

Объемы тел

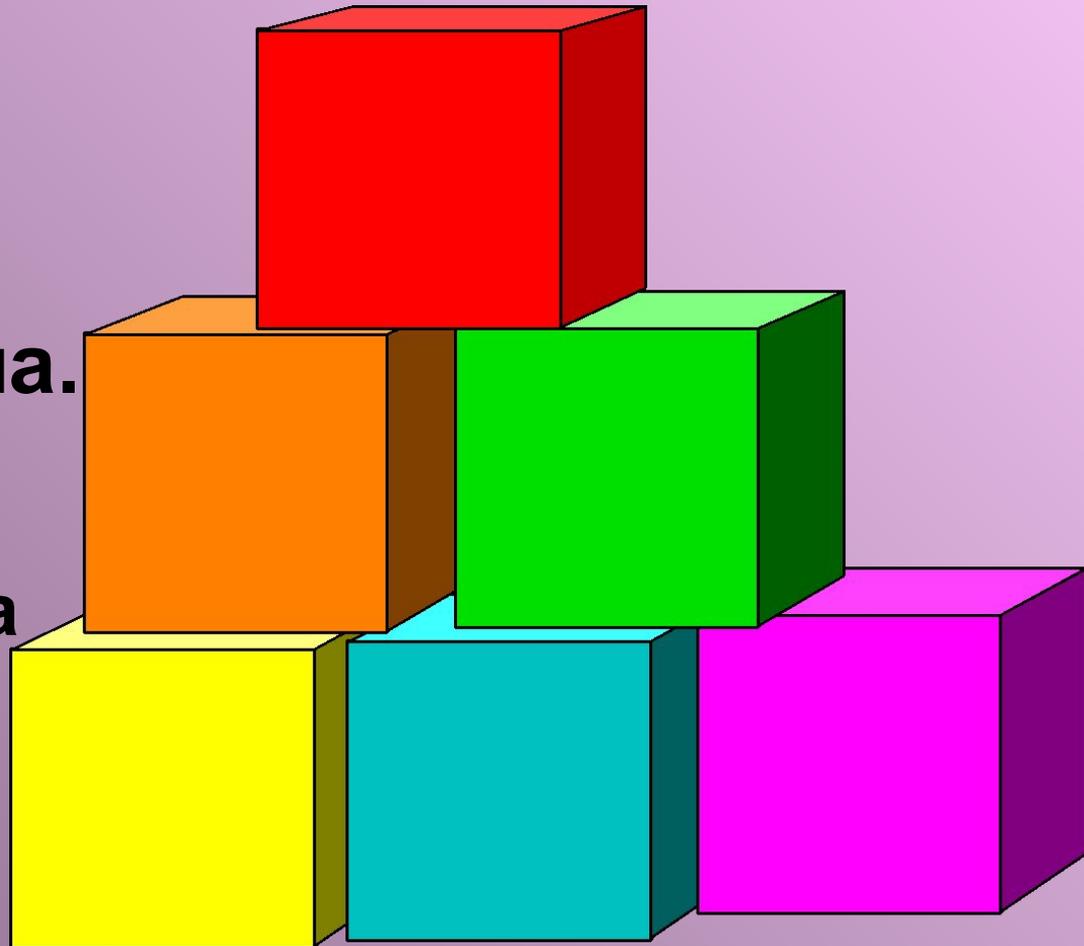
Тема урока:

Понятие объема.

