

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ  
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА-ЮГРЫ

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
Ханты-Мансийского автономного округа-Югры  
«Сургутский государственный педагогический университет»

Факультет управления  
Кафедра высшей математики и информатики

# **Нестандартные задачи как средство формирования исследовательских умений обучающихся в курсе алгебры 8 класса**

Выполнил:

Гончаров Герман Александрович,  
студент группы Б-3051

Научный руководитель:

Суханова Наталья Владимировна,  
к.п.н., доцент

Сургут 2017

**Проблема:** каким должен быть комплекс нестандартных задач, способствующий формированию исследовательских умений обучающихся 8 класса при обучении алгебре?

**Объект:** средства формирования исследовательских умений школьников 8 класса при обучении алгебре.

**Предмет:** нестандартные задачи по алгебре, направленные на формирование исследовательских умений обучающихся 8 класса.

# Задачи

1. Выделить особенности обучения алгебре в 8 классе, направленного на формирование исследовательских умений обучающихся.
2. Выявить различные подходы к определению нестандартной задачи и её дидактических функций в методике обучения и воспитания математике.
3. Разработать комплекс нестандартных задач по некоторым темам курса алгебры 8 класса.
4. Провести апробацию разработанного комплекса нестандартных задач в курсе алгебры 8 класса, способствующего формированию исследовательских умений обучающихся.

# Теоретические основы формирования исследовательских умений

## Исследовательские умения

- Способы
- Виды
- Компоненты

## Нестандартные задачи

- Функции
- Компоненты
- Этапы составления
- Этапы решения

# Комплекс нестандартных задач

Квадратные уравнения	Неравенства
1. Неполные квадратные уравнения	8. Числовые неравенства
2. Формула корней квадратного уравнения	9. Свойства числовых неравенств
3. Решение задач с помощью квадратных уравнений.	10. Сложение и умножение числовых неравенств
4. Теорема Виета.	11. Погрешность и точность приближения
5. Решение дробных рациональных уравнений	12. Пересечение и объединение множеств
6. Решение задач с помощью рациональных уравнений	13. Числовые промежутки
7. Уравнения с параметром	14. Решение неравенств с одной переменной
	15. Решение систем неравенств с одной переменной
	16. Доказательство неравенств

# Тема. Свойства числовых неравенств

•  
*Задание:* Сравните числа:  $\frac{1998}{2000}$  и  $\frac{19981999}{20002001}$ .

*Решение:* 1) Введем обозначения  $a = 1998, b = 2000$ , тогда

$$\begin{aligned} 19981999 &= 19980000 + 1999 = 19980000 + 1998 + 1 = \\ &= a \cdot 1000 + a + 1 = 10001 \cdot a + 1, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 200020001 &= 20000000 + 2001 = 20000000 + 2000 + 1 = \\ &= b \cdot 10000 + b + 1 = 10001 \cdot b + 1. \end{aligned}$$

2) Сравниваем такие две дроби:

$$\frac{a}{b} \text{ и } \frac{10001a + 1}{10001b + 1}.$$

Итак, что больше:

$$\frac{a}{b} \text{ v } \frac{10001a + 1}{10001b + 1}?$$

$$a(10001b + 1) \text{ v } b(10001a + 1), \text{ то есть } a \text{ v } b.$$

Но так как  $a < b$  (это видно из условия задачи), то окончательно имеем:

$$\frac{1998}{2000} < \frac{19981999}{20002001}.$$

# Тема. Решение систем неравенств с одной переменной

*Задание:* Найдите точку с наибольшей ординатой, удовлетворяющую системе неравенств:

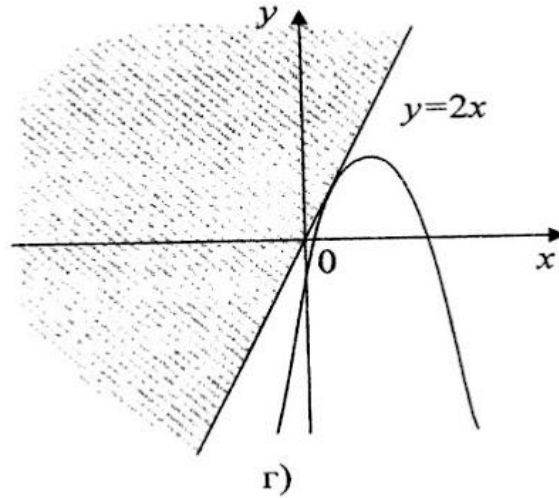
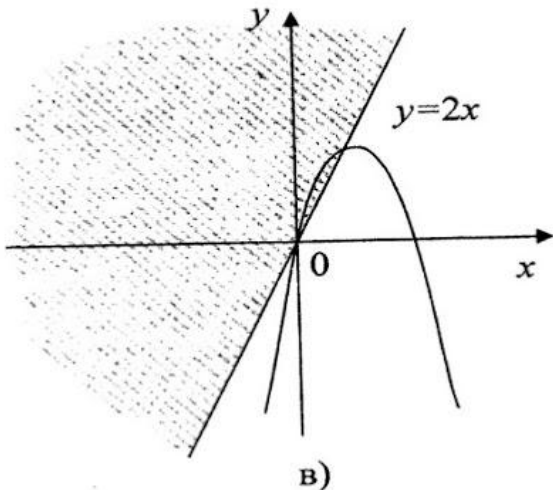
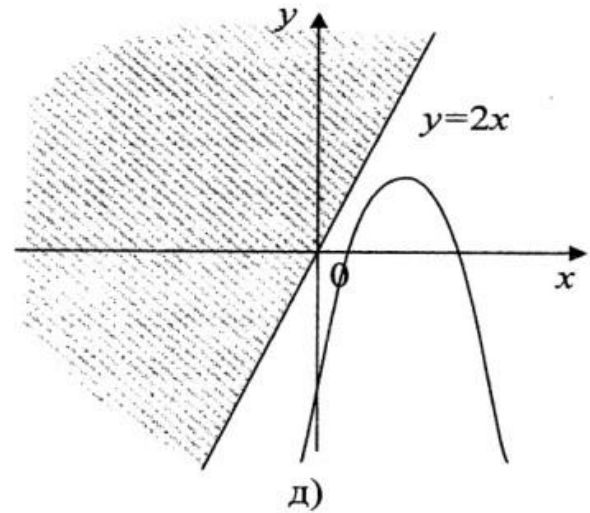
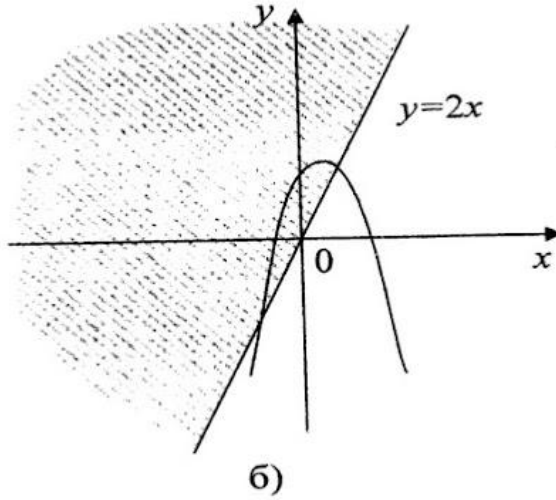
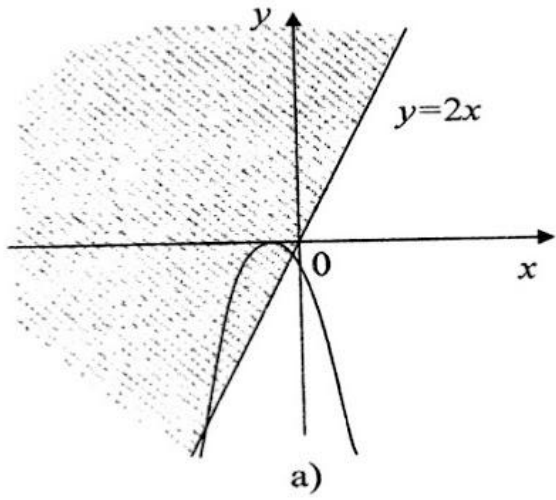
$$\begin{cases} y - 2x \geq 0, \\ -x^2 + 2ax - a^2 + a + 1 - y \geq 0. \end{cases}$$

*Анализ:* Поиск точки с наибольшей ординатой достаточно провести для системы:

$$\begin{cases} y - 2x \geq 0, \\ y = -x^2 + 2ax - a^2 + a + 1 - y. \end{cases}$$



