

Бакалаврская работа

Разработка модели и алгоритмов
оценки пропускной способности звена
мультисервисной иерархической сети доступа
с потоками заявок от конечных групп пользователей



Выполнил: студент 317 группы, Орехов Е.А.

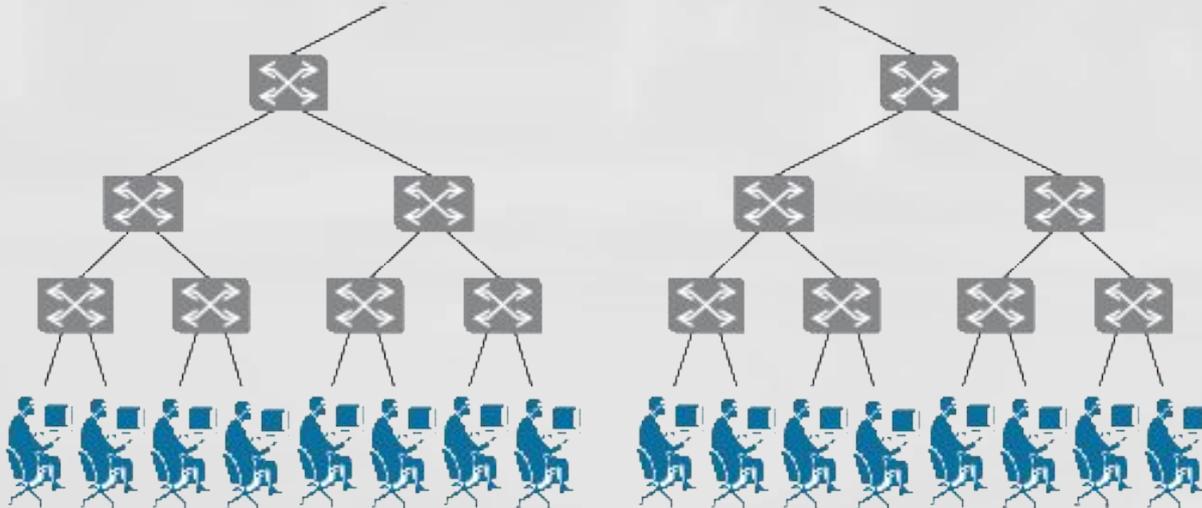
Руководитель: д.т.н., проф. Степанов С.Н.

Введение

Объект исследования – мультисервисная иерархическая сеть доступа с потоками заявок от конечных групп пользователей.

Цель работы:

- построение математической модели мультисервисной иерархической сети доступа с потоками заявок от конечных групп пользователей
- создание алгоритмов оценки пропускной способности звена данной сети
- формулировка рекомендаций по определению скорости линии, удовлетворяющей заданным показателям качества обслуживания.