Объем

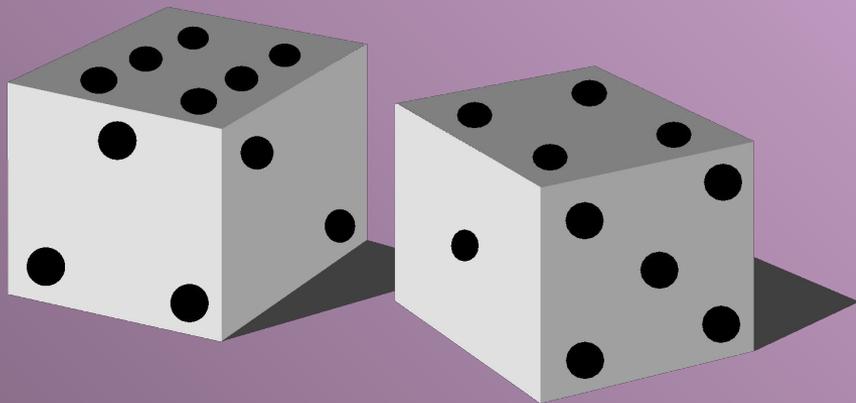
прямоугольного

параллелепипеда



**Величина части
пространства,
занимаемого
геометрическим
телом , называется
объемом этого тела**

Единицы объема

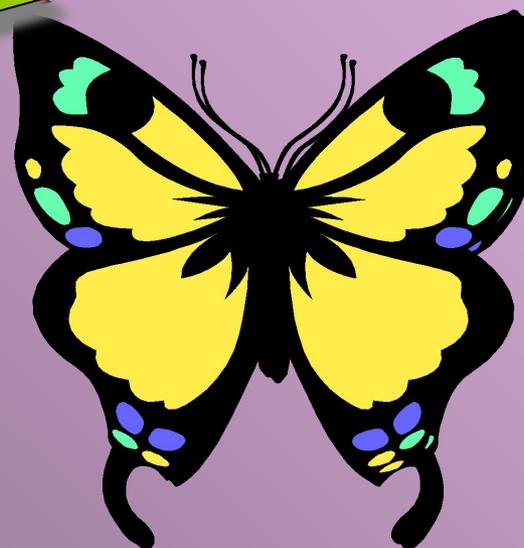
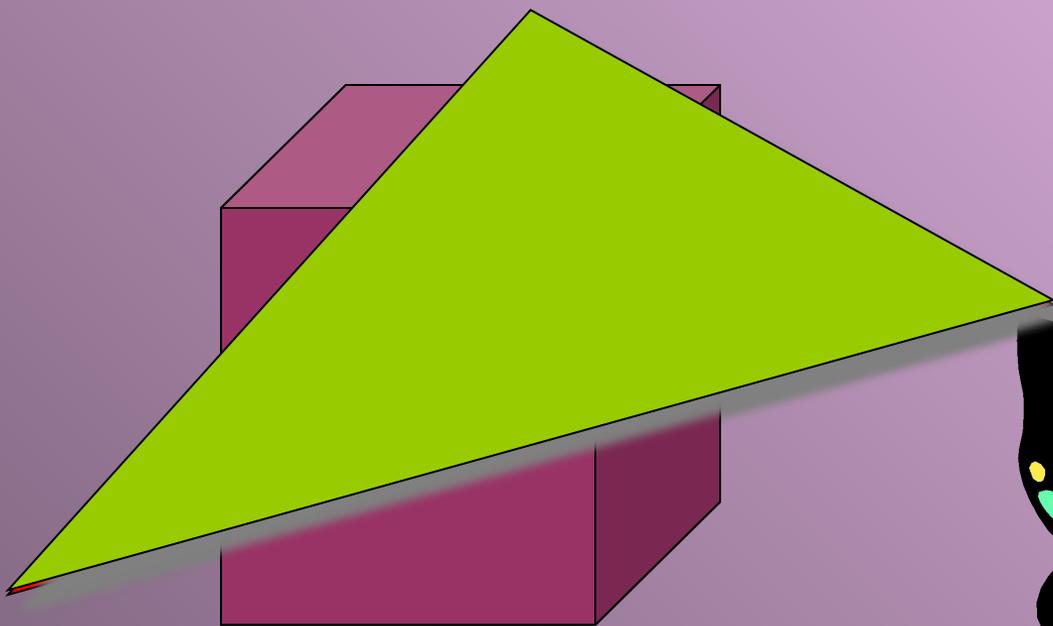


За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков.

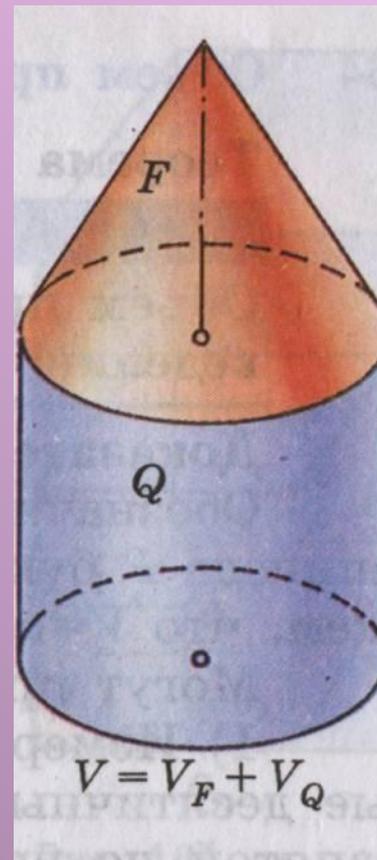
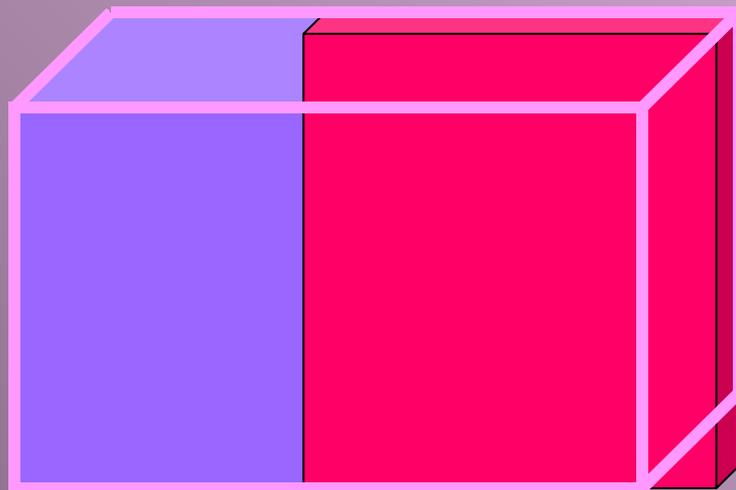
Куб с ребром 1 см называют кубическим сантиметром и обозначают см^3 .

