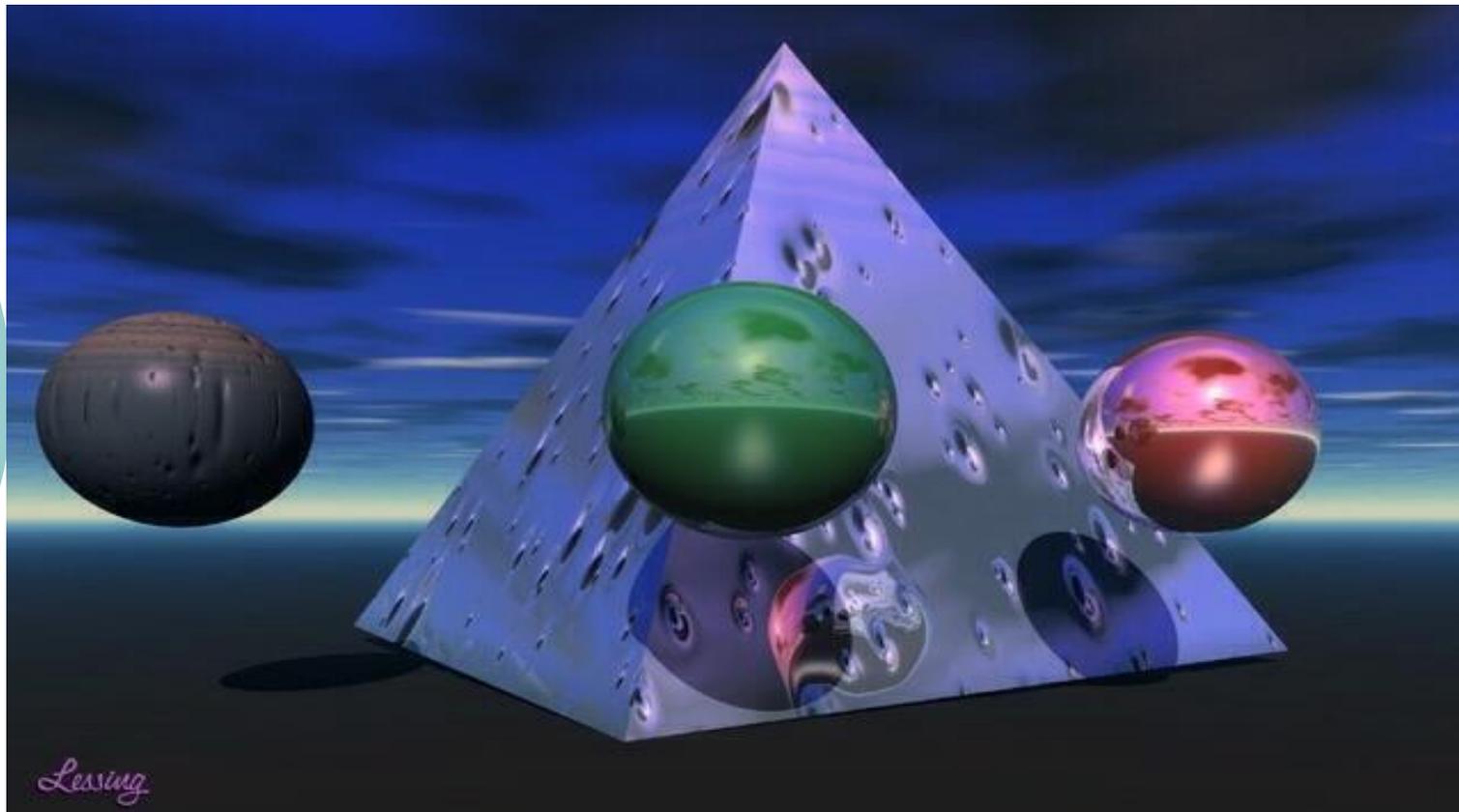


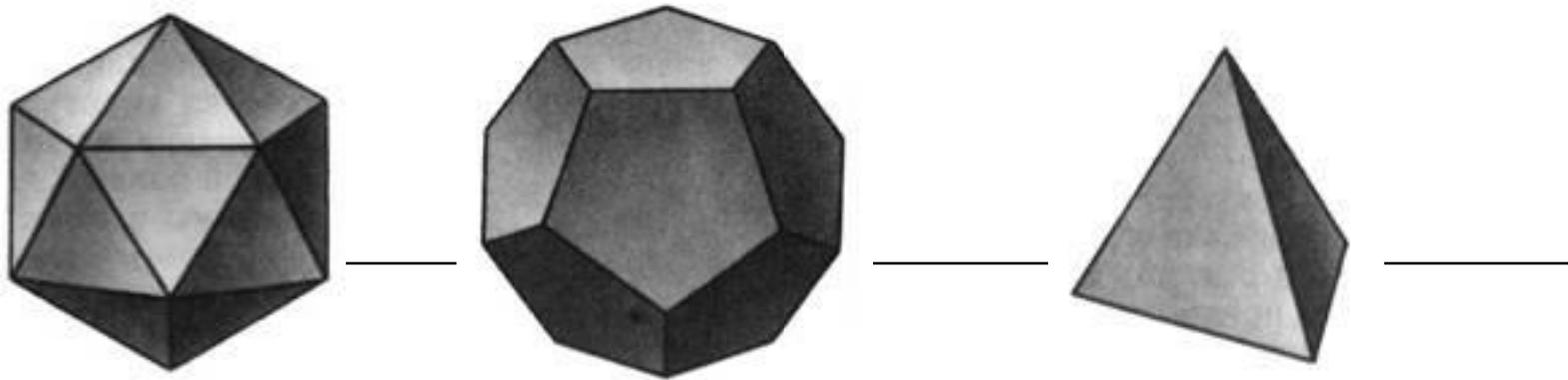
# Правильные многогранники



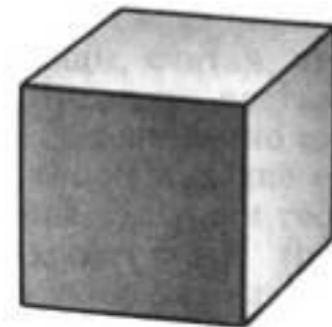
**Группа: 109-86А**

**Выполнил: Жанен С.С.**

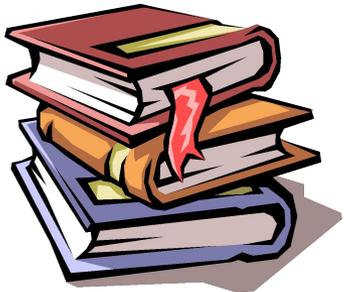
