

Тема: Модели и характеристики детерминированных сигналов.

Кафедра Электроники и ИБ.

Учебные вопросы:

1. Введение.
2. Классификация сигналов.
3. Динамическое представление сигналов.

1. Введение.

Слово «сигнал» происходит от латинского термина «signum» — «знак», имеющего широкий смысловой диапазон.

Сигналом называют процесс изменения во времени физического состояния какого-либо объекта, служащий для отображения, регистрации и передачи сообщений.

2. Классификация сигналов.

Описание сигналов посредством математических моделей.

Математической моделью сигнала может быть, например, функциональная зависимость, аргументом которой является время. Как правило, в дальнейшем такие математические модели сигналов будут обозначаться символами латинского алфавита $s(t)$, $i(t)$, $f(t)$ и т. д.

Создание модели (в данном случае физического сигнала) — первый существенный шаг на пути систематического изучения свойства явления. Прежде всего, математическая модель позволяет абстрагироваться от конкретной природы носителя сигнала. В радиотехнике одна и та же математическая модель с равным успехом описывает ток, напряжение, напряженность электромагнитного поля и т. д.

Зная математические модели сигналов, можно сравнивать эти сигналы между собой, устанавливать их тождество и различие, проводить классификацию.

Классификация радиотехнических сигналов



Одномерные и многомерные сигналы.

Типичным для радиотехники сигналом является напряжение на зажимах какой — либо цепи или ток в ветви. Такой сигнал, описываемый одной функцией времени, принято называть одномерным.

Многомерный сигнал — упорядоченная совокупность одномерных сигналов.

Представление многомерного, или векторного, сигнала:

$$\bar{S}(t) = \{s_1(t), s_2(t), \dots, s_N(t)\}$$

Детерминированные и случайные сигналы.

Если математическая модель сигнала позволяет осуществить возможность или невозможность точного предсказания его мгновенных значений в любой момент времени, то сигнал называется детерминированным.

В радиотехнике случайные сигналы часто проявляют себя как помехи, препятствующие извлечению информации из принятого колебания. Проблема борьбы с помехами, повышение помехоустойчивости радиоприема — одна из центральных проблем радиотехники.

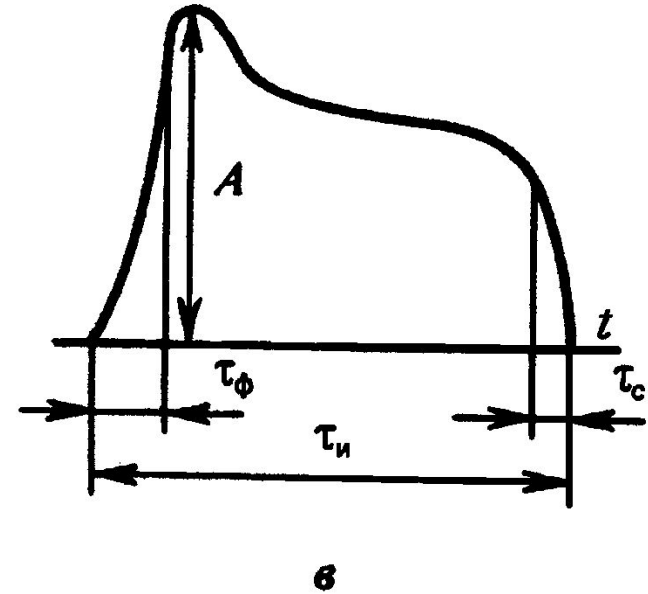
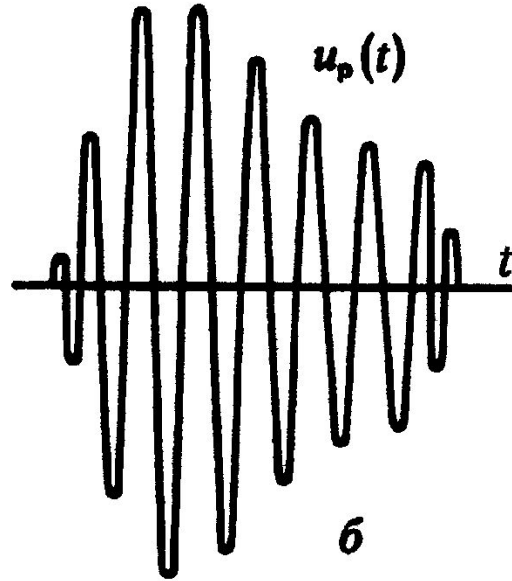
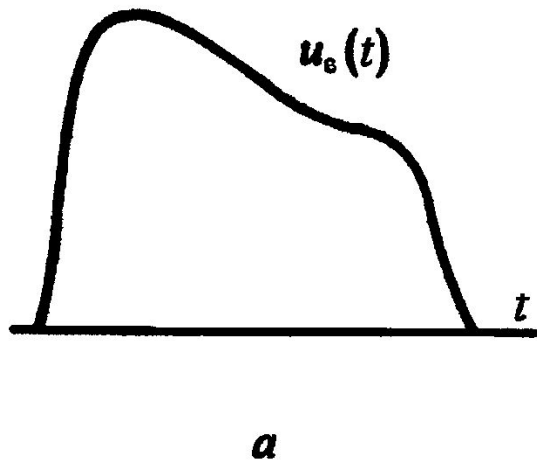
Импульсные сигналы.