Свойства объемов

*1⁰. Равные тела
имеют равные
объемы*

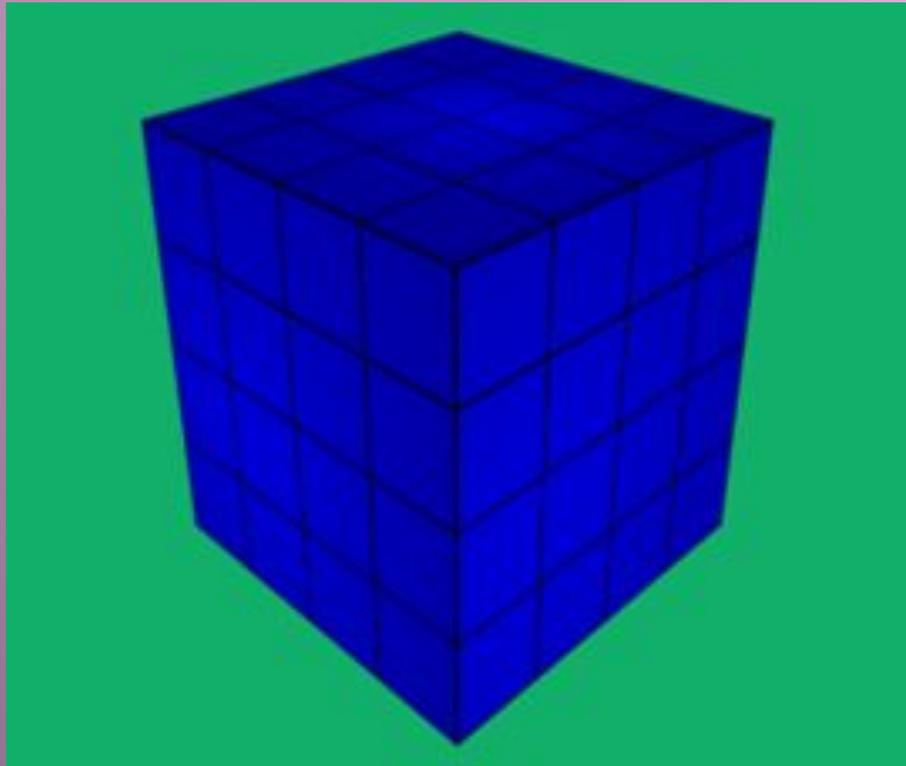


2⁰. Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел.



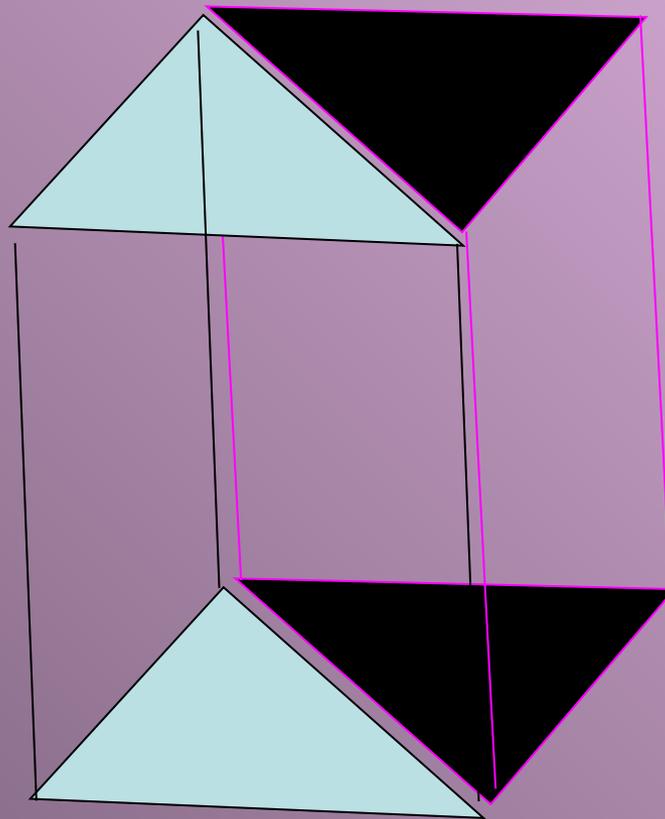
Объем прямоугольного параллелепипеда.

Теорема. *Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений.*



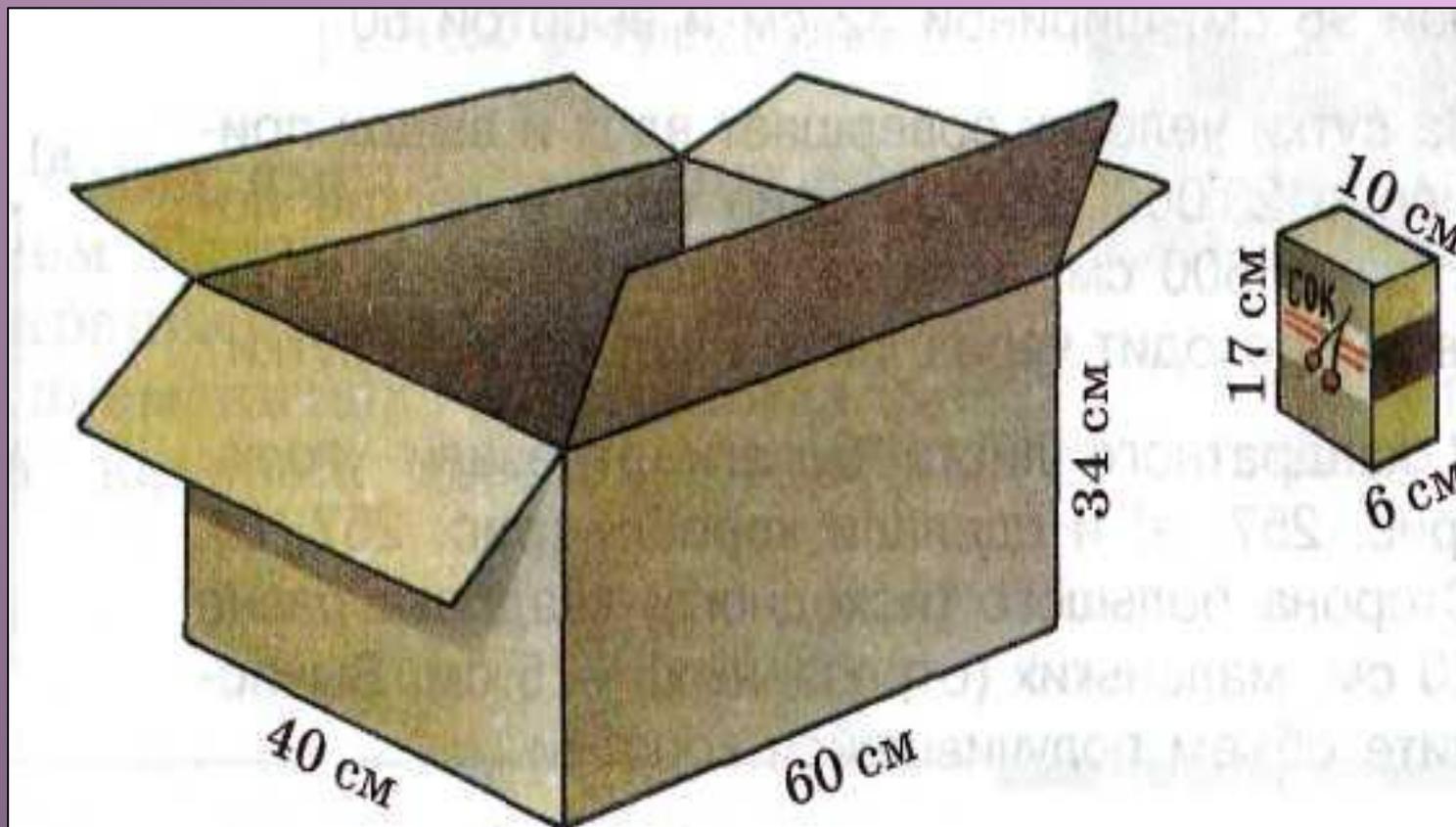
Следствие 1. Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту

Следствие 2. Объем прямой призмы, основанием которой является прямоугольный треугольник, равен произведению площади основания на высоту.



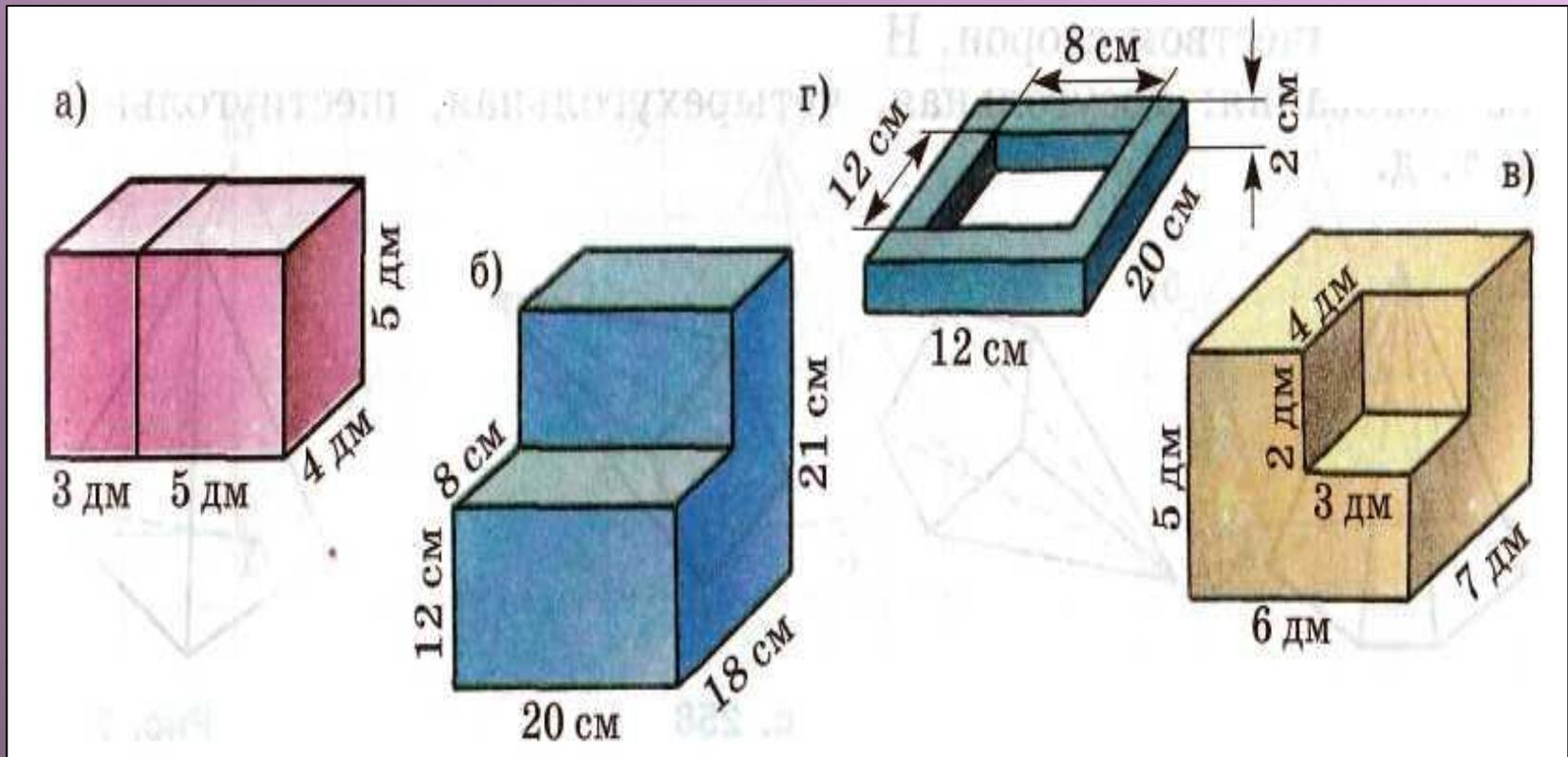
Задача 1

- Сколько пакетов с соком войдет в коробку?

