

арифметика и относительные единицы

- Знакомство с различными подходами к математическим вычислениям – в целочисленном формате с фиксированной точкой и в формате с плавающей точкой.
- Синтез фильтра (инерционного звена первого порядка) в цифровом виде, реализация его при помощи различных подходов.

Проблемы двоичных вычислений

Допустим, что исходные данные представляют собой 4-разрядные целые числа со знаком. Диапазон их возможного изменения от -8 до +7. При умножении результат умещается в 8 разрядах.

Сохранить результат без потери знаков можно в две 4-разрядные ячейки памяти.

Сохранять только младшую часть нельзя, так как она может не вместить весь результат умножения.

Уже в данном конкретном примере ответ равен 12, что выходит из диапазона допустимых значений знаковых 4-разрядных чисел, и, будучи сохраненной, младшая часть результата будет в дальнейших вычислениях восприниматься числом -4, что совершенно недопустимо.

$$\begin{array}{r} 0100 \\ * 0011 \\ \hline 000000100 \\ 000001000 \\ 000000000 \\ 000000000 \\ \hline 00001100 \end{array} \quad \begin{array}{r} 4 \\ * 3 \\ \hline 12 \end{array}$$

Память ?

Аккумулятор

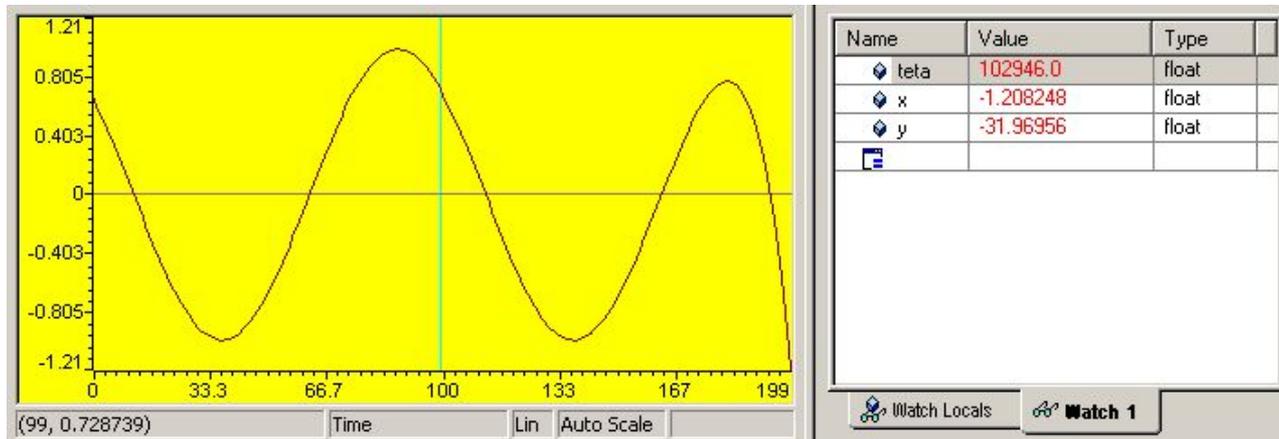
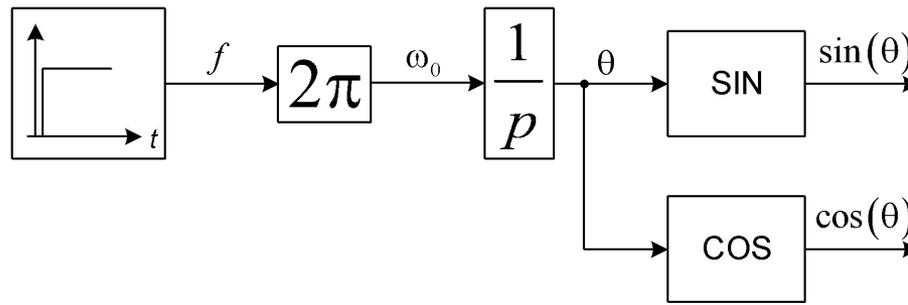
00001100

Проблемы двоичных вычислений

- Решение 1: увеличение разрядности данных
- Решение 2: использование относительных единиц и целочисленного формата с фиксированной точкой
- Решение 3: использование формата плавающей точки

Проблемы вычислений с числами с плавающей точкой (очень большие и очень малые числа)

Преобразование частоты в угол и синус и косинус угла



Относительные единицы

Для расчета математических моделей, описания алгоритмов системы управления, измерений электрических и механических величин и цифровой фильтрации удобно использовать системы относительных единиц. Относительные единицы получаются путем деления реальной физической величины на некоторое базовое значение. Базовые значения можно выбирать по-разному, однако чаще всего за базовое число принимают номинальное значение физической величины.