**2017год**



Многогранником называется тело, граница которого является объединением конечного числа многоугольников.



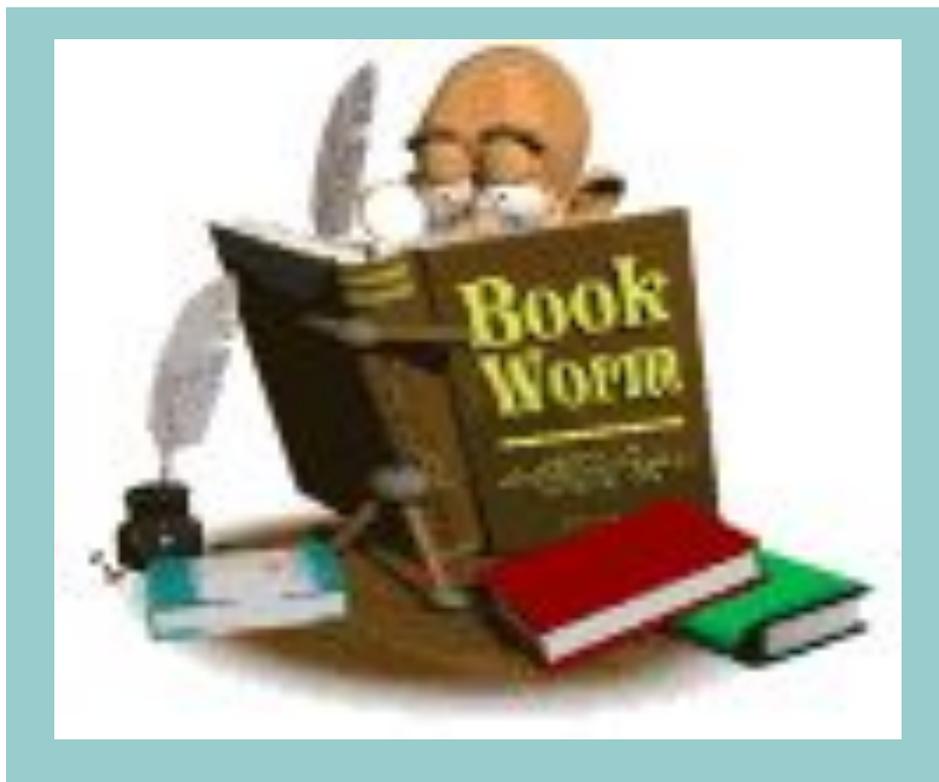
*Правильными  
многогранниками  
называют выпуклые  
многогранники, все грани и  
все углы которых равны,  
причем грани - правильные  
многоугольники.*