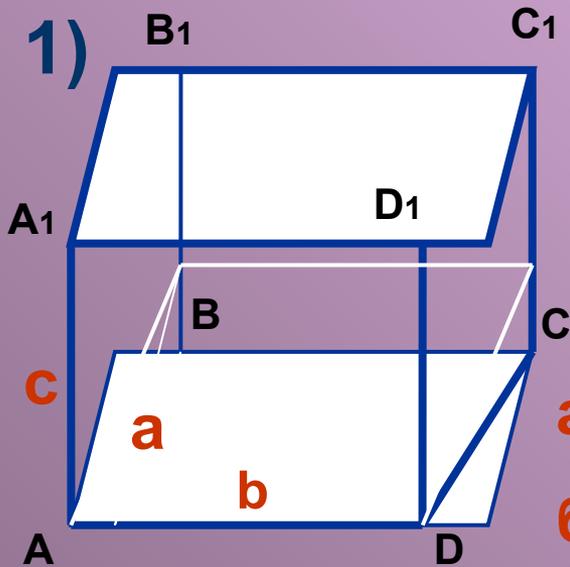


Задача 2

- Найдите объем тела



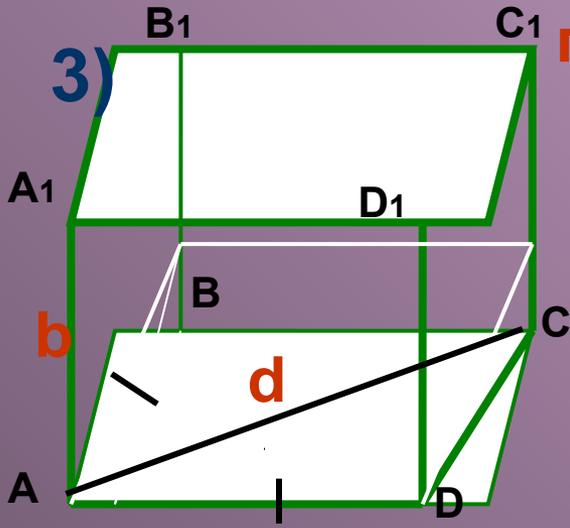
ABCD A₁B₁C₁D₁ – прямоугольный параллелепипед



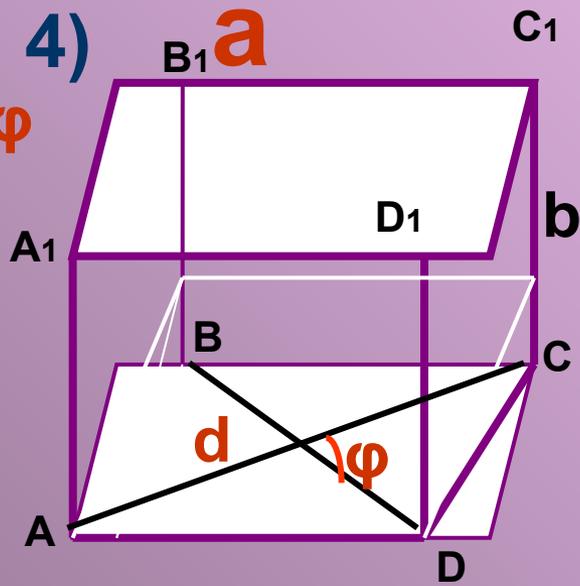
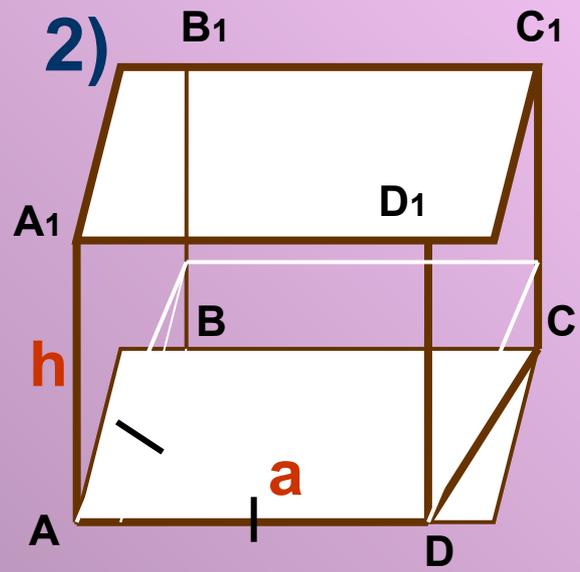
а) $V = a^2 h$

б) $V = 1/2 d^2 b$

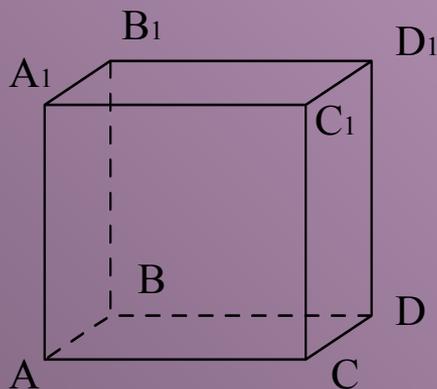
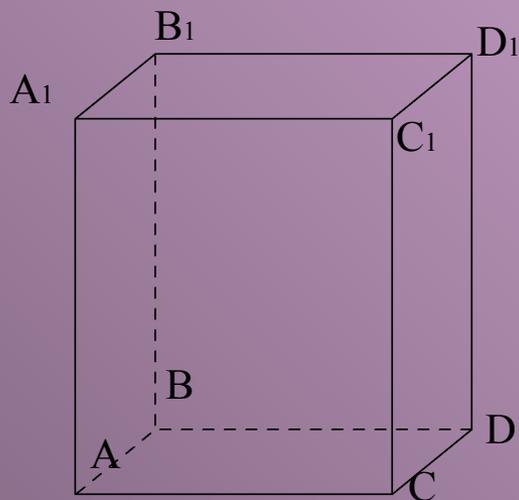
в) $V = abc$



г) $V = 1/2 d^2 b \sin \varphi$



Измерения прямоугольного параллелепипеда равны 8 см, 12 см и 18 см. найдите ребро куба, объем которого равен объему этого параллелепипеда



Дано: прямоугольный параллелепипед.

$$a = 8\text{см}, b = 12\text{см}, c = 8\text{см}$$

$$V_{\text{пар}} = V_{\text{куба}}$$

Найти: d - ребро куба.