	$\begin{array}{r} 0\ 1,0\ 1 \\ * \quad 0\ 0,1\ 1 \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0 \\ \hline \text{Аккумулятор } 0\ 0\ 0\ 0,1\ 1\ 1\ 1 \end{array}$	$\begin{array}{r} 1,25 \\ * \quad 0,75 \\ \hline 0,9375 \end{array}$
	$\text{Память } 0\ 0,1\ 1$	$\begin{array}{r} X\ X, X\ E \\ * \quad X\ X, X\ E \\ \hline 0\ 0\ 0\ 0\ E\ E\ E\ E \\ 0\ 0\ 0\ Y\ Y\ Y\ E\ 0 \\ 0\ 0\ Y\ Y\ Y\ E\ 0\ 0 \\ 0\ Y\ Y\ Y\ E\ 0\ 0\ 0 \\ \hline Z\ Z\ Z\ Z, R\ E\ E\ E \end{array}$
		$\hline Z\ Z, R\ E$

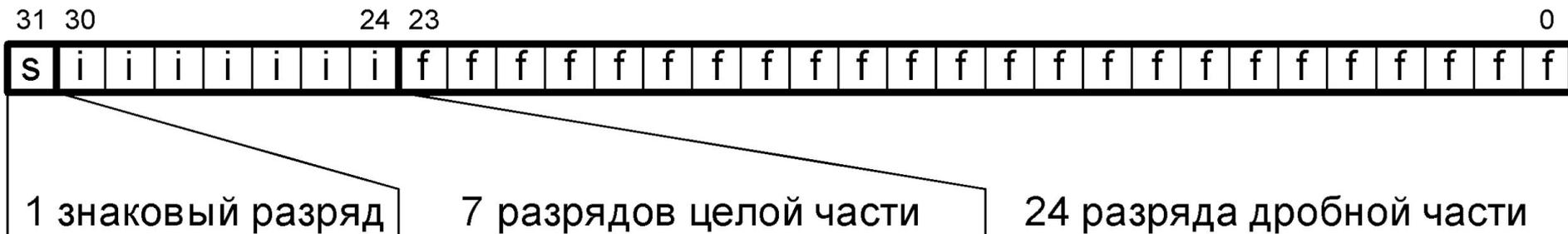
Пусть ток будет равен 1,25 номинала, а напряжение 0,75 от номинального значения (базовое значение в данном случае равно номинальному). Выберем формат для представления тока и напряжения, где 2 разряда будет отведено на целую часть и два — на дробную.

Относительные единицы

К преимуществам относительных единиц следует отнести:

- определенность с разрядностью всех вычислений в системе;
- независимость представления данных системы управления и моделей от номинальной мощности, номинальной скорости, номинального тока и других параметров, которые могут меняться от объекта к объекту;
- в относительных числах можно избежать использования иррациональных чисел и производить операции, не накапливая погрешности;
- удобно задавать настройки и ограничения работы системы управления в процентах от номинала, которые могут редактироваться и отображаться на интерфейсных устройствах в абсолютных единицах (СИ) независимо от мощности электропривода.

Числа с фиксированной точкой и библиотека *IQmath*



Формат IQ 8.24:

- 24 разряда дробной части обеспечивают $2^{24}=16777216$ градаций дробной части, что более чем достаточно для реальных задач электропривода
- 7 разрядов целой части обеспечивают запас перегрузочной способности в диапазоне +127 и -128. При верном выборе базовых величин относительных единиц переполнение не произойдет ни в каком случае: есть большой запас

Выбор системы относительных единиц

Следует выбрать непротиворечивую систему базовых величин

$$x^* = \frac{x}{X_6},$$

Выбор системы относительных единиц

Следует выбрать непротиворечивую систему базовых величин

$$x^* = \frac{x}{X_{\text{б}}},$$

Пример выбора базовых величин

ОСНОВНЫЕ:

$$U_{\text{б}} = U_{\text{я ном}}$$

$$I_{\text{б}} = I_{\text{я ном}}$$

$$\omega_{\text{б}} = \omega_0 = \frac{U_{\text{я ном}}}{k\Phi_{\text{ном}}}$$

Выбор системы относительных единиц

Следует выбрать непротиворечивую систему базовых величин

$$x^* = \frac{x}{X_{\delta}},$$

Пример выбора базовых величин

Основные:

$$U_{\delta} = U_{\text{я ном}}$$

$$I_{\delta} = I_{\text{я ном}}$$

$$\omega_{\delta} = \omega_0 = \frac{U_{\text{я ном}}}{k\Phi_{\text{ном}}}$$

Производные:

$$P_{\delta} = U_{\delta} \cdot I_{\delta}$$

$$M_{\delta} = \frac{P_{\delta}}{\omega_{\delta}}$$

$$R_{\delta} = \frac{U_{\delta}}{I_{\delta}}$$

$$L_{\delta} = \frac{R_{\delta}}{\omega_{\delta}}$$

$$k\Phi_{\delta} = \frac{U_{\delta}}{\omega_{\delta}}$$

Перевод уравнений в ОЕ

$$U_{\text{яНОМ}} = \mathbf{В}10$$

$$I_{\text{яНОМ}} = \mathbf{А}0$$

$$R_{\text{я}} = \mathbf{ОМ};$$

$$k\Phi_{\text{НОМ}} = 1 \frac{\mathbf{В}}{\text{рад}};$$

$$\omega_{\text{НОМ}} = 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}};$$

$$L_{\text{я}} = \mathbf{О},\mathbf{Ю}10$$

$$U_{DC} = \mathbf{В}10$$

$$T_{\text{ШИМ}} = \frac{1}{10000} \text{с};$$

$$u_{\text{ВЫХ}} = U_{DC} \cdot \gamma.$$

Перевод уравнений привода в ОЕ

$$\left. \begin{aligned} U_{\text{яНОМ}} &= \mathbf{B}10 \\ I_{\text{яНОМ}} &= \mathbf{A}0 \\ R_{\text{я}} &= \mathbf{O}M; \\ k\Phi_{\text{НОМ}} &= 1 \frac{\mathbf{B}}{\text{рад}}; \\ \omega_{\text{НОМ}} &= 100 \frac{\text{рад}}{\text{с}}; \\ L_{\text{я}} &= \mathbf{O}, \mathbf{H}10 \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \left(u_{\text{я}} = k\Phi_{\text{НОМ}} \omega + i_{\text{я}} R_{\text{я}} + L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt} \right) / U_{\text{б}}; \\ (M = k\Phi_{\text{НОМ}} i_{\text{я}}) / M_{\text{б}}. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_{\text{я}}}{U_{\text{б}}} = \frac{k\Phi_{\text{НОМ}} \omega}{k\Phi_{\text{б}} \omega_{\text{б}}} + \frac{i_{\text{я}} R_{\text{я}}}{I_{\text{б}} R_{\text{б}}} + \frac{1}{L_{\text{б}} \omega_{\text{б}} I_{\text{б}}} L_{\text{я}} \frac{di_{\text{я}}}{dt}; \\ \frac{M}{M_{\text{б}}} = \frac{k\Phi_{\text{НОМ}} i_{\text{я}}}{k\Phi_{\text{б}} I_{\text{б}}}, \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} U_{DC} &= \mathbf{B}10 \\ T_{\text{ШИМ}} &= \frac{1}{10000} \text{с}; \\ u_{\text{ВЫХ}} &= U_{DC} \cdot \gamma. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} u_{\text{я}}^* = k\Phi_{\text{НОМ}}^* \omega^* + i_{\text{я}}^* R_{\text{я}}^* + L_{\text{я}}^* \frac{di_{\text{я}}^*}{dt^*}; \\ M^* = k\Phi_{\text{НОМ}}^* i_{\text{я}}^*, \end{aligned} \right\}$$

Перевод уравнений привода в ОЕ

Основные:

$$U_{\sigma} = U_{\text{я ном}} = 110$$

$$I_{\sigma} = I_{\text{я ном}} = 10$$

$$\omega_{\sigma} = \omega_0 = \frac{U_{\text{я ном}}}{k\Phi_{\text{ном}}} = 110 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Производные:

$$P_{\sigma} = U_{\sigma} \cdot I_{\sigma} = 110 \cdot 10 = 1100$$

$$M_{\sigma} = \frac{P_{\sigma}}{\omega_{\sigma}} = \frac{1100}{110} = 10$$

$$R_{\sigma} = \frac{U_{\sigma}}{I_{\sigma}} = \frac{110}{10} = 11 \text{ Ом};$$

$$L_{\sigma} = \frac{R_{\sigma}}{\omega_{\sigma}} = \frac{11}{110} = 0,1 \text{ Г};$$

$$k\Phi_{\sigma} = \frac{U_{\sigma}}{\omega_{\sigma}} = \frac{110}{110} = 1 \text{ рад}.$$