Импульсы-колебания, существующие лишь в пределах конечного отрезка времени.

При этом различают видеоимпульсы и радиоимпульсы . Различие между этими двумя основными видами импульсов состоит в следующем. Если $u_B(t)$ - видеоимпульс, то соответствующий ему радиоимпульс

$$u_p(t) = u_B(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$$

При этом функция $u_B(t)$ называется огибающей радиоимпульса, а функция $\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ его заполнением.



Видео импульс -а

Радиоимпульс -б

Аналоговые, дискретные и цифровые сигналы.

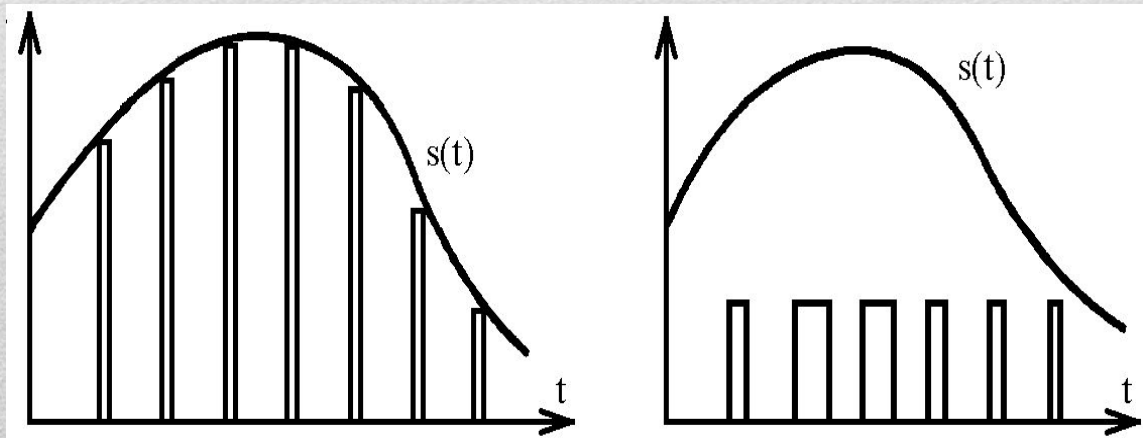
Простейшая математическая модель дискретного сигнала $S_d(t)$ — это счетное множество точек $\{t_i\}$ (i — целое число) на оси времени, в каждой из которых определено отсчетное значение сигнала S_i .

Шаг дискретизации $\Delta = t_{i+1} - t_i$

Одно из преимуществ дискретных сигналов по сравнению с аналоговыми — отсутствие необходимости воспроизводить сигнал непрерывно во все моменты времени. За счет этого появляется возможность по одной и той же радиолинии передавать сообщения от разных источников, организуя многоканальную связь с разделением каналов по времени.

Особой разновидностью дискретных сигналов являются цифровые сигналы. Для них характерно то, что отсчетные значения представлены в форме чисел.

