

## **Лекция 18 (сем).**

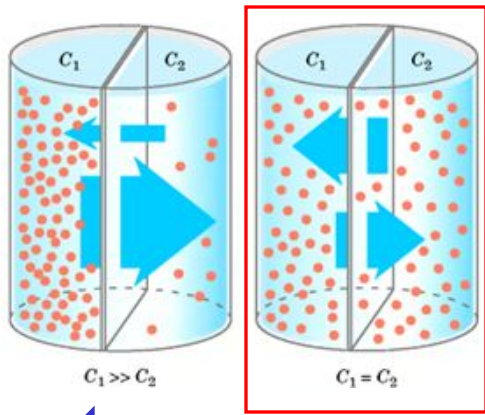
### **Явления переноса в термодинамических неравновесных системах. Поверхностное натяжение в жидкости**



Сила поверхностного натяжения противостоят силе тяжести и **успешно держат** над водой водомерку.

1. Понятие о явлениях переноса в термодинамических неравновесных системах.
  - Диффузия в газах. Закон Фика.
  - Теплопроводность в газах. Закон Фурье.
  - Внутреннее трение в газах и жидкостях. Закон Ньютона.
2. Вычисление коэффициента теплопроводности  $\lambda$  для стационарного процесса передачи тепла согласно МКТ
3. Молекулярно-кинетическая теория явлений переноса в газах. Особенности явлений переноса в жидкостях и твердых телах.
4. Поверхностное натяжение на границе жидкость – газ.
5. Явление смачивания.
6. Закон Лапласа. Капиллярные явления.

# 1. Понятие о явлениях переноса в термодинамических неравновесных системах



- В **изолированной** макроскопической системе **равновесное состояние** характеризуется однородным распределением:
  - Концентрации  $n$  или молярной концентрации  $C$ ,
  - температуры  $T$  и
  - **отсутствием** упорядоченного движения текучей среды (газа или жидкости).
- Система с **неоднородным распределением** полей этих параметров будет стремиться к равновесию, т.е. к состоянию, в котором градиенты этих величин равны нулю:

$$\frac{d[C(x)]}{dx} = \text{grad}_x [C(x)]$$

$$\frac{dC}{dx} = \text{grad}_x C = 0$$

$$\frac{d[f(x)]}{dx} = \text{grad}_x [f(x)] = 0$$

Физический смысл градиента: **градиент функции  $f(x)$**  характеризует **быстроту изменения** функции **по** какому-то **направлению** (например, по  $x$ ).

Это **вектор** и он всегда направлен **в сторону увеличения** функции  $f(x)$ , т.е. градиент направлен всегда **против** направления **любого переноса** (на рисунке градиент концентрации  $dC/dx$  направлен **против** переноса молекул и **выравнивания** концентраций  $C$ ).

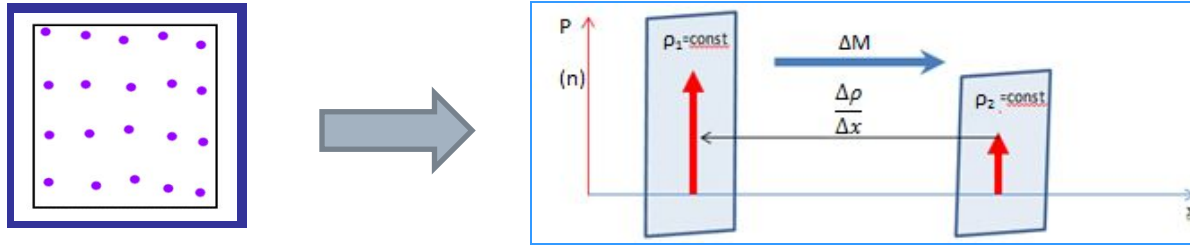
В пространстве градиент **всегда** направлен в сторону **максимального увеличения** функции  $f(r)$ .

- В **неравновесном состоянии** **градиенты** плотности  $\rho$ , температуры  $T$  и проекций скоростей  $v$  **не равны нулю**, поэтому скорость приближения системы к равновесию связана с градиентами соответствующих параметров состояния.
- Это позволяет описать явления:
  - **диффузии** - выравнивание **концентрации  $n$**  или  $C$  за счет **переноса массы  $m$**  в объеме,
  - **теплопроводности** - выравнивание **температуры  $T$  по объему** в результате **переноса тепловой энергии  $E$**  хаотического движения частиц системы,
  - **вязкости** - выравнивание **скоростей  $v$  движения** различных слоев текучей среды в связи с **переносом импульса  $p = mv$**  частиц.

## Явления переноса

- **Явления переноса** объединяют группу процессов, связанных с **неоднородностями** плотности  $\rho$ , концентрации молекул ( $n$  или  $C$ ), температуры  $T$  или скорости  $v$  упорядоченного перемещения отдельных слоев вещества. **Выравнивание неоднородностей** приводит к **возникновению явления переноса**.
- **Явления переноса** в газах и жидкостях состоят в том, что в этих веществах возникает упорядоченный, **направленный перенос** массы  $m$  (диффузия), импульса  $p$  (внутреннее трение) и внутренней энергии  $U$  (теплопроводность).
- При этом в газах **нарушаются** 1) **полная хаотичность движения молекул** и 2) **распределение молекул по скоростям**.
- **Отклонениями от закона Максвелла** объясняется **направленный перенос** физических характеристик вещества в явлениях переноса.
- Будем рассматривать только **одномерные явления**, при которых физические величины, определяющие эти явления, зависят только **от одной координаты  $x$**
- **Диффузия** – это явление в неравновесной системе, при котором вещество переносится из области **его высокой концентрации (или плотности)** в область **с меньшей концентрацией (или плотностью)**.
  - Диффузия вызывает **самопроизвольное** взаимное **проникновение и перемешивание** частиц соприкасающихся газов, жидкостей и даже твердых тел.
  - В смеси газов **причиной диффузии** является **различие концентраций** отдельных газов в разных частях объема смеси.
- **Теплопроводность** – это явление в неравновесной системе, при котором тепловая энергия переносится из области **высокой температуры** в область **с меньшей температурой**.
  - Кинетическая энергия молекул газа в разных местах его объема отличается.
  - Молекулы, попавшие из нагретых частей газа в более холодные, **отдают избыток своей энергии** окружающим частицам.
  - Таким образом, при хаотическом тепловом движении происходит **направленный перенос энергии**.
- **Вязкость (внутреннее трение)** – это явление возникновения **сил трения** между слоями газа или жидкости, перемещающимися параллельно друг другу с различными скоростями.

