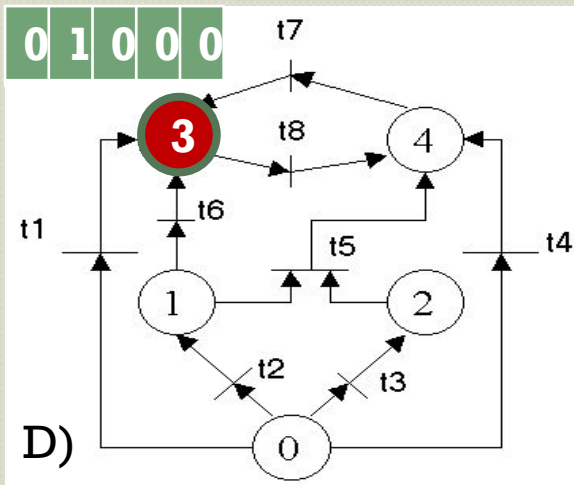
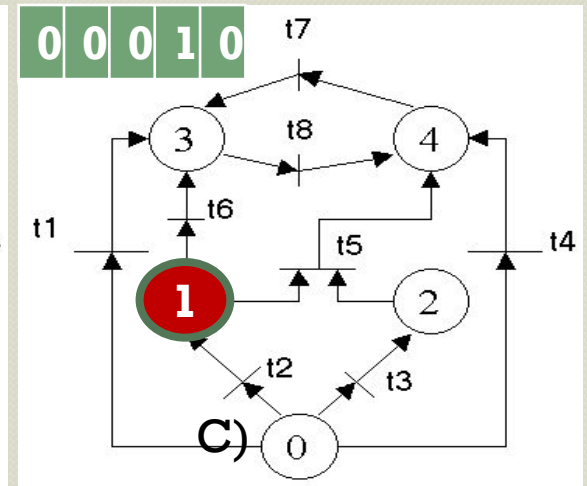
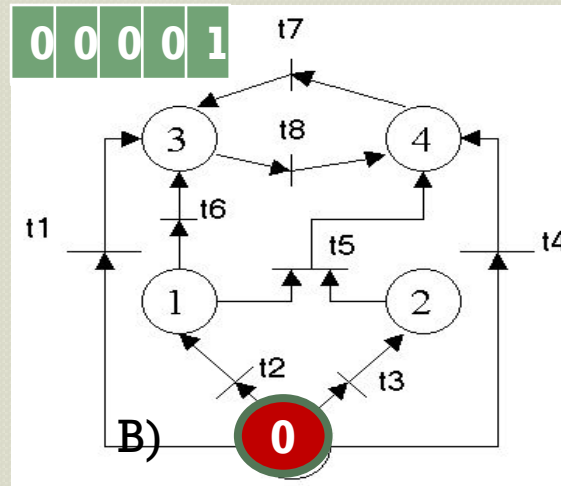
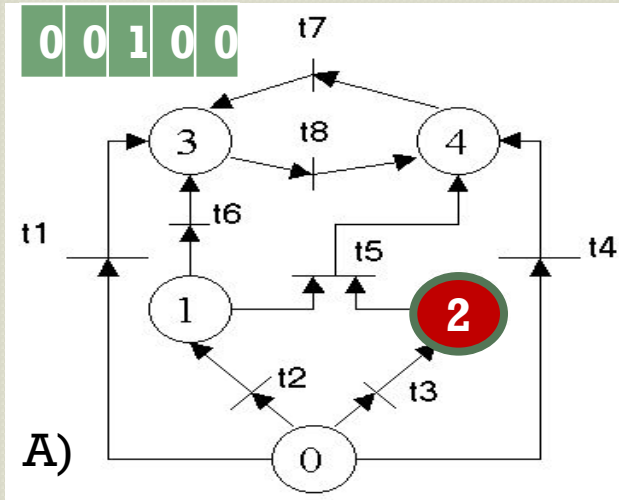
# Расстановка пометок