Следует иметь в виду, что в сущности любой дискретный или цифровой сигнал (речь идет о сигнале — физическом процессе, а не о математической модели) является сигналом аналоговым. Так, медленно изменяющемуся во времени аналоговому сигналу $s(t)$ можно сопоставить его дискретный образ, имеющий вид последовательности прямоугольных видеоимпульсов одинаковой длительности (рисунок 2,а); высота этих импульсов пропорциональна значениям $s(t)$ в отсчетных точках. Однако можно поступить и по-иному, сохраняя высоту импульсов постоянной, но изменяя их длительность в соответствии с текущими отсчетными значениями (рисунок 2,б)



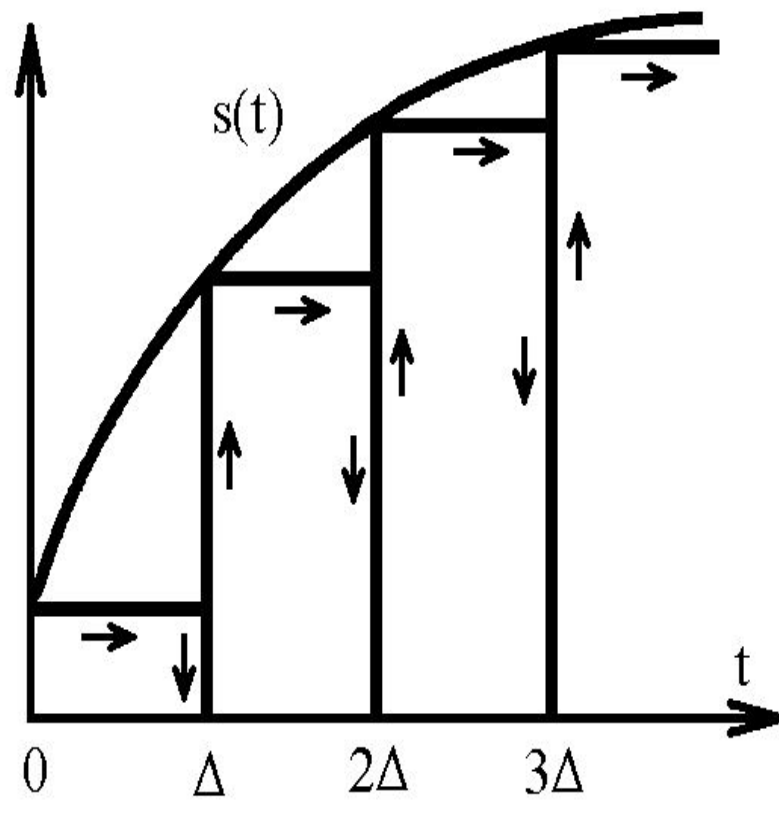
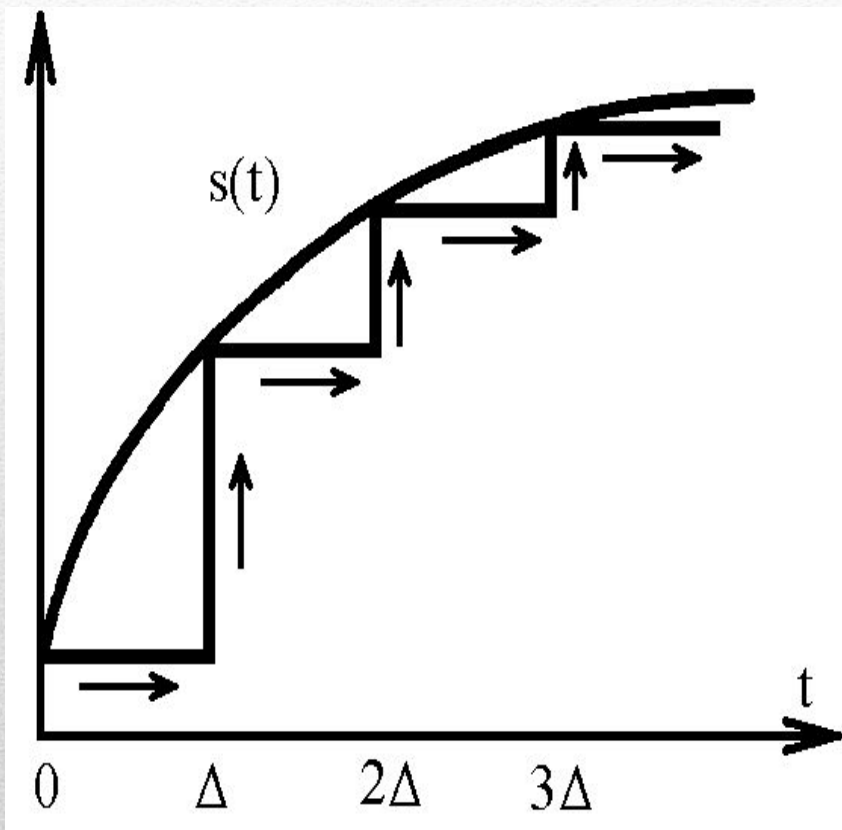
3. Динамическое представление сигналов.