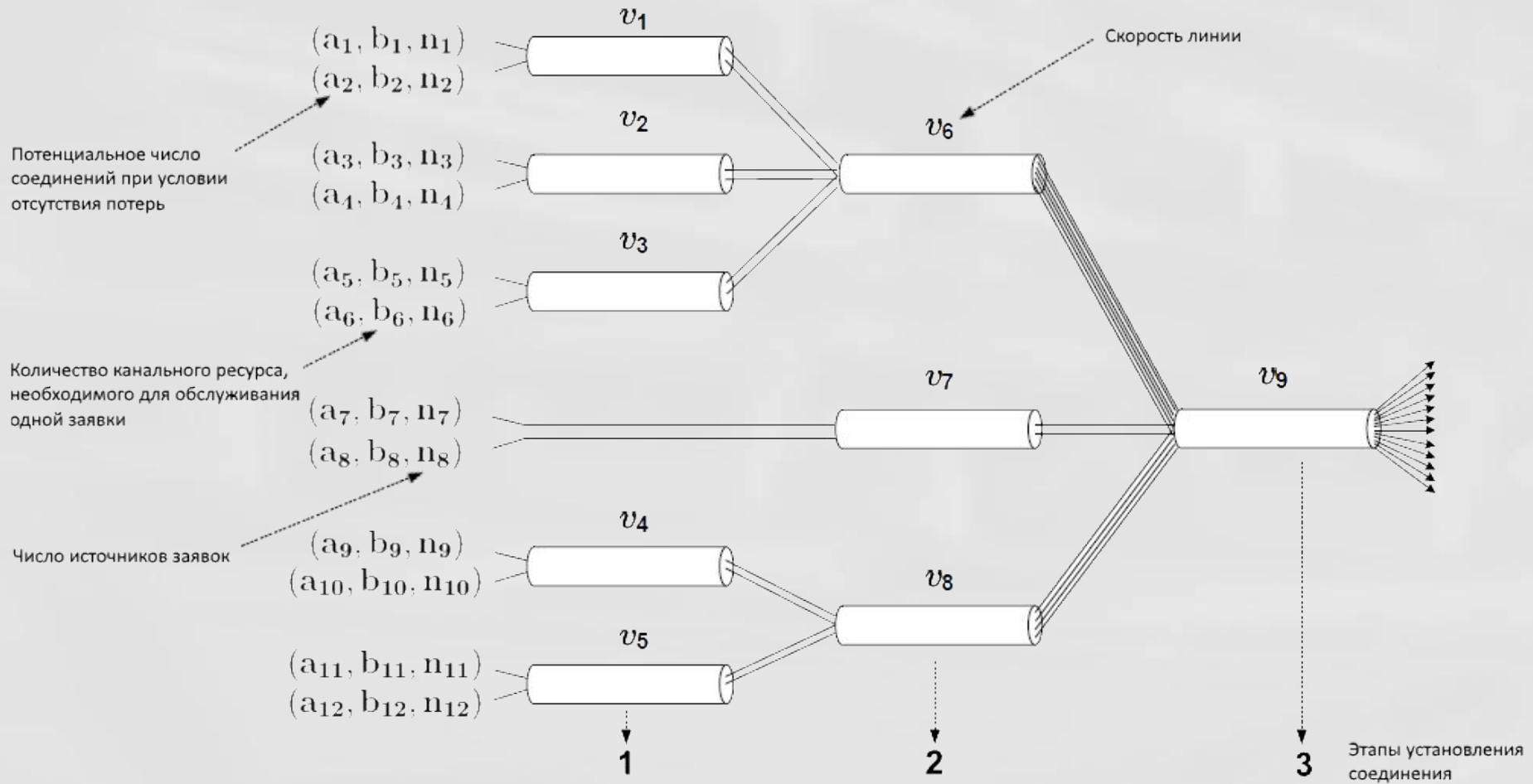
Практическая значимость работы:

- внедрение методов планирования пропускной способности линий связи во избежание неконтролируемого перераспределения канального ресурса
- получение средства увеличения доходности за счет дифференцирования различных сервисов.

Методология и степень разработанности темы:

- Направлениям решения поставленной задачи посвящена литература таких авторов, как Степанов С. Н., Наумов В. А., Вишнеvский В.М., Ross K., Iversen V. и др.
- Новизна данной работы заключается в обобщении существующих моделей для учёта разнородности трафика, а также конечности числа пользователей для более точного отражения реалий действующих систем связи.

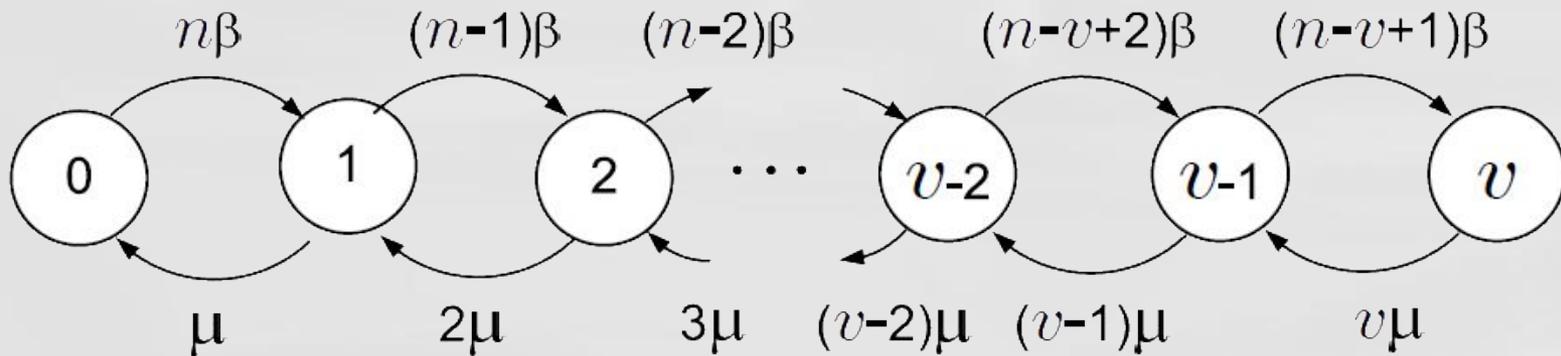
Математическая модель



Закон поступления заявок

- n – число источников заявок
- β – параметр экспоненциального распределения моментов времени поступления заявок
- μ – параметр экспоненциального распределения времени обслуживания заявки

Диаграмма переходов для случайного процесса, описывающего динамику изменения состояний модели Энгсета:



Основные соотношения модели Энгсета

- Система уравнений равновесия:

$$P(0)n\beta = P(1)\mu$$

• • •

$$P(i)(n - i)\beta = P(i + 1)(i + 1)\mu, \quad i = 0, 1, \dots, v$$

где $P(i)$ – ненормированная вероятность пребывания системы в состоянии i .