## 2. Явление диффузии. Закон Фика



Явление диффузии **для химически однородного вещества** подчиняется **закону Фика**, который установил следующий закон:

- масса газа  $m$ , переносимая через площадку  $S$ , перпендикулярную к направлению переноса, за время  $t$  прямо пропорциональна градиенту плотности  $grad_x \rho$ , величине площадки  $S$  и времени наблюдения  $t$ :

$$m = -D \frac{d\rho}{dx} St$$

$D$  – коэффициент диффузии  $D=[м^2/с]$

$$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dSdt$$

для неравномерного процесса

Знак «**минус**» показывает, что масса газа переносится в направлении **убывания** плотности, **против** градиента плотности.

**Физический смысл коэффициента диффузии  $D$**  – это величина, численно равная **массе вещества** переносимой через единичную площадку, перпендикулярную направлению переноса, за единицу времени при градиенте плотности равном единице:

$$D = - \frac{dm}{\frac{d\rho}{dx} dSdt}$$

Часто **закон Фика** выражают через **плотность потока диффузии  $\Phi$**  («**большое фи**»):

**Плотность потока диффузии  $\Phi$**  равна **количеству вещества  $V$**  («**ню**»), которое переносится **за единицу времени ( $t=1$  сек)** **через единицу площади мембраны ( $S=1 м^2$ )**:

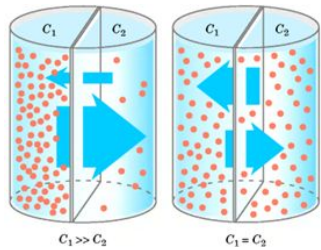
$$\Phi = \frac{V}{St}$$

или

$$\Phi = \frac{dV}{dSdt}$$

в СИ в:

$$\frac{\text{моль}}{\text{м}^2 \text{с}}$$



## Уравнение Фика для концентрации растворенных в жидкости незаряженных молекул (биология и медицина)

При диффузии незаряженных частиц ( $Z = 0$ )

□ Второй вид уравнения Фика:

□  $D$  - коэффициент диффузии (в м<sup>2</sup>/с).

$$\vec{\Phi} = -D \cdot \frac{d\bar{C}}{dx}$$

$C$  - молярная концентрация растворённого вещества

□ Продолжим упрощать уравнение (для прохождения веществ через биомембрану):

□ Третий вид уравнения Фика:

$$\frac{dC}{dx} \approx \frac{|C_i - C_e|}{d} \longrightarrow \Phi = \frac{D|C_i - C_e|}{d} = p|C_i - C_e|$$

■  $d$  - толщина мембраны (если биологическая, то около 6 нм),

■  $p = \frac{D}{d}$  - коэффициент проницаемости мембраны (в м/с),

■  $|C_i - C_e|$  - абсолютное значение (модуль) разности молярных концентраций растворённого вещества в цитоплазме ( $C_i$ ) и межклеточной жидкости ( $C_e$ ).

$$\Phi = p \cdot |C_i - C_e|$$

Четвертый вид уравнения Фика (химия):

$$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dSdt$$

где

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{m_0 N}{V} = m_0 n$$

где  $m_0$  - масса одной молекулы;  $n$  - концентрация молекул, равная их числу в единице объема.

$$dm = -D \frac{d(m_0 n)}{dx} dSdt$$

$$j = \frac{dm}{dSdt m_0} = -D \frac{dn}{dx}$$

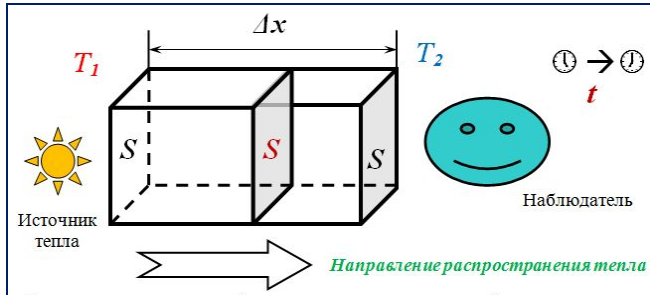
$$j = -D \frac{dn}{dx}$$

где:

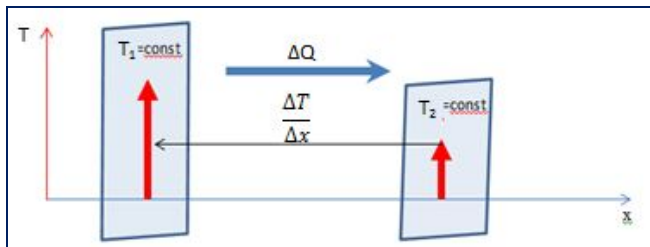
$$j = \frac{dm}{dSdt m_0}$$

где  $j$  - плотность потока молекул при диффузии, размерность в СИ - (м<sup>2</sup>с)<sup>-1</sup>

# Явление теплопроводности. Закон Фурье



- **Явление теплопроводности** наблюдается, если в различных частях рассматриваемого вещества **температуры различны**.
- Если **нагревать** один конец образца, площадь сечения которого **S**, то количество теплоты **Q**, которое проходит через произвольно **выделенный слой** образца толщины **Δx** за время **t** при разности температур на границах этого слоя **ΔT = T<sub>1</sub> - T<sub>2</sub>** можно определить **по закону теплопроводности Фурье**:



$$Q = -\lambda \frac{\Delta T}{\Delta x} S t$$



$$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dS dt$$

Для неравномерного процесса  
градиент температуры, в СИ в **кельвинах на метр**  
[К/м]

где **λ** - коэффициент теплопроводности,  
размерность **λ** в СИ - **Вт/(м·К)**.

$$\frac{dT}{dx}$$

градиент температуры, в СИ в **кельвинах на метр**

Знак **«минус»** показывает, что теплота **Q** переносится в направлении убывания температуры **T**, **против градиента температуры**.

- **Физический смысл коэффициента теплопроводности λ** - это величина, численно равная **количеству теплоты**, переносимому через единичную площадку, перпендикулярную направлению переноса, за единицу времени при градиенте температуры, равном единице:

$$\lambda = - \frac{dQ}{\frac{dT}{dx} dS dt}$$

Чем **меньше λ**, тем **хуже передаётся тепло** через данный материал и **лучше** теплоизолирующие свойства.