Принцип динамического представления.

Реальный сигнал приближенно представляется суммой некоторых элементарных сигналов, возникающих в последовательные моменты времени.

Широкое применение нашли два способа динамического представления. Согласно первому - в качестве элементарных сигналов используются ступенчатые функции, возникающие через равные промежутки времени (рисунок 3,а). Высота каждой ступеньки равна приращению сигнала на интервале времени .

При втором способе элементарными сигналами служат прямоугольные импульсы. Эти импульсы непосредственно примыкают друг к другу и образуют последовательность, вписанную в кривую или описанную вокруг нее (рисунок 3,б).



Функция включения. Пусть дан сигнал, математическая модель которого задается системой равенства:

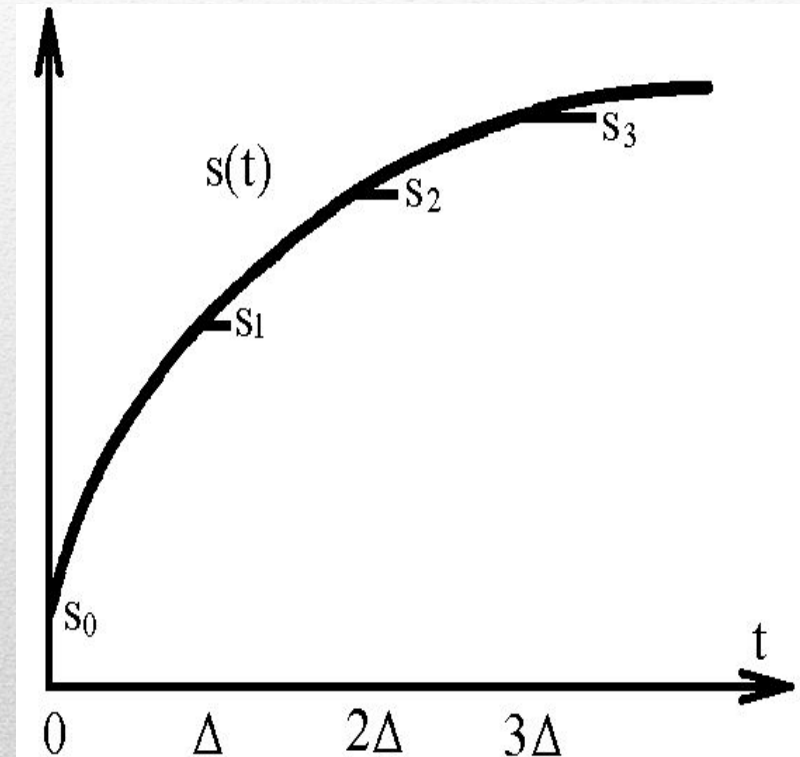
$$s(t) = \begin{cases} 0, & t < -\xi, \\ \frac{1}{2} \left(\frac{t}{\xi} + 1 \right), & -\xi \leq t \leq \xi, \\ 1, & t > \xi. \end{cases} \quad (1)$$

Функция включения или функция Хевисайда:

$$\sigma(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ \frac{1}{2}, & t = 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Динамическое представление произвольного сигнала посредством функций включения. Рассмотрим некоторый сигнал $s(t)$, причем для определенности положим, что $s(t)=0$ при $t>0$ (рисунок 4).

Пусть $\{\Delta, 2\Delta, 3\Delta \dots\}$ — последовательность моментов времени и $\{s_1, s_2, s_3 \dots\}$ — отвечающая им последовательность значений сигнала.