- Формула Энгсета:

$$p(i) = \frac{C_n^i \gamma^i}{\sum_{i=0}^v C_n^i \gamma^i}, \quad \text{где } \gamma = \frac{\beta}{\mu}.$$

- Связь γ и a :

$$a = \frac{\gamma n}{1 + \gamma}.$$

Свойство мультипликативности

$$p(i_1, i_2, \dots, i_q) = \frac{1}{N} \left(C_{n_1}^{i_1} \gamma_1^{i_1} \right) \left(C_{n_2}^{i_2} \gamma_2^{i_2} \right) \dots \left(C_{n_q}^{i_q} \gamma_q^{i_q} \right),$$

где

$(i_1, i_2, \dots, i_q) \in S$ – пространство состояний анализируемой модели,

$$N = \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_q) \in S} \left(C_{n_1}^{i_1} \gamma_1^{i_1} \right) \left(C_{n_2}^{i_2} \gamma_2^{i_2} \right) \dots \left(C_{n_q}^{i_q} \gamma_q^{i_q} \right).$$

Показатели качества обслуживания (1/2)

- Доля времени пребывания модели в состояниях, когда прием поступившей заявки k -го потока невозможен из-за нехватки канального ресурса:

$$\pi_k = \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_q) \in U_k} p(i_1, i_2, \dots, i_q),$$

$$U_k = \{(i_1, i_2, \dots, i_q) \in S \mid (i_1, \dots, i_{k-1}, i_k + 1, i_k + 1, \dots, i_q) \notin S\}.$$

- Среднее число канальных единиц, занятых на обслуживание заявок k -го потока:

$$m_k = \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_q) \in S} p(i_1, i_2, \dots, i_q) i_k b_k.$$

Показатели качества обслуживания (2/2)

Свойство мультипликативности даёт возможность упростить оценку введённых характеристик качества обслуживания:

- $\pi_k = 1 - \frac{N(I_k)}{N(S)}$,

$$N(I_k \setminus S) = \sum_{(i_1, i_2, \dots, i_q) \in I_k \setminus S} (C_{n_1}^{i_1} \gamma_1^{i_1}) (C_{n_2}^{i_2} \gamma_2^{i_2}) \dots (C_{n_q}^{i_q} \gamma_q^{i_q}),$$

$$I_k = \{(i_1, i_2, \dots, i_q) \in S \mid (i_1, \dots, i_{k-1}, i_k + 1, i_k + 1, \dots, i_q) \in S\}.$$

- $m_k = n_k b_k \frac{(1 - \tilde{\pi}_k) \gamma_k}{1 + (1 - \tilde{\pi}_k) \gamma_k}$,

где $\tilde{\pi}_k$ – это вероятность потерь по вызовам, определяемая как доля потерянных заявок на выделение канального ресурса. Связь $\tilde{\pi}_k$ и π_k является следствием *arrival theorem*.

Алгоритм свёртки

Для модели с ограниченным доступом существует эффективный алгоритм расчёта вероятностных характеристик, который базируется на реализации последовательных свёрток векторов вероятностей числа обслуживаемых заявок, полученных при отдельном использовании ресурса линии каждым из потоков. Возможность применения алгоритма основана на свойстве мультипликативности.

$P_k(i)$ – ненормированная вероятность занятости i канальных единиц в случае, когда на обслуживание предлагаются только заявки k -го потока.

$$P_k(i) = \begin{cases} C_{n_k}^{i_k} \gamma_k^{i_k}, & i = i_k b_k, \quad i_k = 0, 1, \dots, c_k \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

$P_k = (P_k(0), P_k(1), \dots, P_k(c_k b_k))$ – вектор индивидуального распределения.