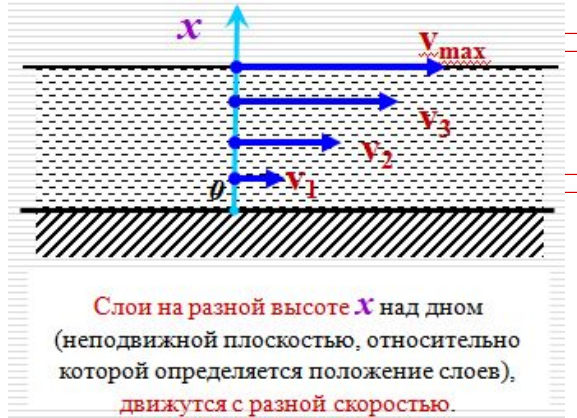
$$q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

где **q** - **плотность теплового потока**,  
размерность в СИ - **Вт/м<sup>2</sup>**:

$$q = \frac{dQ}{dS dt}$$

2-й вид закона теплопроводности  
Фурье

# Явление вязкости. Закон Ньютона для вязкости



Наличие сил внутреннего трения в жидкости приводит к тому, что **различные слои жидкости/ газа** движутся с различными скоростями  $v$ .

Сила внутреннего трения между двумя слоями газа или жидкости подчиняется **закону Ньютона**:

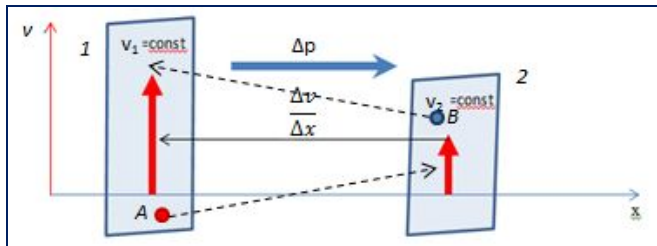
- Сила трения  $F_{тр}$ , действующая на слой площадью  $S$  со стороны соседнего слоя за время  $t$  прямо пропорциональна градиенту скорости  $grad_x v$  и площади слоя  $S$ :

$$F_{mp} = -\eta \frac{dv}{dx} S \quad \rightarrow \quad dF_{mp} = -\eta \frac{dv}{dx} dS$$

Для неравномерного процесса

где  $\eta$  («эта») – коэффициент **динамической вязкости**, в СИ в Паскаль- секундах – **Па·с**

Знак «**минус**» показывает, что сила трения  $F_{mp}$  действует в направлении убывания **градиента скорости**.



$\frac{dv}{dx}$  - **градиент скорости**, в СИ в обратных секундах [ $c^{-1}$ ]

$dF$

По 2-му закону Ньютона силу взаимодействия двух слоёв  $dF$  можно рассматривать как **процесс передачи импульса  $dp$**  от одного слоя к другому за времени  $dt$ , т.е.  $dp = dF \cdot dt$ :

$$\tau = -\eta \frac{dv}{dx}$$

внутреннего трения, действующей на единицу площади касательной Ньютона

$$dp = -\eta \frac{dv}{dx} dS dt$$

деленная по площади в СИ:  $N/m^2$ :

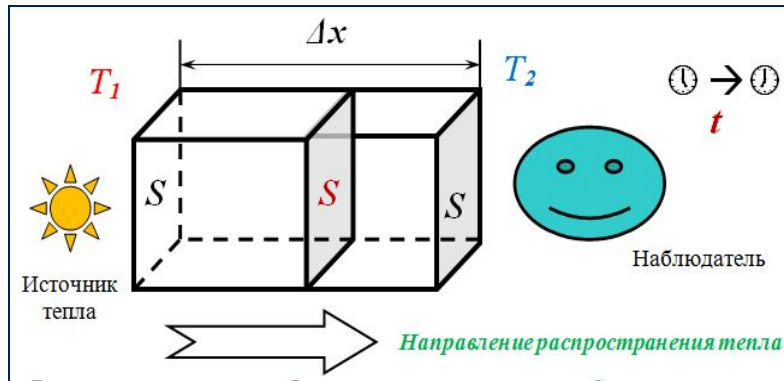
$$\tau = \frac{dF_{mp}}{dS}$$

# Обобщим формулы для явлений переноса

№	Закон <b>Фика</b> для <b>диффузии</b>	Закон <b>Фурье</b> для <b>теплопроводности</b>	Закон <b>Ньютона</b> для <b>вязкости</b>
1	$dm = -D \frac{d\rho}{dx} dSdt$	$dQ = -\lambda \frac{dT}{dx} dSdt$	$dp = -\eta \frac{dv}{dx} dSdt$
2	$j = -D \frac{dn}{dx}$	$q = -\lambda \frac{dT}{dx}$	$\tau = -\eta \frac{dv}{dx}$
3	$\vec{\Phi} = -D \cdot \frac{d\bar{C}}{dx}$	—	$F_{mp} = -\eta \frac{dv}{dx} S$
4	$\Phi = p \cdot  C_i - C_e $	—	—



## 2. Вычисление коэффициента теплопроводности $\Lambda$ для стационарного процесса передачи тепла согласно МКТ



- Рассмотрим некоторую площадку  $S$ , перпендикулярную оси  $x$ , вдоль которой поддерживается **постоянная разность температур** (процесс стационарный). Положим, что температура  $T_1$  больше, чем  $T_2$ .
- Через площадку  $S$  проходят молекулы как **слева направо**, так и **справа налево**.
- Если давление газа во всех точках одинаково, то число молекул, пересекающих в **1 сек** единицу площади  $S$  слева и справа, **одинаково**.