• *Решение:*

$$V_{\text{пар}} = abc = 8 \cdot 12 \cdot 18 = 1728 \text{ см}^3.$$

$$V_{\text{пар}} = V_{\text{куба}} = 1728 \text{ см}^3 = d^3,$$

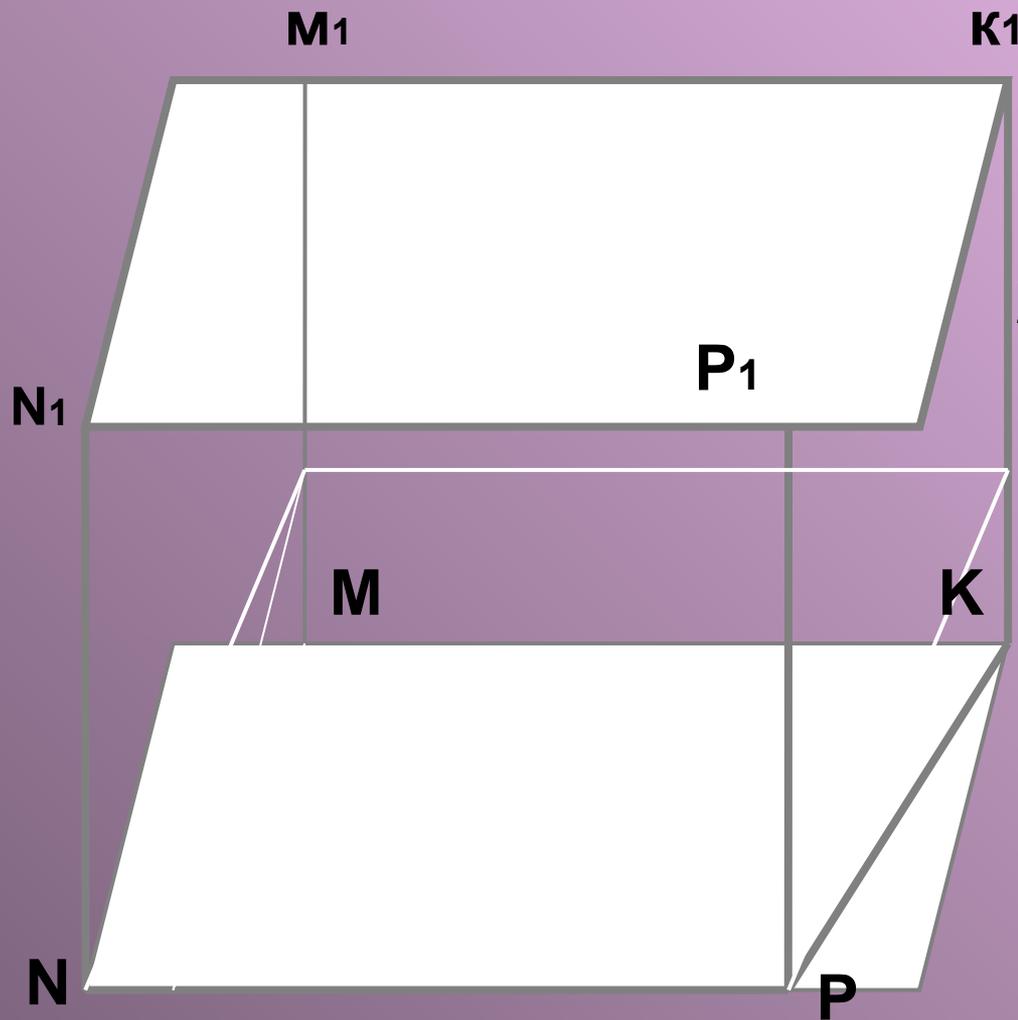
$$d^3 = 2^3 \cdot 2^2 \cdot 3 \cdot 3^2 \cdot 2 = 2^6 \cdot 3^3,$$

$$d = 12 \text{ см.}$$

Ответ: 12 см.

Объем куба равен 27 дм^3 .

Найдите площадь полной поверхности куба.



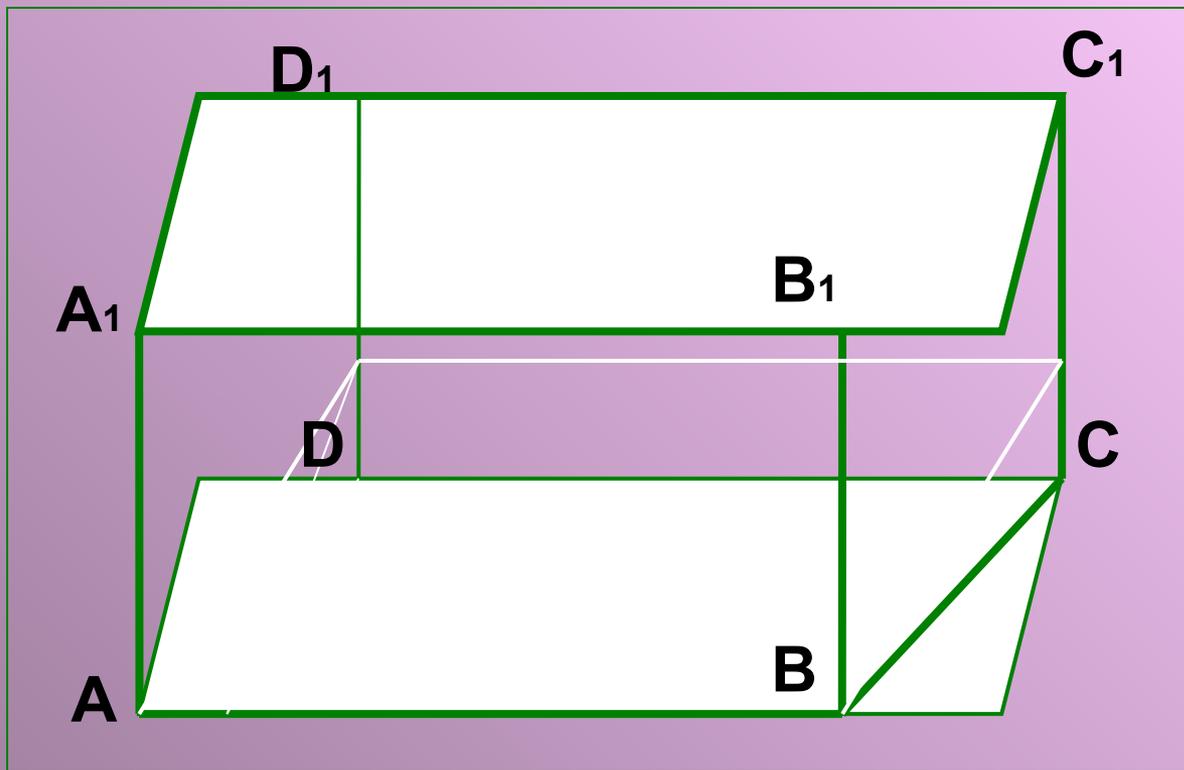
РЕШЕНИЕ:

1) $a^3 = 27 \rightarrow a = 3.$

2) $S = 6a^2;$

$$S = 6 \cdot 9^2 = 54 \text{ (дм}^2\text{)}.$$

Ответ: 54 дм^2 .



$ABCDA_1B_1C_1D_1$ – прямоугольный параллелепипед.

а) $AB = 8\text{ см}$, $BC = 4\text{ см}$, $CC_1 = 2\text{ см}$;

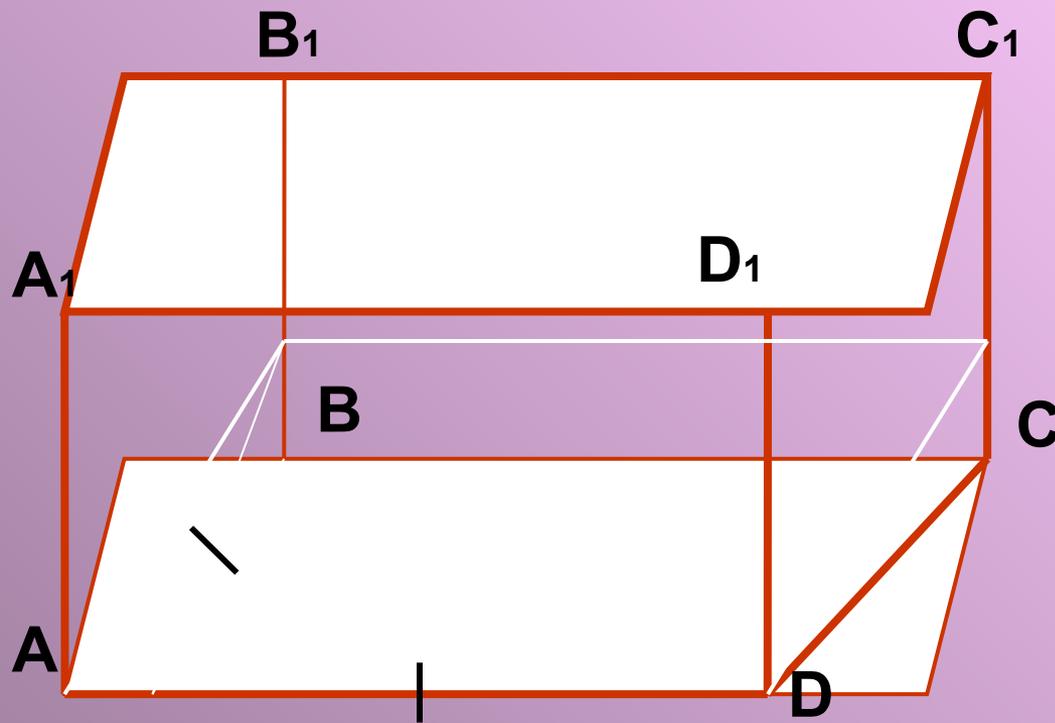
Найдите ребро равновеликого куба.

РЕШЕНИЕ:

$$1) V_n = AB \cdot BC \cdot CC_1; V_n = 8 \cdot 4 \cdot 2 = 64 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$2) V_k = V_n; V_k = a^3; a^3 = 64; a = 4 \text{ см}$$

Ответ: 4 см.



$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед.
 $AB = AD$, $AC = 10$ см, $AA_1 = 3\sqrt{2}$ см;

Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

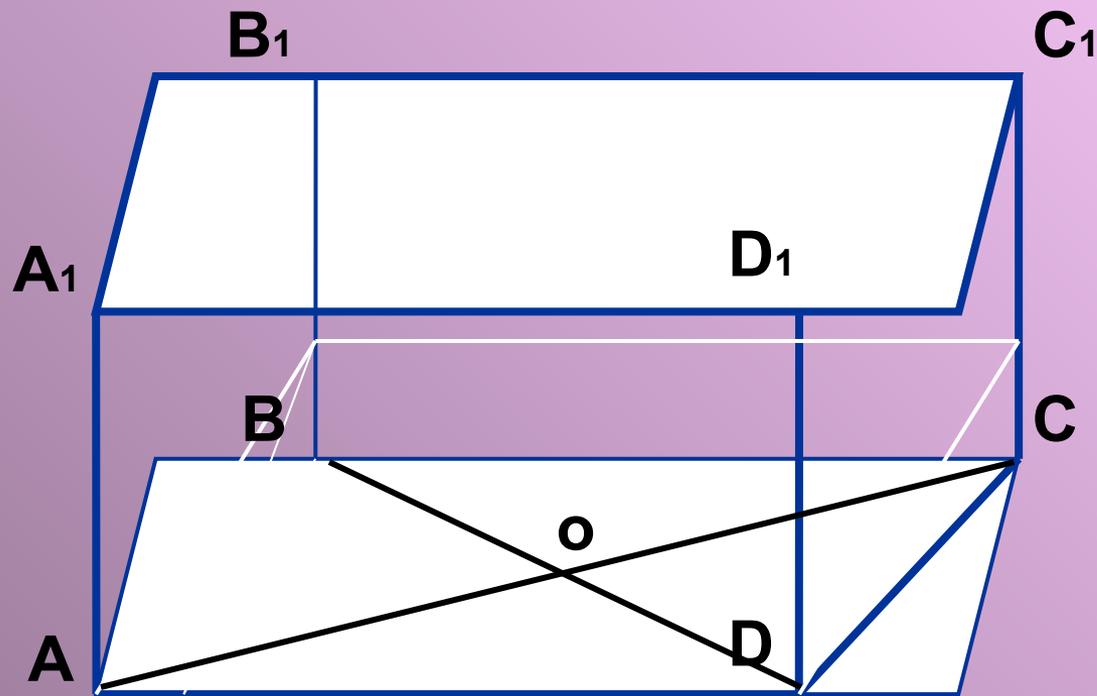
РЕШЕНИЕ:

$$V = S_{ABCD} \cdot AA_1$$

$$1) S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC^2 = \frac{1}{2} \cdot 10^2 = 100 : 2 = 50 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$2) V = 50 \cdot 3\sqrt{2} = 150\sqrt{2} \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: $150\sqrt{2}$ см³.



ABСDA1B1C1D1– прямоугольный параллелепипед.
 $AC = 10\text{ см}$, $AC \cap BD = O$, $\angle COB = 150^\circ$, $AA_1 = 5\text{ см}$.

Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

РЕШЕНИЕ:

$$V = S_{ABCD} \cdot AA_1$$

$$S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC^2 \sin \angle COB = \frac{1}{2} \cdot 10^2 \sin 150^\circ =$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 10^2 \sin(180^\circ - 30^\circ) = 100 : 2 \sin 30^\circ = 100 : 2 \cdot \frac{1}{2} = 25 \text{ (см}^2\text{)}$$

$$V = 25 \cdot 5 = 125 \text{ (см}^3\text{)}$$

Ответ: 125 см^3 .

№ 653. Диагональ прямоугольного параллелепипеда равна 18 см и составляет угол в 30° с плоскостью боковой грани и угол в 45° с боковым ребром. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда.

Дано: $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - прямоугольный параллелепипед,
 $B_1 D_1$ - диагональ, $B_1 D_1 = 18$ см, $\angle (B_1 D_1; (A B B_1)) = 30^\circ$,
 $\angle B_1 D_1 D_1 = 45^\circ$

Найти: V параллелепипеда

Решение

1) $\Delta B_1 B A$ – прямоугольный, т.к. $B_1 B \perp AB$ (по условию $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ – прямоугольный параллелепипед).

$$\left(\begin{array}{l} AB \perp AD \\ B_1 B \perp AB \end{array} \right) \Rightarrow (A B_1 \perp AD)$$

$\Rightarrow \Delta B_1 A D$ -прямоульный, т.е. $B_1 A = \text{ПР}_{(A A_1 B)} B_1 D_1$,
 $\angle (B_1 D_1; (A A_1 B_1)) = \angle D B_1 A = 30^\circ$.

2) $\Delta B_1 A D$ - прямоугольный с углом в 30° : $AD = \frac{1}{2} B_1 D_1$
 $AD = 9$ см.

3) $\Delta B_1 D_1 D$ – прямоугольный, т.к.

$$\left(\begin{array}{l} D D_1 \perp (A_1 B_1 C_1) \\ B_1 D_1 \perp (A_1 B_1 C_1) \end{array} \right) \Rightarrow (B_1 D_1 \perp D D_1), \quad D D_1 = \frac{18}{\sqrt{2}} = 9\sqrt{2}$$

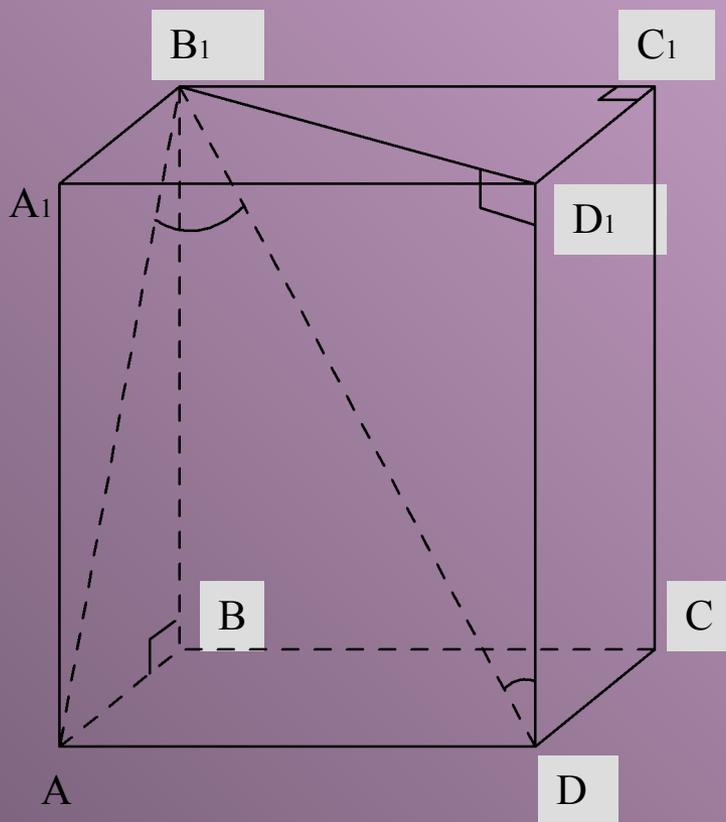
4) По свойству диагонали прямоугольного параллелепипеда $B_1 D_1^2 = AD^2 + DC^2 + D D_1^2$.

$$18^2 = 9^2 + (9\sqrt{2})^2 + DC^2, \quad DC = 9$$

$$V = AD \cdot DC \cdot D_1 D = 9 \cdot 9 \cdot 9\sqrt{2} = 729\sqrt{2}$$

Ответ:

$$729\sqrt{2} \text{ см}^3$$



Домашнее задание

- п. 65, п. 66
 - №4
 - №5