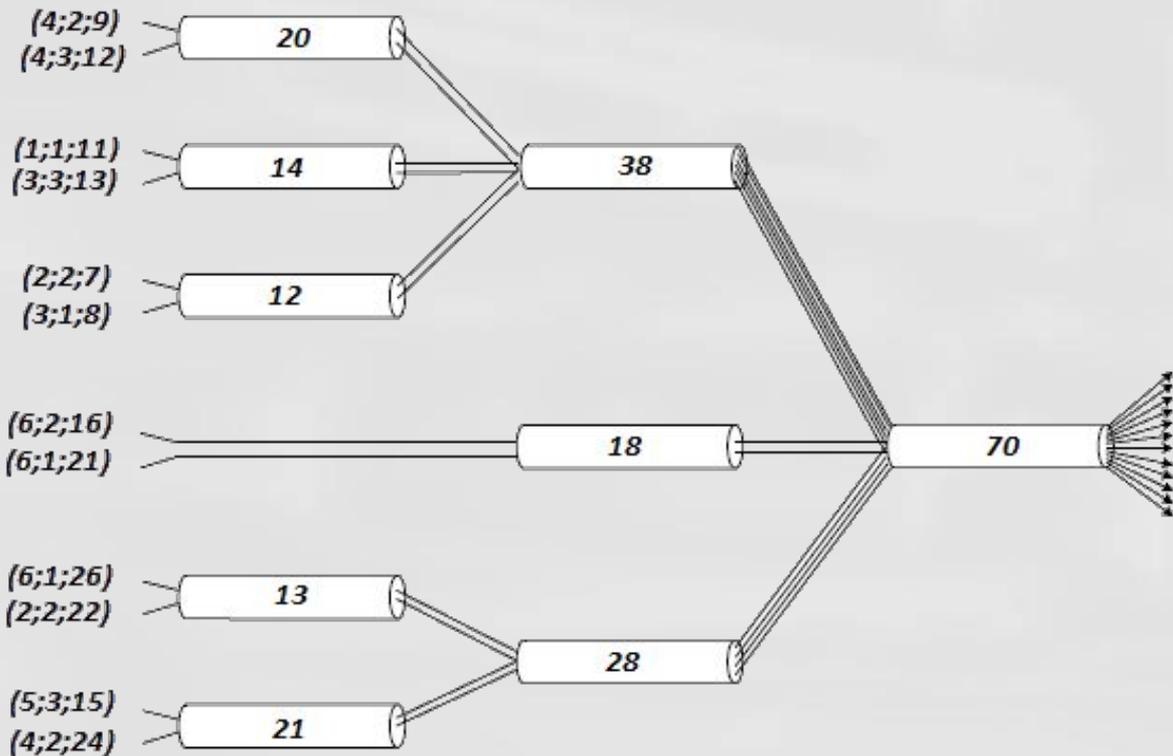
Тогда вектор распределения $P^{(l)}$ ненормированных вероятностей занятости канального ресурса для нескольких потоков имеет вид