- Молекулы, приходящие к площадке  $S$  слева, приходят к ней с той энергией  $\epsilon$  («эпсилон»), которой они обладали **после последнего** перед площадкой **столкновения**.
- **Количество энергии**, переносимой **в 1 сек** этими молекулами через  $S_1 = 1 \text{ м}^2$  площадки равно  $Q = N\epsilon$ ,
  - где  $N$  – количество молекул газа, пересекающих **1 м<sup>2</sup>** площадки  $S$  в **1 сек**.
- Ввиду хаотичности теплового движения **в положительном направлении** оси  $Ox$  движется **одна шестая** часть общего числа молекул:

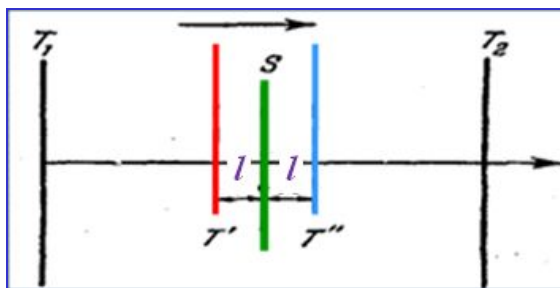
$$N = \frac{1}{6} n \langle v \rangle$$

Количество энергии, переносимой **в 1 сек** молекулами, приходящими **слева**:

$$Q_1 = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \epsilon_1$$

Количество энергии, приносимое **в 1 сек** молекулами, приходящими **справа**:

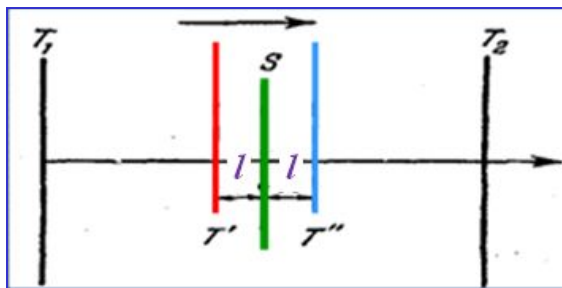
$$Q_2 = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \epsilon_2$$



где  $\epsilon_1$  – энергия молекул, соответствующая температуре  $T'$  в точке, отстоящей от площадки на расстоянии  $l$  **слева** от площадки.

$\epsilon_2$  – энергия молекул, соответствующая температуре  $T''$  в точке, отстоящей от площадки на расстоянии  $l$  **справа** от площадки.

## Вычисление коэффициента теплопроводности -2



$$Q_1 = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \varepsilon_1$$

$$Q_2 = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \varepsilon_2$$

Результирующее количество энергии, протекающее через **1 м²** площадки **за 1 сек**:

$$Q = Q_1 - Q_2 = \frac{1}{6} n \langle v \rangle (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

- где  $\varepsilon_2$  и  $\varepsilon_1$  – **средние значения энергии** одной молекулы, соответствующие температурам  $T''$  и  $T'$  в точках, отстоящих друг от друга на расстоянии  $2l$ .

- Средняя энергия молекулы:

$$\varepsilon = \frac{i}{2} kT \quad \rightarrow \quad Q = Q_1 - Q_2 = \frac{1}{6} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k(T' - T'')$$

- Разность температур** между точками, находящимися по обе стороны от площадки на расстоянии  $l$  от нее выразим через градиент температуры:

Сравним :

$$Q = -\lambda \frac{dT}{dx}$$

закон Фурье для теплопроводности для  $S=1\text{м}^2$  и

$$T' - T'' = -2l \frac{dT}{dx}$$

и

$$Q = -\frac{1}{6} n \langle v \rangle \frac{i}{2} k 2l \frac{dT}{dx}$$

или

$$Q = -\frac{1}{3} n \langle v \rangle \frac{i}{2} kl \frac{dT}{dx}$$

результатирующее количество энергии  $Q$ , протекающее через

- Тогда выражение для **коэффициента теплопроводности** идеального газа:

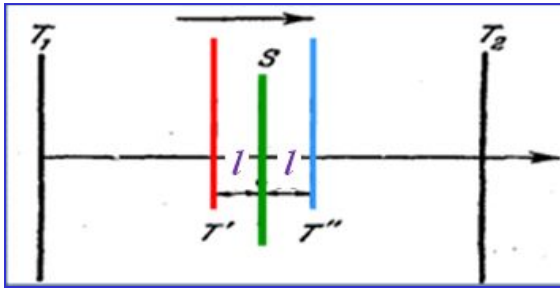
$$\lambda = \frac{1}{3} n l \langle v \rangle \frac{i}{2} k$$

$S=1\text{ м}^2$  площадки **за  $t=1$  сек**

**Умножим и разделим** правую часть на массу молекулы  $m_0$ , а также выразим **постоянную Больцмана  $k$**  через **универсальную газовую постоянную  $R$** :

$$\lambda = \frac{1}{3} n \frac{m_0}{m_0} l \langle v \rangle \frac{i}{2} \frac{R}{N_a}$$

## Вычисление коэффициента теплопроводности -3



$$\lambda = \frac{1}{3} n \frac{m_0}{m_0} l \langle v \rangle \frac{i}{2} \frac{R}{N_a}$$

$$M = m_0 N_a$$

молярная масса

$$\lambda = \frac{1}{3} n m_0 l \langle v \rangle \frac{i}{2} \frac{R}{M}$$

где

$$\rho = n m_0$$

- плотность газа

- Вспомним, что **средняя длина свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$**  – это среднее расстояние, которое проходит молекула **между двумя последовательными столкновениями**. Если путь  $l = \langle \lambda \rangle$ , то:

$$\lambda = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle \frac{i}{2} \frac{R}{M}$$

Причем:  $c_V = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$

- **удельная изохорическая теплоемкость** идеального газа.



$$\lambda = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle c_V$$

Иногда букву  $\lambda$  («лямбда») для коэффициента

теплопроводности идеального газа меняют на  $\chi$

(«хи») или  $\kappa$  («каппа»), чтобы она не совпадала со **средней длиной свободного**

**пробега  $\langle \lambda \rangle$** :



$$\chi = \frac{1}{3} \rho \langle \lambda \rangle \langle v \rangle c_V$$

Аналогично можно получить следующие выражения для коэффициентов диффузии и динамической вязкости:

$$D = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle$$

$$\eta = \frac{1}{3} \langle v \rangle \langle \lambda \rangle \rho$$

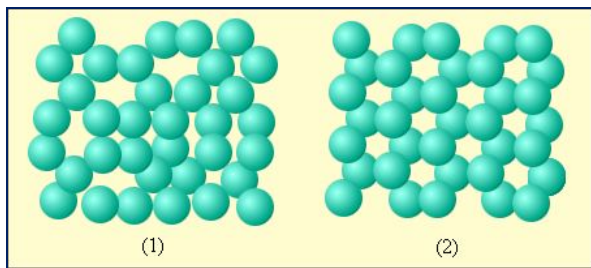
Между коэффициентами переноса существуют простые зависимости:

$$\eta = \rho D$$

$$\lambda = \chi = \eta c_V$$

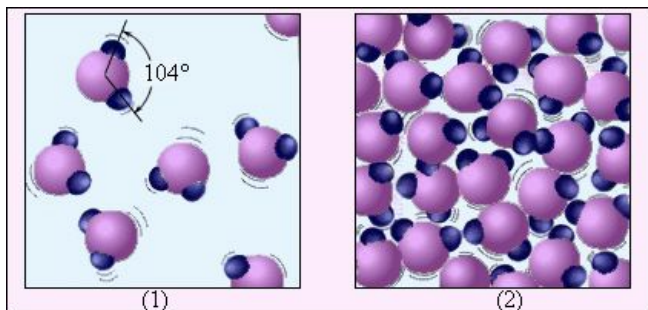
Из формул для коэффициентов переноса в газе следует, что коэффициенты динамической вязкости и теплопроводности **не зависят от давления газа**.

### 3. Вспомним свойства жидкостей



1 – вода; 2 – лед

Пример **ближнего порядка** молекул жидкости и дальнего порядка молекул кристаллического вещества на примере воды



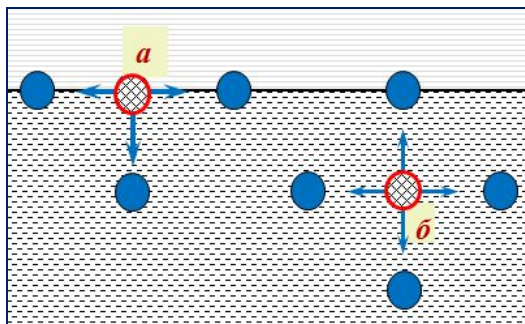
1 – водяной пар; 2 – вода

Отличие газообразного вещества от жидкости на примере воды

- Молекулы вещества **в жидком состоянии** расположены **почти вплотную друг к другу**.
  - **В отличие от твердых** кристаллических тел, в которых молекулы образуют упорядоченные структуры во всем объеме кристалла и могут совершать тепловые колебания около фиксированных центров, **молекулы жидкости обладают большей свободой**.
- Каждая молекула жидкости, также как и в твердом теле, «зажата» со всех сторон соседними молекулами и совершает **тепловые колебания около некоторого положения равновесия**.
- Однако, **время от времени любая молекула может переместиться в соседнее вакантное место**.
- Такие перескоки в жидкостях происходят довольно часто; поэтому молекулы не привязаны к определенным центрам, как в кристаллах, и могут перемещаться по всему объему жидкости. Этим объясняется **текуть жидкостей**.
- Из-за сильного взаимодействия между близко расположенными молекулами они могут образовывать **локальные (неустойчивые) упорядоченные группы**, содержащие несколько молекул.
- Это явление называется **ближним порядком**. Подразумевается, что **вблизи есть порядок**, а **вдали – хаос**, в отличие от **дальнего порядка** твердых кристаллических тел.

- Наиболее интересной особенностью жидкостей является наличие **свободной поверхности**. Жидкость, в отличие от газов, **не заполняет** весь объем сосуда, в который она налита.
- Между жидкостью и газом (или паром) образуется **граница раздела**, которая находится в особых условиях по сравнению с остальной массой жидкости.
- Молекулы в пограничном слое жидкости, в отличие от молекул в ее глубине, окружены другими молекулами той же жидкости **не со всех сторон**.

## Явление поверхностного натяжения



□ Рассмотрим поверхность жидкости (границу её соприкосновения с воздухом).

- Для атома ***б***, находящегося внутри жидкости, **все силы** со стороны атомов-соседей **уравновешены** (помечены стрелками).
- Для атома ***а***, находящегося на поверхности, будет **нескомпенсированным** взаимодействие с атомом, **лежащим ниже его**, т.к. выше него – газ, а не жидкость.

□ **Поверхностная энергия** – это **избыток** потенциальной энергии поверхностного слоя **на границе раздела двух сред** (по сравнению с энергией вещества внутри тела), **обусловленный различием межмолекулярных взаимодействий в обеих средах**.

□ **Силы**, действующие на молекулы поверхностного слоя со стороны молекул, расположенных **ниже** этого слоя, **много больше** сил, действующих на поверхностный слой **сверху** – со стороны молекул воздуха.

□ Поэтому молекулы поверхностного слоя **втягиваются** внутрь жидкости.

□ Площадь поверхности ***S*** при этом **уменьшается**.

□ Это явление называется **явлением поверхностного натяжения**.

□ Тогда для перемещения молекул из объёма в поверхностный слой **необходимо совершить работу**, чтобы увеличить площадь поверхности.

□ Эту работу характеризует коэффициент поверхностного натяжения  **$\sigma$**  («**сигма**»).

□ Таким образом, **коэффициент поверхностного натяжения** – **количественная характеристика** поверхностного натяжения.

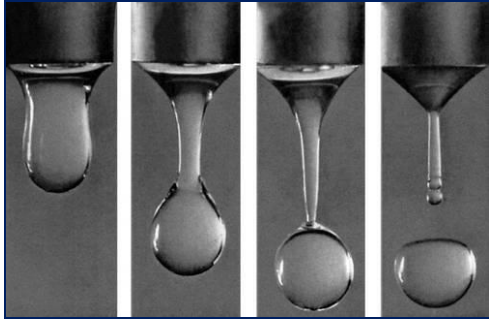
□ **Коэффициент поверхностного натяжения** (часто называемый просто «**поверхностное натяжение**»)  **$\sigma$**  – это работа  **$dA$** , затраченная на создание площади поверхности жидкости  **$dS$**  при данной постоянной температуре:

$$\sigma = \frac{dA}{dS}$$

для равномерного процесса

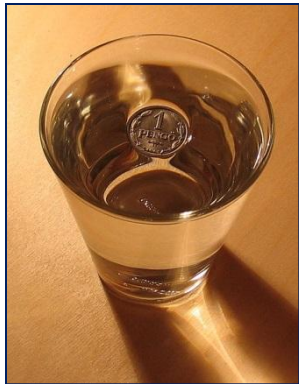
$$\sigma = \frac{A}{S}$$

# Коэффициент поверхностного натяжения

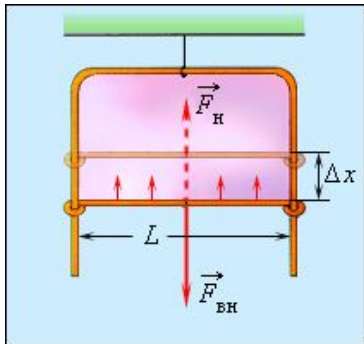


- Из механики известно, что равновесным состояниям системы соответствует **минимальное значение ее потенциальной энергии**.
  - Отсюда следует, что **свободная поверхность жидкости стремится сократить свою площадь**.
  - По этой причине **свободная капля жидкости** принимает шарообразную форму.
  - Жидкость ведет себя так, как будто по касательной к ее поверхности действуют силы, сокращающие (стягивающие) эту поверхность.
- Эти силы называются **силами поверхностного натяжения**.