Если $s_0 = s(0)$ — начальное значение, то, как видно из построения, текущее значение сигнала при любом t приближенно равно сумме ступенчатых функций:

$$\begin{aligned} s(t) &\approx s_0 \sigma(t) + (s_1 - s_0) \sigma(t - \Delta) + \dots = \\ &= s_0 \sigma(t) + \sum_{k=1}^{\infty} (s_k - s_{k-1}) \sigma(t - k\Delta) \end{aligned}$$

Если теперь шаг устремить к нулю, то дискретную переменную $k\Delta$ можно заменить непрерывной переменной τ . При этом малые приращения $s_k - s_{k-1}$ превращаются в дифференциалы

$$ds = \frac{ds}{d\tau} d\tau$$

и мы получаем формулу динамического представления произвольного сигнала посредством функций Хевисайда:

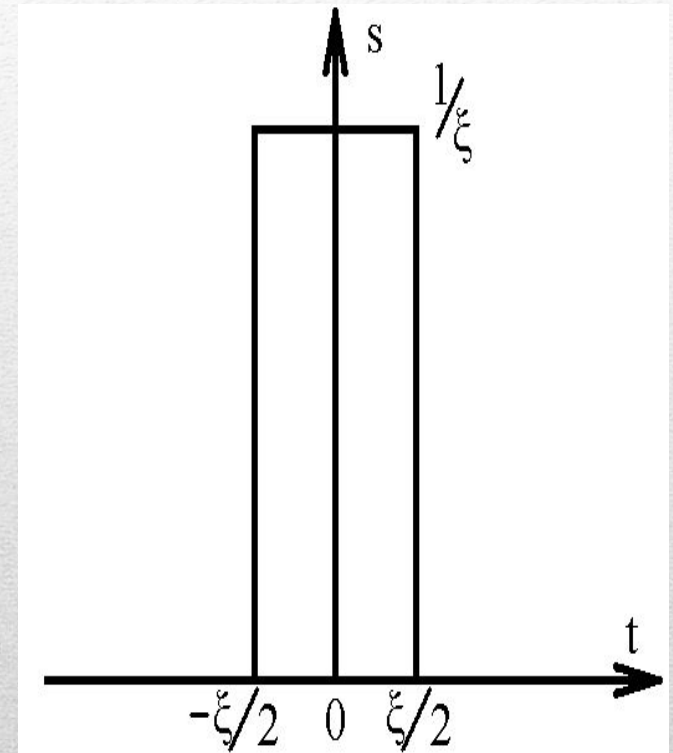
$$s(t) = s_0 \sigma(t) + \int_0^{\infty} \frac{ds}{d\tau} \sigma(t - \tau) d\tau$$

Дельта-функция. Рассмотрим импульсный сигнал прямоугольной формы (рисунок 5), заданный следующим образом:

$$s(t; \xi) = \frac{1}{2} \left[\sigma\left(t + \frac{\xi}{2}\right) - \sigma\left(t - \frac{\xi}{2}\right) \right] \quad (4)$$

Дельта-функции, или функции Дирака:

$$\delta(t) = \lim_{\xi \rightarrow 0} s(t; \xi) \quad (5)$$



В математике показано, что свойства дельта-функции присущи пределам многих последовательностей обычных классических функций. Приведем два характерных примера:

$$\delta(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{n}{2\pi}} e^{-\frac{nt^2}{2}} \quad (6)$$

$$\delta(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sin nt}{\pi t} \quad (7)$$

Если s_k — значение сигнала на k -м отсчете, то элементарный импульс с номером k представляется так:

$$\eta_k(t) = s_k \cdot [\sigma(t - t_k) - \sigma(t - t_k - \Delta)] \quad (8)$$

В соответствии с принципом динамического представления исходный сигнал $s(t)$ должен рассматриваться как сумма таких элементарных слагаемых:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \eta_k(t) \quad (9)$$

Если подставить (8) в (9), предварительно разделив и умножив на величину шага Δ , то

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} s_k \frac{1}{\Delta} [\sigma(t - t_k) - \sigma(t - t_k - \Delta)] \cdot \Delta$$

Переходя к пределу при $\Delta \rightarrow 0$, необходимо заменить суммирование интегрированием по формальной переменной τ , дифференциал которой $d\tau$ будет отвечать величине Δ . Получим искомую формулу динамического представления сигнала

$$s(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s(\tau) \delta(t - \tau) d\tau$$