$$P^{(l)} = P_1 \otimes P_2 \otimes \dots \otimes P_l.$$

Алгоритм расчёта иерархических сетей

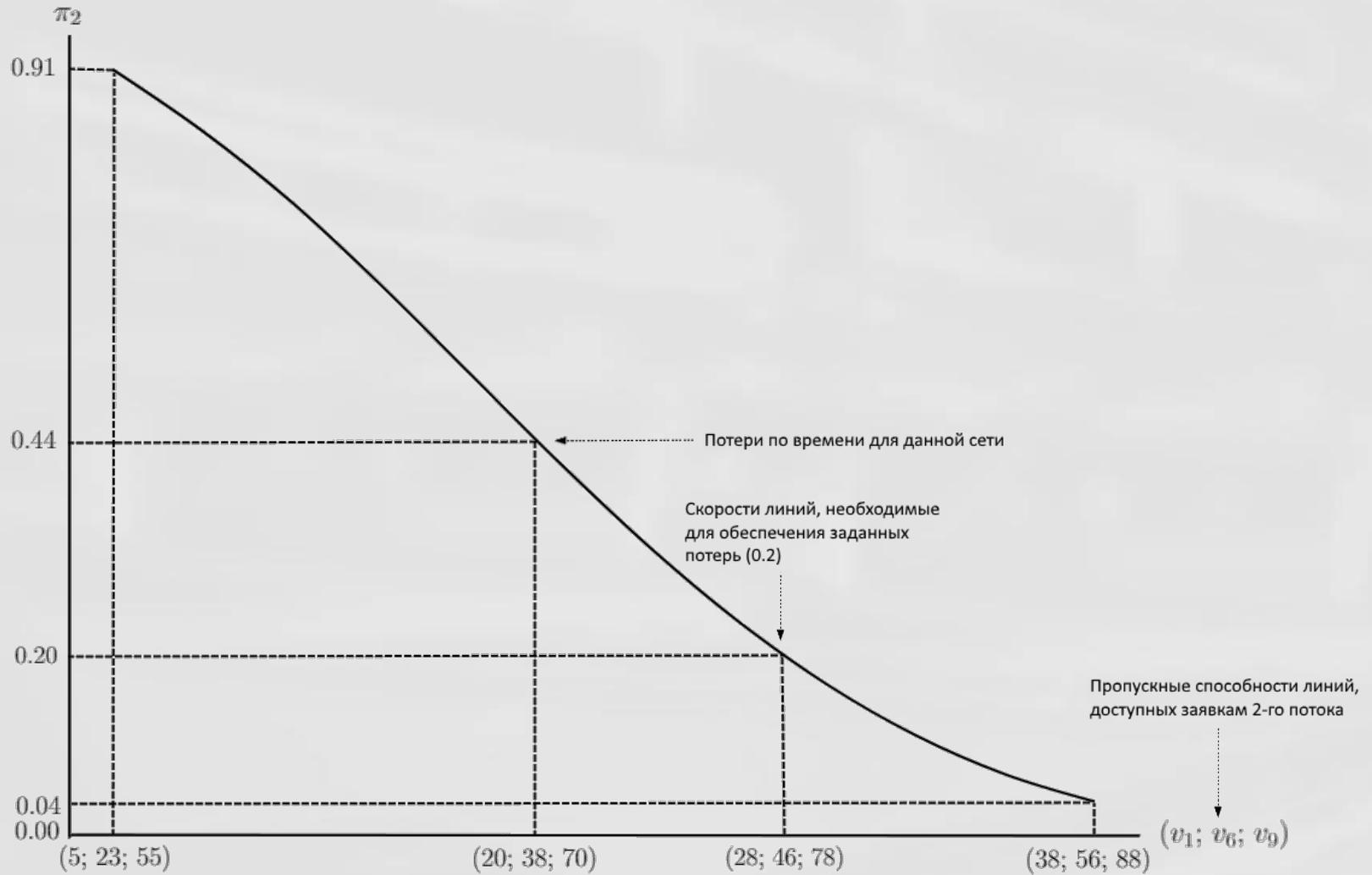
1. Выполняется свёртка векторов индивидуальных распределений потоков. При этом ограничена пропускная способность только для линий первого этапа установления соединения.
2. Ограничивается пропускная способность линии второго этапа установления соединения и сворачиваются вектора распределений, полученных на первом шаге.
3. Третий и последующие шаги выполняются по аналогии с первым и вторым. В результате находится распределение вероятностей занятости каналов в последней линии. Поскольку нормировка на предыдущих шагах не производилась, то сумма компонент итогового вектора и есть нормировочная константа $N(S)$.
4. Для определения $N(I_k)$ достаточно найти нормировочную константу для иерархической сети с уменьшенным на b_k числом каналов во всех линиях, доступных заявкам k -го потока. После чего производится расчёт π_k . Для нахождения m_k достаточно найти π_k для той же модели, с уменьшенным на единицу n_k .

Расчёт показателей качества обслуживания



$$\begin{aligned}\pi_1 &= 0,3080; m_1 = 6,5397; \\ \pi_2 &= 0,4419; m_2 = 8,1211; \\ \pi_3 &= 0,1183; m_3 = 0,8935; \\ \pi_4 &= 0,4501; m_4 = 5,6618; \\ \pi_5 &= 0,2353; m_5 = 3,3438; \\ \pi_6 &= 0,1151; m_6 = 2,7879; \\ \pi_7 &= 0,2286; m_7 = 10,3450; \\ \pi_8 &= 0,2425; m_8 = 3,2766; \\ \pi_9 &= 0,1833; m_9 = 5,1437; \\ \pi_{10} &= 0,3557; m_{10} = 2,6862; \\ \pi_{11} &= 0,4895; m_{11} = 9,4142; \\ \pi_{12} &= 0,3491; m_{12} = 5,5716;\end{aligned}$$

Оценка скорости линии



Заключение

1. Выполнен анализ особенностей построения и эксплуатации звена мультисервисной иерархической сети доступа для случая потока заявок от конечных групп пользователей.
2. Для разработки инженерных методик оценки требуемой пропускной способности линии построена математическая модель, которая использована для описания совместного обслуживания разнородного трафика.
3. С использованием построенной модели даны формальные определения основным характеристикам обслуживания. Среди них: доля потерь по времени и средний объём занятого канального ресурса. Величины характеристик выражены через значения стационарных вероятностей пребывания модели в состояниях с различным числом заявок каждого вида, находящихся на обслуживании.
4. Сформулированы рекомендации по оценке значения скорости линии, удовлетворяющей заданным показателям качества обслуживания.

Спасибо за внимание!