Поэтому поверхностное натяжение может быть определено не только энергетически

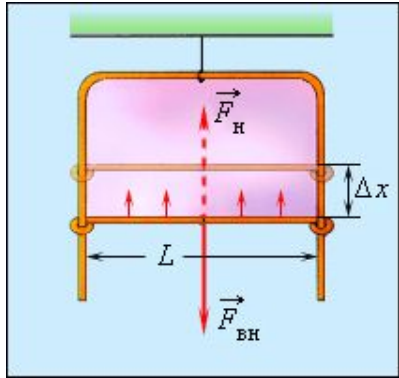


- Наличие сил поверхностного натяжения делает поверхность жидкости похожей на **упругую растянутую пленку**, с той только разницей, что **упругие силы в пленке зависят от площади ее поверхности** (т.е. от того, как пленка деформирована), а **силы поверхностного натяжения не зависят от площади поверхности жидкости**.
- Некоторые жидкости, как, например, мыльная вода, обладают способностью образовывать **тонкие пленки**.
- Всем хорошо известные мыльные пузыри имеют правильную сферическую форму – в этом тоже проявляется **действие сил поверхностного натяжения**.
- Если в мыльный раствор опустить проволочную рамку, одна из сторон которой подвижна, то вся она затянется пленкой жидкости.



- Представим себе **пленку жидкости** (например, мыльную пленку), натянутую на **квадратную** проволочную рамку, каждая из сторон которой имеет длину  $L$ .
- Благодаря стремлению поверхности **уменьшиться**, на проволоку будет действовать сила, которую **можно непосредственно измерить**.

## Коэффициент поверхностного натяжения-2



При постоянной силе  $F$  работа равна  $A = FL$ . Тогда:

$$\sigma = \frac{A}{S} = \frac{FL}{LL} = \frac{F}{L}$$

Таким образом, **на линию, ограничивающую поверхность тела** (или какой-либо участок этой поверхности), действуют силы, **направленные перпендикулярно этой линии по касательной к поверхности**, внутрь ее.

Поверхностный слой жидкости всегда ограничен линией возможного разрыва и находится под действием сил поверхностного натяжения в постоянном натяжении, стремящемся сократить поверхность.

**Вывод:** сокращение поверхности возможно при условии, если силы поверхностного натяжения будут **касательными** к поверхности и **перпендикулярными к линии возможного разрыва**.

Отсюда следует второе определение:

**Коэффициент поверхностного натяжения  $\sigma$**  равен силе поверхностного натяжения  $F$ , действующей на единицу длины  $L$  границы поверхности раздела двух веществ (двух фаз веществ) ( $L=1\text{ м}$ ), на которой действует эта сила:

$$\sigma = \frac{F}{L}$$



$$\sigma = \frac{dF}{dL}$$

Анализ размерностей показывает равнозначность этих единиц:

$$\text{Дж/м}^2 = \text{Н} \cdot \text{м/м}^2 = \text{Н/м} \text{ (ньютон на метр).}$$

Чаще коэффициент поверхностного натяжения измеряют в **мН/м** (миллиНьютонах на метр) =  $10^{-3} \text{ Н/м}$ .

Поверхностное натяжение различных веществ **колеблется от 10 до 2000 мН/м**.

**С увеличением** температуры **поверхностное натяжение уменьшается**.

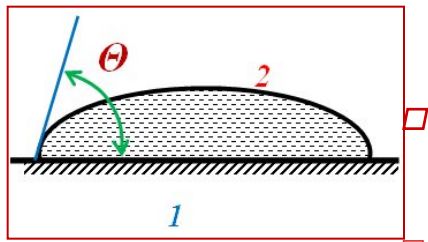
Для воды  $\sigma = 73 \text{ мН/м}$  ( $t = 20^\circ\text{C}$ ), а для чистого этилового спирта  $\sigma = 22 \text{ мН/м}$ .

Величина поверхностного натяжения имеет **диагностическое значение** в медицине:

Например, в норме величина  $\sigma$  **плазмы крови**, **сыворотки** и **мочы** человека составляет соответственно **72, 56 и 70 мН/м**.

Появление **в моче желчных пигментов** приводит к резкому снижению  $\sigma$  с **70 мН/м до 56 мН/м**.

## Явление смачивания и его характеристики



**Смачивание** – это явление, возникающее вследствие взаимодействия молекул жидкости с молекулами твёрдых тел и приводящее к **искривлению поверхности жидкости у поверхности твёрдого тела**.

Явление выражается в **растекании жидкости** по твёрдой поверхности, находящейся в контакте с газом (паром) или другой жидкостью из-за наличия молекулярных сил.

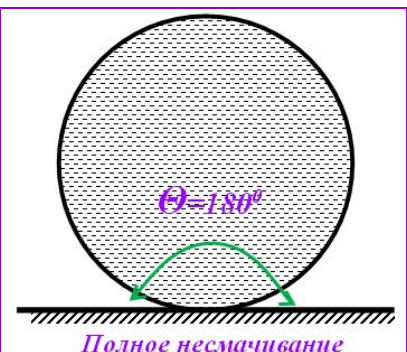
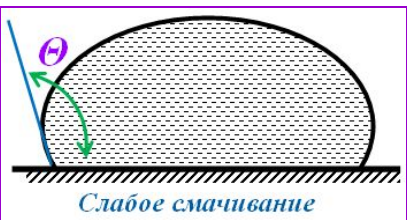
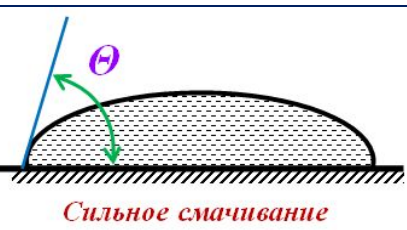
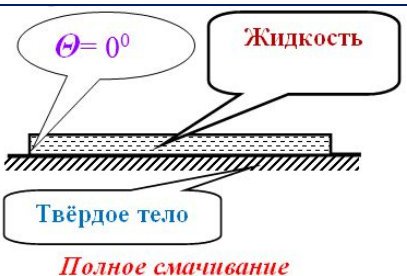
Смачивание характеризуется **углом смачивания (краевым углом)**.