Перевод уравнений привода в ОЕ

Основные:

$$U_{\sigma} = U_{\text{я ном}} = 110$$

$$I_{\sigma} = I_{\text{я ном}} = 10$$

$$\omega_{\sigma} = \omega_0 = \frac{U_{\text{я ном}}}{k\Phi_{\text{ном}}} = 110 \frac{\text{рад}}{\text{с}}$$

Производные:

$$P_{\sigma} = U_{\sigma} \cdot I_{\sigma} = 110 \cdot 10 = 1100$$

$$M_{\sigma} = \frac{P_{\sigma}}{\omega_{\sigma}} = \frac{1100}{110} = 10$$

$$R_{\sigma} = \frac{U_{\sigma}}{I_{\sigma}} = \frac{110}{10} = 11 \text{ Ом};$$

$$L_{\sigma} = \frac{R_{\sigma}}{\omega_{\sigma}} = \frac{11}{110} = 0,1 \text{ с};$$

$$k\Phi_{\sigma} = \frac{U_{\sigma}}{\omega_{\sigma}} = \frac{110}{110} = 1 \text{ рад}.$$

$$U_{\text{я ном}}^* = \frac{U_{\text{я ном}}}{U_{\sigma}} = \frac{110}{110} = 1;$$

$$I_{\text{я ном}}^* = \frac{I_{\text{я ном}}}{I_{\sigma}} = \frac{10}{10} = 1;$$

$$R_{\text{я}}^* = \frac{R_{\text{я}}}{R_{\sigma}} = \frac{1}{11} = 0,0909;$$

$$k\Phi_{\text{ном}}^* = \frac{k\Phi_{\text{ном}}}{k\Phi_{\sigma}} = \frac{1}{1} = 1;$$

$$\omega_{\text{ном}}^* = \frac{\omega_{\text{ном}}}{\omega_{\sigma}} = \frac{100}{110} = 0,909;$$

$$P_{\text{ном}}^* = \frac{P_{\text{ном}}}{P_{\sigma}} = \frac{1000}{1100} = 0,909;$$

$$L_{\text{я}}^* = \frac{L_{\text{я}}}{L_{\sigma}} = \frac{0,01}{0,1} = 0,1.$$

	Целочисленные вычисления	Плавающая точка
Необходимость использования относительных единиц	Да	Нет
Проблемы при использовании очень больших чисел	Да, есть риск переполнения	Да, есть риск неверных вычислений при наличии в выражении малых чисел
Проблемы при использовании очень маленьких чисел	Да, есть риск потери точности	Да, есть риск неверных вычислений при наличии в выражении больших чисел
Скорость вычислений	Выше благодаря вычислительным трюкам типа замены деления сдвигом	Ниже, требуется аппаратная поддержка плавающей точки
Проблемы при компиляции	Нет, всегда вычисляется корректно	Риск неоптимального использованием аппаратного ускорителя
Переносимость кода	Хорошая, целочисленные вычисления поддерживаются на всех	Плохая, если нет или слабый FPU в целевом устройстве

Название		Описание
_IQ24mpy(арг_1, арг_2)		Выполняет умножение аргументов в формате IQ24 друг на друга, возвращает результат в формате IQ24.
_IQdiv(арг_1, арг_2)		Выполняет деление аргумента_1 на аргумент_2 в формате IQ24, возвращает результат в формате IQ24.
_IQsqrt (аргумент)		Вычисляет квадратный корень. Входные и выходные данные в формате IQ24.
_IQsinPU(аргумент) _IQcosPU(аргумент)		Выполняет вычисление синуса/косинуса. Аргумент передается в относительных единицах IQ24, где 1.0 соответствует 360 градусов.
_IQsin(аргумент) _IQcos(аргумент)		Выполняет вычисление синуса/косинуса. Аргумент передается в радианах.
_IQatan2PU(арг_1, арг_2)		Функция арктангенса двух аргументов. Вычисляет угловое значение вектора в декартовой системе координат. Результат представлен в относительных единицах, где 1.0 соответствует 360 градусов.
_IQmag(арг_1, арг_2).		Функция вычисления амплитуды вектора, заданного аргументов 1 и 2.
_IQtoF(аргумент_1)		Функция преобразования из формата IQ24 в формат с плавающей точкой.
_IQXX(аргумент)		Преобразование данных в формате с плавающей точкой в целочисленные форматы.