# *Правильные многогранники*

---

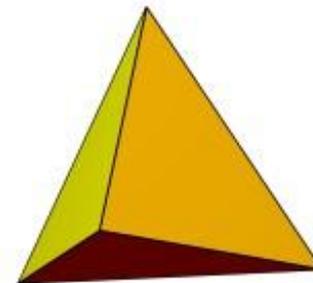
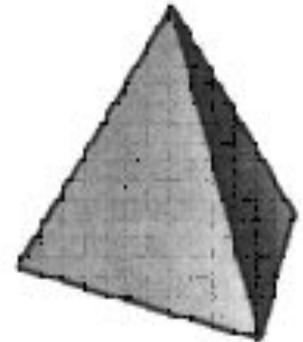
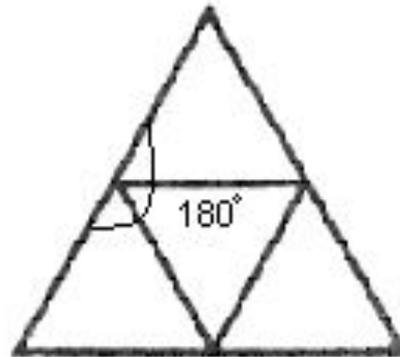
Сколько же их  
существует?



# Тетраэдр

---

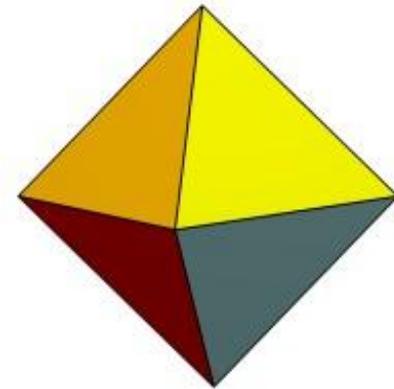
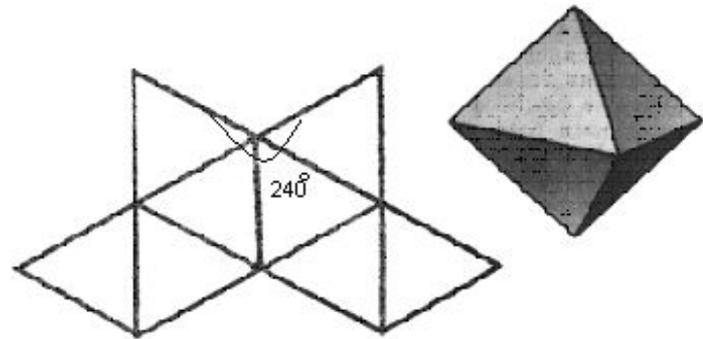
- Сначала рассмотрим случай, когда грани многогранника - равносторонние треугольники. Поскольку внутренний угол равностороннего треугольника равен  $60^\circ$ , три таких угла дадут в развертке  $180^\circ$ . Если теперь склеить развертку в многогранный угол, получится тетраэдр - многогранник, в каждой вершине которого встречаются три правильные треугольные грани.