- **Угол смачивания  $\theta$**  («тэта») – это угол между смачиваемой поверхностью твёрдого тела (**1**) и поверхностью жидкости (**2**) на границе «жидкость-твёрдое тело» (точнее, между смачиваемой поверхностью (**1**) и касательной к поверхности жидкости в точке данной границы).

Возможны следующие случаи:

1. **Полное смачивание  $\theta = 0^\circ$** : растекание жидкости по поверхности субстрата до монослоя (например, бензин или нефть на поверхности воды).
2. **Сильное смачивание  $0 < \theta < 90^\circ$**  (например, спирт на полированном столе), причём поверхность с сильным смачиванием называют **смачиваемой поверхностью**.
3. **Слабое смачивание  $90^\circ < \theta < 180^\circ$**  (например, капелька воды на тефлоновой сковороде). Такую поверхность называют **несмачиваемой поверхностью**.

- Так, краевой угол ртути на стекле составляет **около  $150^\circ$** , воды на парафине – **около  $105^\circ$** .
- Капли таких жидкостей как бы поджимаются, стараясь **уменьшить** площадь своего соприкосновения с твёрдой поверхностью;
- 4. **Полное несмачивание  $\theta = 180^\circ$**  (например, шарик ртути на тщательно очищенной и отполированной поверхности металла).

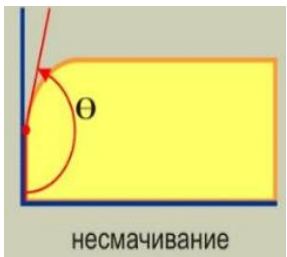




## 6. Формула Лапласа

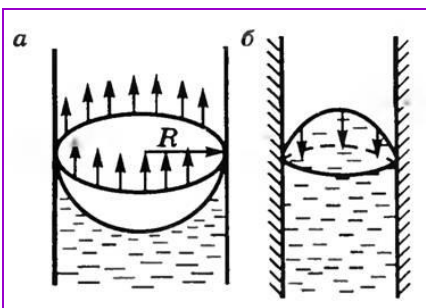


- Если жидкость находится в сосуде, то **в месте соприкосновения** поверхностного слоя жидкости со стенкой сосуда образуется искривление поверхности жидкости, называемое **мениском**.



- **Угол искривления** будет равен **углу смачивания**  $\theta$ .
- В зависимости от того, смачивает жидкость поверхность стенки или нет, образуется **выпуклый** или **вогнутый** мениски.
- Наиболее хорошо мениск виден в капиллярах.

- **Капилляры** (от латинского capillus – “волос”) – это трубки с малым диаметром (порядка 1 мм и менее). Под действием сил поверхностного натяжения поверхностный слой жидкости искривлен, образуя **мениск, близкий к полусфере**.



- На поверхность жидкости в капилляре действует **сила поверхностного натяжения**, которая будет являться **равнодействующей сил**, действующих на молекулы поверхностного слоя, прилегающие к стенке сосуда:

- для **смачивающих** жидкостей будет направлена наружу (вверх),
- для **несмачивающих** — внутрь (вниз).

- **Формула Лапласа** читается так: **дополнительное давление  $\Delta p$  под изогнутой поверхностью** жидкости вследствие действия сил поверхностного натяжения **прямо пропорционально** коэффициенту поверхностного натяжения  $\sigma$ , **обратно пропорционально радиусу  $r$**  мениска жидкости и **направлено в сторону** вогнутости (к центру кривизны):

$$\Delta p = \frac{\sigma}{r}$$

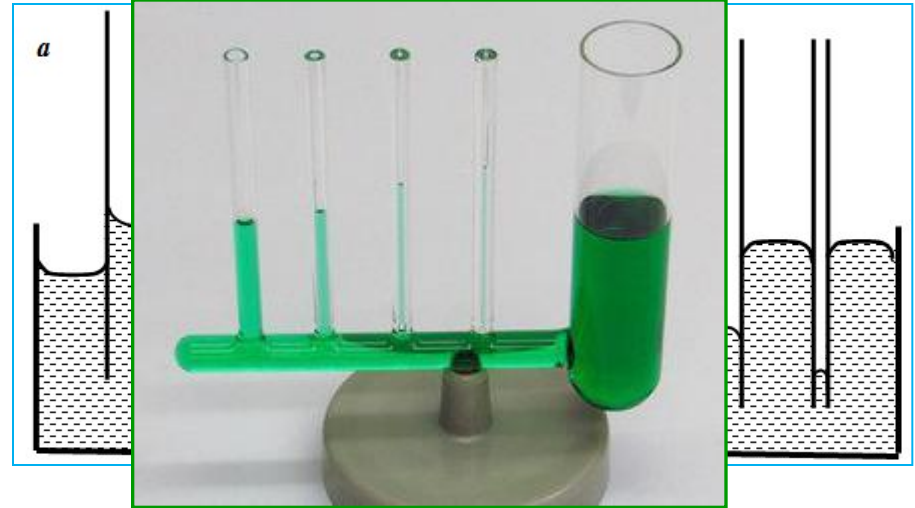
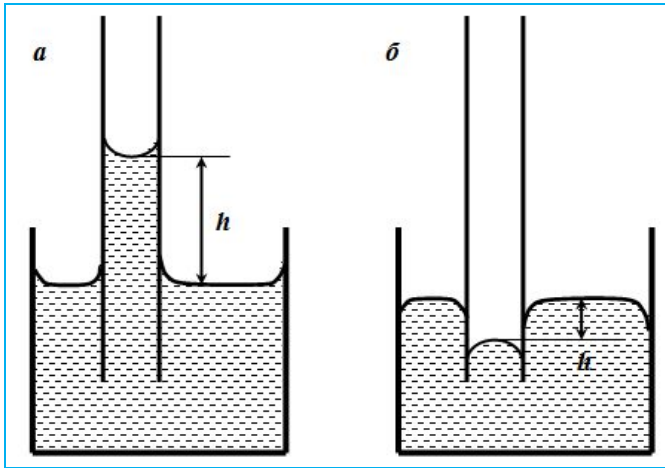
- для искривленной цилиндрической поверхности

$$\Delta p = \sigma \left( \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \right)$$