## №1



# РАССТАНОВКА ПОМЕТОК

## №2



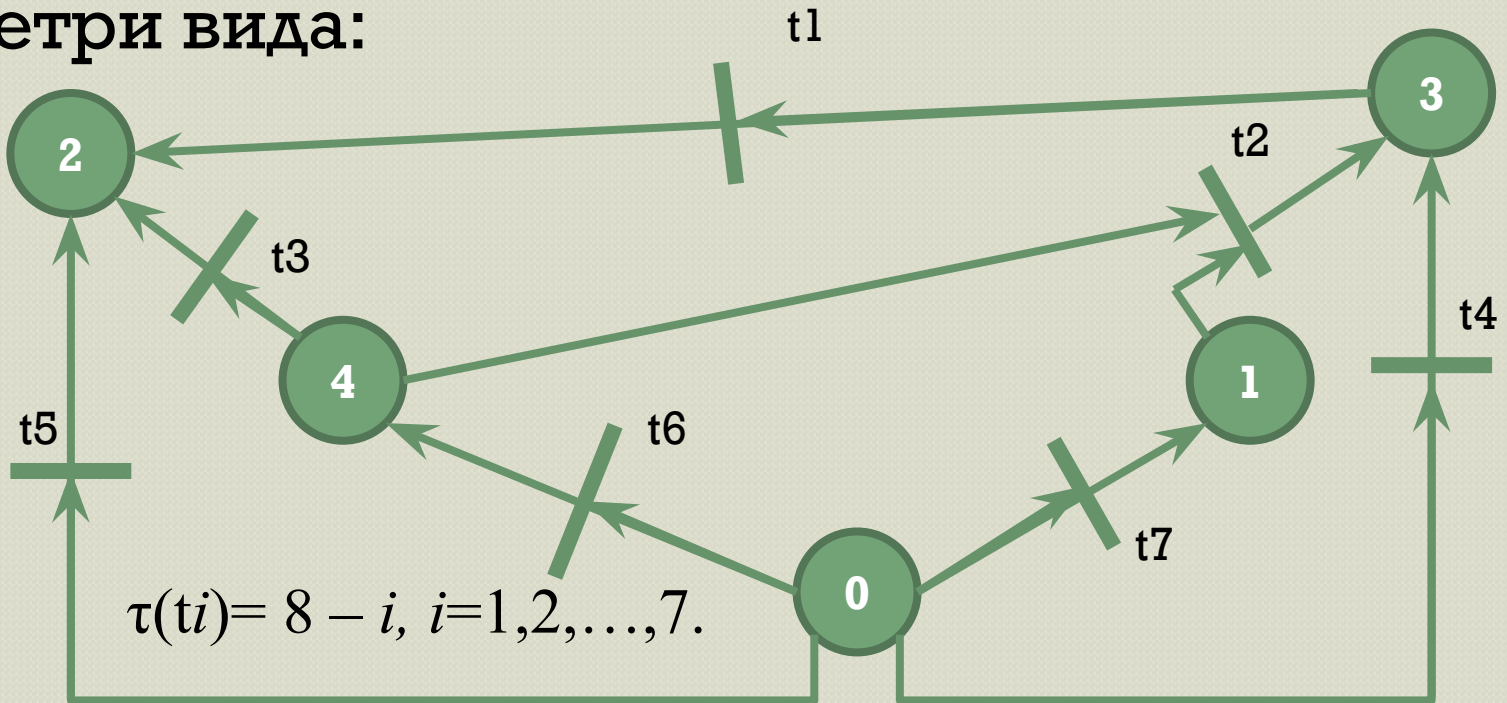
# Самостоятельно

---

- **Сравнить** эффективность поиска оптимального решения расстановкой пометок на сети Петри с рассмотренными ранее аналитическими методами.
- **Обосновать** сделанные **ВЫВОДЫ.**

# Самостоятельно

Определить с помощью расстановки пометок оптимальный порядок формирования документов с помощью сети Петри вида:



## **Часть 4**

---

**Использование сети  
Петри для описания  
работы  
производственного  
модуля**

# ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ

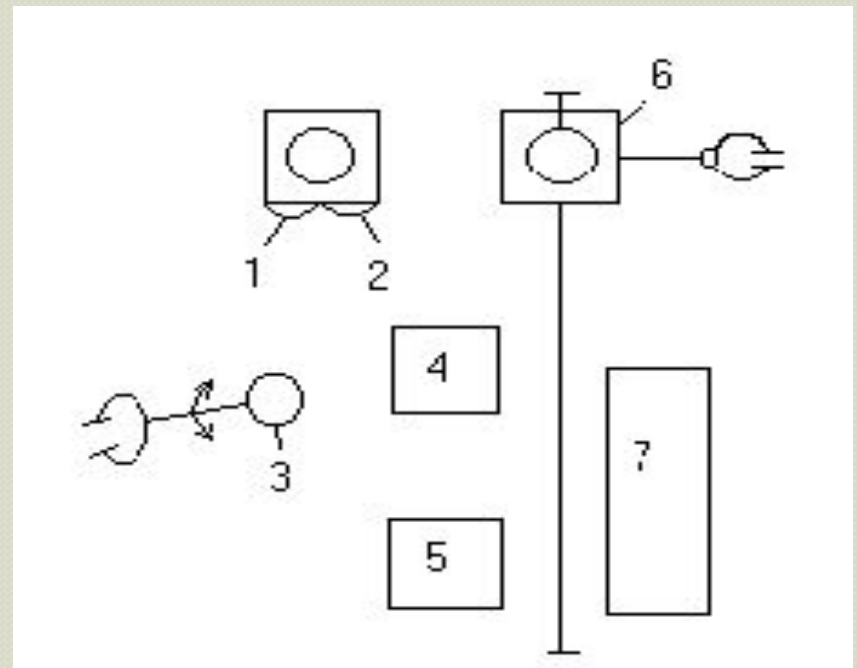
## ШАГОВ

1. Описание производственного модуля.
2. Описание работы ПМ.
3. Составление блок-схемы алгоритма, имитирующего работу П. М.
4. Определение и обозначение множества позиций сети Петри.
5. Определение и обозначение множества переходов сети Петри.
6. Создание сети Петри.

7. Маркировка начальных состояний

# Описание производственного модуля

- 0 – станок с ЧПУ;
- 1 – приемная позиция станка;
- 2 – позиция установки тары;
- 3 – позиционер заготовки и оснастки в станке;
- 4 – накопитель заготовок;
- 5 – место комплектации заготовок;
- 6 – транспортный модуль;
- 7 – накопитель готовый деталей;