# Октаэдр-

---

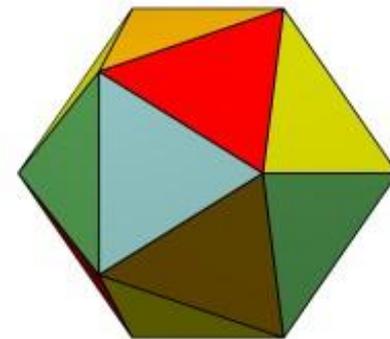
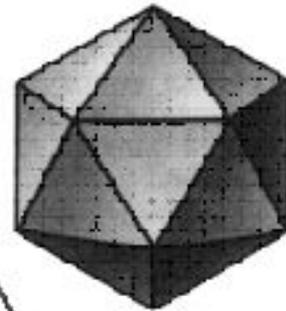
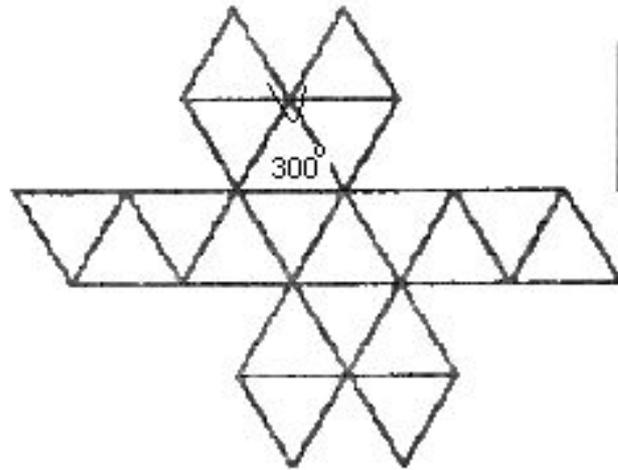
- Если добавить к развертке вершины еще один треугольник, в сумме получится  $240^\circ$ . Это развертка вершины октаэдра. Октаэдр-восьмигранник, тело, ограниченное восемью правильными треугольниками.



# Икосаэдр

- *Добавление пятого треугольника даст угол  $300^\circ$  - мы получаем развертку вершины икосаэдра.*

- **Икосаэдр**-двадцатигранник, тело, ограниченное двадцатью равносторонними треугольниками





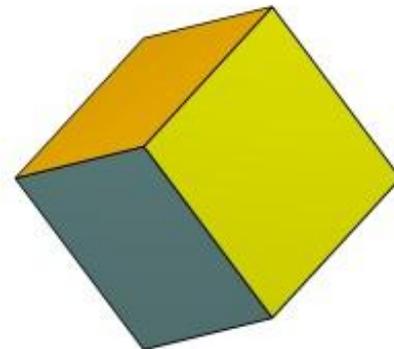
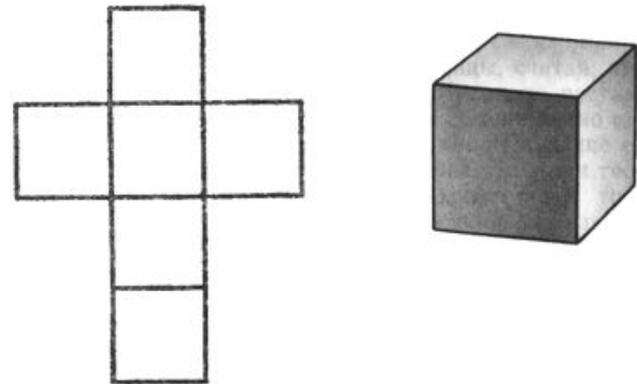
---

*Если же добавить еще один, шестой  
треугольник, сумма углов станет  
равной  $360^\circ$  - эта развертка,  
очевидно, не может  
соответствовать ни одному  
выпуклому многограннику.*

# Куб или правильный гексаэдр

Теперь перейдем к квадратным граням. Развертка из трех квадратных граней имеет угол  $3 \times 90^\circ = 270^\circ$  - получается вершина **куба**, который также называют **гексаэдром**. Добавление еще одного квадрата увеличит угол до  $360^\circ$  - этой развертке уже не соответствует никакой выпуклый многогранник.