*Испытания:*



## Проверка испытаний:

**Таблица зависимости ординаты точки от значений параметра**

Случай	<b>а</b>	<b>б</b>	<b>в</b>	<b>г</b>	<b>д</b>
Значения параметра $a$	$a = -1$	$a = 1$	$a = 1,5$	$a = 2$	$a = 3$
Координаты вершины параболы	$(-1; 0)$	$(1; 2)$	$(1,5; 2,5)$	$(2; 3)$	$(3; 4)$
Точки пересечения с прямой $y = 2x$	$\begin{pmatrix} -2 + \sqrt{3} \\ -4 + \sqrt{3} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} -2 - \sqrt{3} \\ -4 - \sqrt{3} \end{pmatrix}$	$(1; 2),$ $(-1; -2)$	$\begin{pmatrix} \frac{-1 + \sqrt{2}}{2}; \\ -1 + \sqrt{2} \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} \frac{-1 - \sqrt{2}}{2}; \\ -1 - \sqrt{2} \end{pmatrix}$	$(1; 2)$	

## *Выдвижение гипотез:*

1. Если вершина параболы лежит не ниже прямой  $y = 2x$ , то искомая точка и есть вершина параболы.
2. Если вершина параболы лежит ниже прямой,  $y = 2x$ , тогда прямая  $y = 2x$  должна пересекать возрастающую ветвь параболы (или касаться её), а значит искомой точкой будет та, у которой абсцисса является наибольшим корнем уравнения  $2x = -x^2 + 2ax - a^2 + a + 1$  (или просто корнем, если он один).

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ  
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА-ЮГРЫ**

**Бюджетное учреждение высшего образования  
Ханты-Мансийского автономного округа-Югры  
«Сургутский государственный педагогический университет»**

**Факультет управления  
Кафедра высшей математики и информатики**

**Нестандартные задачи как средство формирования исследовательских умений  
обучающихся в курсе алгебры 8 класса**

Выполнил:

Гончаров Герман Александрович,  
студент группы Б-3051

Научный руководитель:

*Суханова Наталья Владимировна,*  
к.п.н., доцент

Сургут 2017

# Содержание комплекса нестандартных задач

1. Неполные квадратные уравнения.
2. Формула корней квадратного уравнения.
3. Решение задач с помощью квадратных уравнений.
4. Теорема Виета.
5. Решение дробных рациональных уравнений.
6. Решение задач с помощью рациональных уравнений.
7. Уравнения с параметром.
8. Числовые неравенства.

# Содержание комплекса нестандартных задач

9. Свойства числовых неравенств.
10. Сложение и умножение числовых неравенств.
11. Погрешность и точность приближения.
12. Пересечение и объединение множеств.
13. Числовые промежутки.
14. Решение неравенств с одной переменной.
15. Решение систем неравенств с одной переменной.
16. Доказательство неравенств.

# Тема. Свойства числовых неравенств

*Задание:* Сравните числа:

$$\frac{1998}{2000} \text{ или } \frac{19981999}{20002001}.$$

Введем обозначения  $a = 1998, b = 2000$ , тогда

$$\begin{aligned} 19981999 &= 19980000 + 1999 = 19980000 + 1998 + 1 = \\ &a \cdot 1000 + a + 1 = 10001 \cdot a + 1, \end{aligned}$$

# Тема. Свойства числовых неравенств

$$\begin{aligned}200020001 &= 20000000 + 2001 = 20000000 + 2000 + 1 = \\ &b \cdot 10000 + b + 1 = 10001 \cdot b + 1.\end{aligned}$$

Сравниваем такие две дроби:

$$\frac{a}{b} \text{ и } \frac{10001a + 1}{10001b + 1}.$$



# Тема. Свойства числовых неравенств

Итак, что больше:

$$\frac{a}{b} \text{ v } \frac{10001a + 1}{10001b + 1} ?$$

$a(10001a + 1) \text{ v } b(10001b + 1)$ , то есть  $a \text{ v } b$ .

Но так как  $a < b$  (это видно из условия задачи), то окончательно имеем

$$\frac{1998}{2000} < \frac{19981999}{20002001}.$$

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ И МОЛОДЕЖНОЙ ПОЛИТИКИ  
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА-ЮГРЫ**

**Бюджетное учреждение высшего образования  
Ханты-Мансийского автономного округа-Югры  
«Сургутский государственный педагогический университет»**

**Факультет управления  
Кафедра высшей математики и информатики**

**Нестандартные задачи как средство формирования исследовательских умений  
обучающихся в курсе алгебры 8 класса**

Выполнил:

Гончаров Герман Александрович,  
студент группы Б-3051

Научный руководитель:

*Суханова Наталья Владимировна,*  
к.п.н., доцент

Сургут 2017