- для любой искривленной поверхности, у которой  $r_1$  и  $r_2$  - радиусы кривизны любых двух **взаимно перпендикулярных сечений** в данной точке поверхности

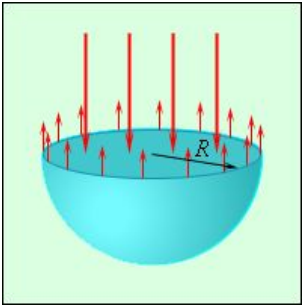
## Капиллярные явления

- **Капиллярные явления** – это **явления подъёма или опускания жидкости** в трубках с малым диаметром – капиллярах – по сравнению с её уровнем в широких трубках.
- Под действием сил поверхностного натяжения поверхностный слой жидкости искривлен, образуя мениск, и оказывает **дополнительное** по отношению к внешнему **давление  $\Delta p$** .



- В капилляре **жидкость стоит выше или ниже** того **уровня**, на котором она должна была бы находиться по закону сообщающихся сосудов.
- **Смачивающая жидкость** (например, вода в стеклянной трубке – рисунок **а**) поднимается по капилляру.
- **Несмачивающая жидкость** (например, ртуть в стеклянной трубке – рисунок **б**) опускается в капилляре ниже уровня жидкости в широком сосуде.
- При этом, **чем меньше радиус** трубки, тем **на большую высоту  $h$**  она поднимается для **смачивающей жидкости** и опускается для **несмачивающей**.
- Во всех указанных случаях мы имеем дело с капиллярными явлениями.
- **Найдем высоту  $h$** , на которую **поднимется уровень** воды в капилляре.

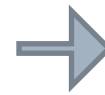
## Капиллярные явления-2



- При **сильном смачивании** образуется **вогнутый мениск**.
- **Силы дополнительного давления Лапласа  $\Delta p$**  направлены от жидкости наружу, т. е. **вверх**.
- Дополнительное давление Лапласа действует против атмосферного давления  $p_{атм}$ , **уменьшая его**, обуславливая **подъем жидкости в капилляре**.
- Жидкость будет подниматься в капилляре до тех пор, пока **дополнительное давление  $\Delta p$**  (давление Лапласа), обусловленное силами поверхностного натяжения и направленное **вверх** (к центру окружности мениска), не **уравновесится гидростатическим** (весовым) **давлением  $p = \rho gh$** , действующим вниз (т.е.  $\Delta p = p_{гидрост}$ ).
- Но радиус мениска равен радиусу капилляра ( $R = r$ ) **только при полном смачивании**, когда  $\Theta = 0^\circ$ .
- Во всех других случаях найти радиус мениска экспериментально непросто, поэтому выразим  $r$  через  $R$  — радиус капилляра:

Поэтому, учитывая закон Лапласа, получаем равенство:

$$\rho gh = \frac{2\sigma}{r} = \frac{2\sigma \cos \Theta}{R}$$



$$h = \frac{2\sigma \cos \Theta}{\rho g R}$$

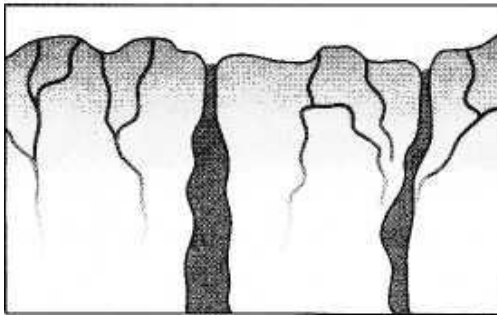
$$r = \frac{R}{\cos \Theta}$$

**Вывод:** высота подъема/опускания жидкости в капилляре за счет сил поверхностного натяжения **зависит** от свойств жидкости и материала капилляра ( $\rho, \sigma, \Theta$ ), а также от его радиуса  $R$ .

- В случае **слабого смачивания** (или **полного несмачивания**)  $\cos \Theta < 0$  и формула покажет **глубину опускания** жидкости в капилляре  $h$ .
- Эта же формула **дает возможность определить** поверхностное натяжение  $\sigma$  жидкости **по высоте  $h$**  подъема жидкости в капилляре **и величине краевого угла  $\Theta$**  между мениском жидкости и стенками сосуда (капиллярный метод нахождения  $\sigma$ ).

# Проявление в природе и использование в технике капиллярных явлений

**Капиллярным подъемом** объясняются такие известные явления как:



1. Впитывание жидкости фильтровальной бумагой,
2. Перенос керосина вдоль фитиля керосиновой лампы, волокна которого также являются тонкими капиллярами,
3. Перенос жидкости в пористых телах.
4. Подъем воды из почвы по стволам деревьев, где волокна древесины играют роль тонких капилляров.
5. Использование капиллярных ручек и капиллярных стержней для письма, а также капиллярных картриджей для печати принтеров.



## Проявление капиллярных явлений -2

В быту	В технике	В природе
Удаление влаги полотенцем или салфеткой	Подвод смазки автомобилям фитильным способом	Питание корневой системы растений от трав до деревьев
Использование фитилей в керосиновой лампе	Закупорка пор при изготовлении писчей бумаги	Вспашка земли для удерживания влаги (разрушаем капилляры)
Удаление излишка чернил промокательной бумагой	Необходимость водоизоляции фундаментов зданий, иначе обеспечена сырость стен домов	Капиллярные методы полива в засушливых местах
Чернильные ручки и <u>гелевые</u> стержни для ручек	Картриджи струйных принтеров имеют капиллярное строение, которые за неделю без работы засыхают	И так далее. <b>Вспомните ещё применения сами</b>

## **Спасибо за внимание!**



Проявление  
**явления**  
**поверхностного**  
**натяжения:**  
канцелярская скрепка на  
поверхности молока **не тонет** под  
действием силы тяжести,  
т.е. **силы поверхностного**  
**натяжения** жидкости **равны силе**  
**тяжести**, действующей на  
**металлическое тело**,  
раз держат его и не позволяют  
ему утонуть.