**Куб или правильный гексаэдр** - правильная четырехугольная призма с равными ребрами, ограниченная шестью квадратами.

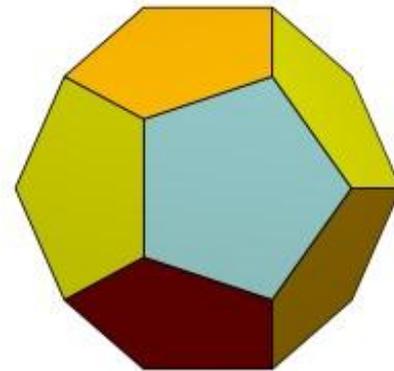
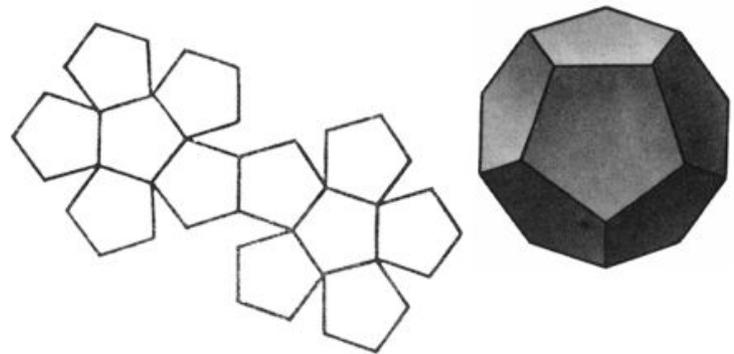


# Додекаэдр-

Три пятиугольные грани  
дают угол развертки  
 $3 \cdot 108^\circ = 324$  -  
вершина  
додекаэдра. Если  
добавить еще один  
пятиугольник,  
получим больше  $360^\circ$   
- ПОЭТОМУ  
останавливаемся.

## Додекаэдр-

двенадцатигранник,  
тело, ограниченное  
двенадцатью  
правильными  
многоугольниками.





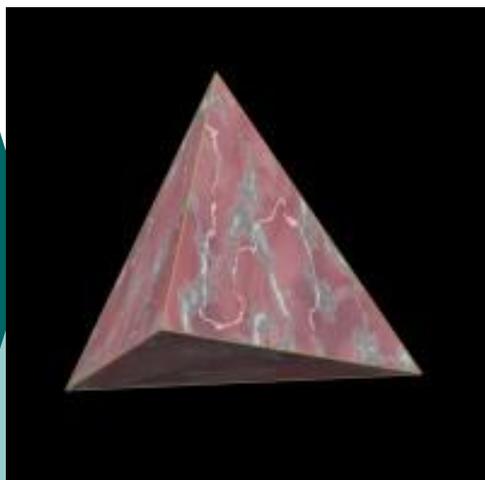
---

Для шестиугольников уже три грани дают угол развертки  $3 \cdot 120^\circ = 360^\circ$ , поэтому правильного выпуклого многогранника с шестиугольными гранями не существует. Если же грань имеет еще больше углов, то развертка будет иметь еще больший угол. Значит, правильных выпуклых многогранников с гранями, имеющими шесть и более углов, не существует.

## Сделаем вывод:

Мы убедились, что существует лишь пять выпуклых правильных многогранников - тетраэдр, октаэдр и икосаэдр с треугольными гранями, куб (гексаэдр) с квадратными гранями и додекаэдр с пятиугольными гранями. **Названия этих многогранников пришли из Древней Греции, и в них указывается число граней:**

- «эдра» - грань
- «тетра» - 4
- «гекса» - 6
- «окта» - 8
- «икоса» - 20
- «додека» - 12