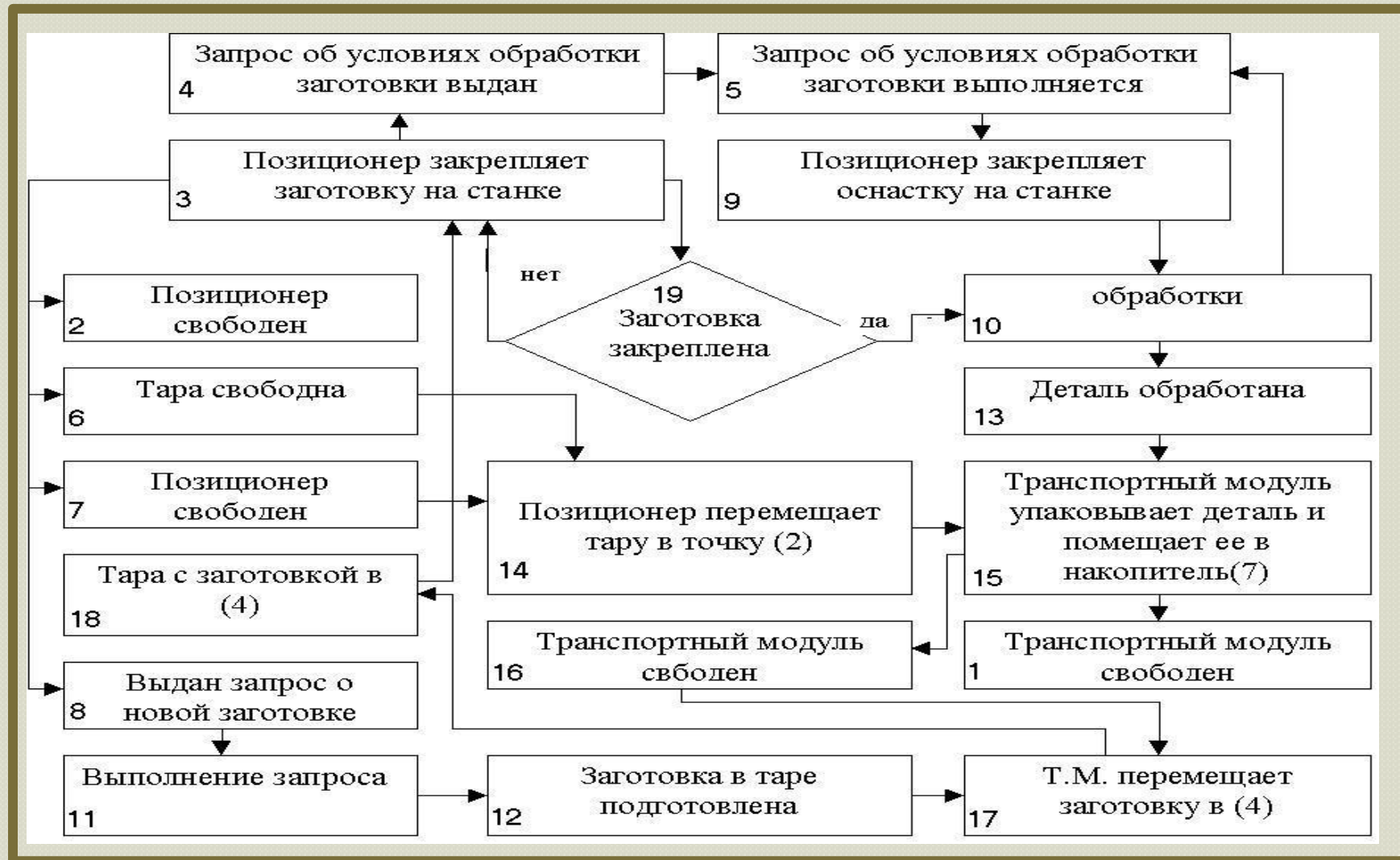


# Порядок работы

## производственного модуля

- Станок для обработки заготовок (0) имеет магазин оснастки и средство (3) для ее автоматической смены и установки детали. Заготовка в таре поступает в накопитель (4) откуда с помощью (3) заготовка устанавливается в (1) и пара в (2). После обработки готовая деталь с помощью (6) переносится в (7) после чего освободившийся модуль (6) выбирает в (5) новую заготовку в таре и переносит ее в (4).

# Блок – схема алгоритма отображающего работу производственного модуля



# Описание производственного модуля сетью Петри –обозначение позиций

## Обозначения позиций:

- P1 – заготовка закреплена в станке и готова к обработке.
- P2 – инструмент подготовлен к выполнению операции.
- P3 – запрос на условие обработки.
- P4 – позиционер свободен.
- P5 – разрешена замена оснастки.
- P6 – тара свободна.
- P7 – позиционер свободен.
- P8 – пустая тара установлена в позиции 2.
- P9 – выполняется программа выполняющая обработку детали.
- P10 – деталь обработана.
- P11 – Т.М. пакует деталь и разгружает в положение «7».
- P12 – Т.М. свободен.
- P13 – запрос об очередной заготовке.
- P14 – информация о типах заготовок и тары.
- P15 – выбрана заготовка в таре.
- P16 – подготовка позиции для приема новой заготовки и тары.
- P17 – Т.М. берет в «5» заготовку с тарой , переносит их в накопитель «4».
- P18 – Заготовка и тара в накопителе «4».

# Обозначение переходов

- t1 – позиционер берет заготовку в накопителе «4» и закрепляет ее на станке.
- t2 – включение программы обработки детали.
- t3 – позиционер берет тару и фиксирует ее в зоне «2».
- t4 – выполнение программы подготовки оснастки к работе.
- t5 – обработка детали.
- t6 – включение программ управления Т.М.
- t7 – выполнение программ управления Т.М.
- t8 – включение программы №2 управление Т.М. – определение очередей заготовок и типов тары, а также адресов их хранения.
- t9 – выполнение программы 2 для Т.М..
- t10 – выполняется программа подготовки очередной заготовки в таре.
- t11 – выполнение программы.

# производственного модуля в виде сети Петри

Красным выделена  
маркировка начальных  
позиций сети Петри.