Тетраэдр



Октаэдр



Гексаэдр



Икосаэдр



Додекаэдр

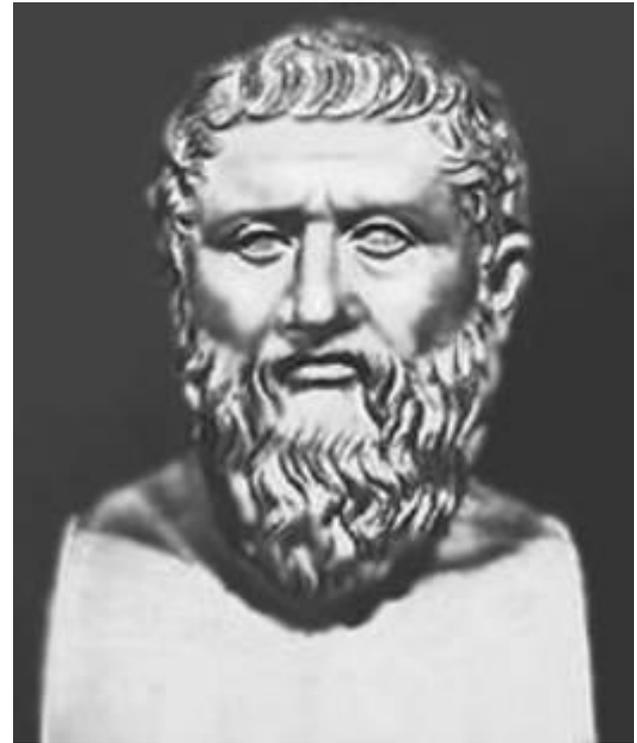
Теорема Эйлера. Пусть  $B$  --- число вершин выпуклого многогранника,  $\Gamma$  --- число его

рёбер и  $P$  --- число граней. Тогда верно равенство

$$B + \Gamma = 2 + P$$

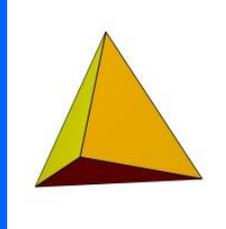
Правильный многогранник	Число		
	граней $\Gamma$	вершин $B$	рёбер $P$
Тетраэдр	4	4	6
Куб	6	8	12
Октаэдр	8	6	12
Додекаэдр	12	20	30
Икосаэдр	20	12	30

- **Эти тела еще называют телами Платона**
- **Платон** связал с этими телами формы атомов основных стихий природы.





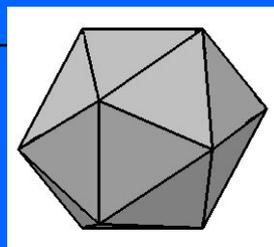
**ОГОНЬ**



**тетраэдр**



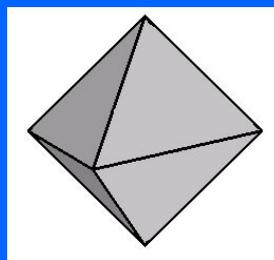
**вода**



**икосаэдр**



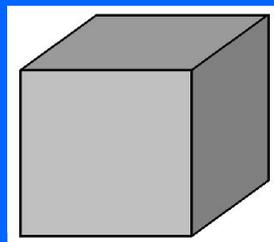
**воздух**



**октаэдр**



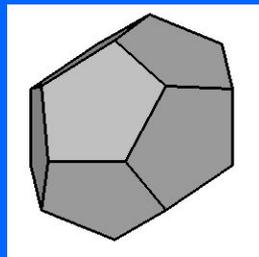
**земля**



**гексаэдр**



**вселенная**



**додекаэдр**

# *Многогранники в искусстве*



*Знаменитый художник, увлекавшийся геометрией, Альбрехт Дюрер (1471- 1528) , в известной гравюре "Меланхолия " на переднем плане изобразил додекаэдр.*

# Многогранники в природе

Правильные многогранники – самые выгодные фигуры. И природа этим широко пользуется. Подтверждением тому служит форма некоторых кристаллов.



Кристалл сульфата меди II



Кристалл алюмокалиевых квасцов



Кристалл сульфата никеля II



---

Спасибо за внимание!