

ПРИМЕР ЗАПИСИ РЕШЕНИЯ ЗАДАНИЯ

РГР №2

Задание:

1. Проверить гипотезу о нормальном распределении признака в генеральной совокупности с помощью критерия согласия Пирсона χ^2 для уровня значимости $\alpha=0,05$.
2. Построить нормальную кривую.
3. Оценить среднее арифметическое генеральной совокупности.
4. Оценить дисперсию генеральной совокупности.
5. Сделать вывод.

Исходные данные:

Бег 100м: $\bar{X} = 15,4$, $\sigma = 0,9$, $h = 0,8$, $n = 50$.

x_i	12,8	13,6	14,4	15,2	16,0	16,8	17,6
n_i	1	2	9	15	17	5	1

Этапы выполнения:

1. Проверим гипотезу о нормальном распределении результатов в беге на 100м.

1). Выдвигаем нуль-гипотезу.

H_0 : результаты в беге на 100м в генеральной совокупности имеют нормальное распределение.

2). Определяем выравнивающие частоты.

Вычисления оформим в таблицу:

i	x_i	$x_i - \bar{x}$	$u_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$	$\varphi(u_i)$	$n_i' = \frac{n \cdot h}{\sigma} \cdot \varphi(u_i)$
1	12,8	-2,6	-2,89	0,0061	0,27
2	13,6	-1,8	-2,00	0,0540	2,40
3	14,4	-1,0	-1,11	0,2155	9,57
4	15,2	-0,2	-0,22	0,3894	17,29
5	16,0	0,6	0,54	0,3448	15,31
6	16,8	1,4	1,56	0,1182	5,25
7	17,6	2,2	2,44	0,0203	0,90

3). Определяем расчетное значение критерия χ_0^2 .

Вычисления также представим в виде таблицы:

i	n_i	n'_i	$n_i - n'_i$	$(n_i - n'_i)^2$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
1	1	0,27	0,73	0,53	1,96
2	2	2,40	-0,40	0,16	0,07
3	9	9,57	-0,57	0,32	0,03
4	15	17,29	-2,29	5,24	0,30
5	17	15,31	-1,69	2,82	0,18
6	5	5,25	-0,25	0,06	0,01
7	1	0,90	-0,10	0,01	0,01
					$\Sigma=2,56$

Таким образом, $\chi_0^2=2,56$.

4). *Определяем число степеней свободы $\nu = 7-3 = 4$.*

5). *Находим критическое значение критерия согласия χ^2 .*

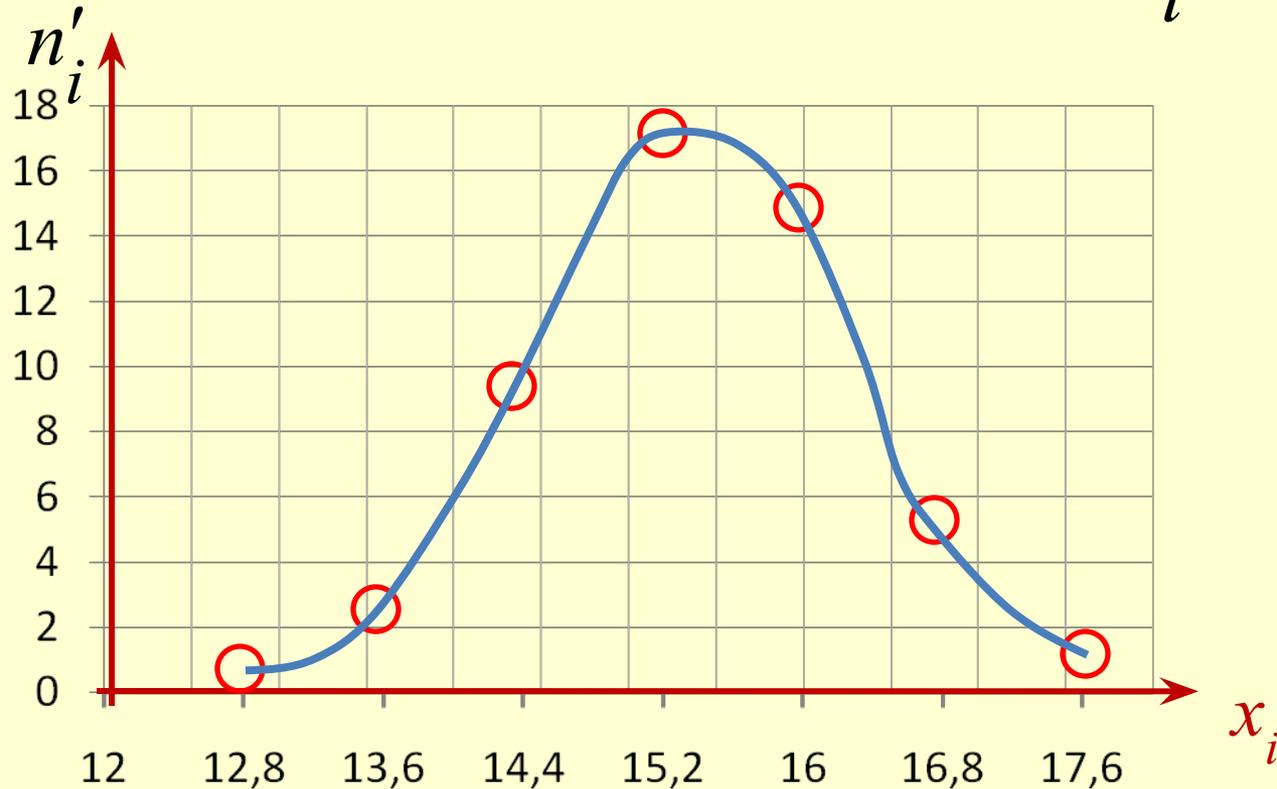
Для уровня значимости $\alpha=0,05$ и числа степеней свободы $\nu=4$ имеем $\chi^2(0,05;4)=9,49$.

6). *Проверяем гипотезу: сравниваем расчетное значение критерия χ_0^2 с табличным значением χ^2 .*

$$\chi_0^2 < \chi^2 (2,56 < 9,49)$$

2. Построим нормальную кривую.

Для построения полигона на оси OX отложим значения вариант x_i , а на оси OY – значения выравнивающих частот n'_i .



3. Оценим среднее арифметическое генеральной совокупности.

Имеем $n=50$, $\bar{x}=15,4$, $\sigma=0,9$. При $n>30$, полагают $\nu=\infty$. Для $\alpha=0,05$ и $\nu=\infty$ находим по таблице значение $t(0,05; \infty)=1,960$. Тогда

$$15,4 - 1,96 \cdot \frac{0,9}{\sqrt{50}} \leq \bar{x}_{ген} \leq 15,4 + 1,96 \cdot \frac{0,9}{\sqrt{50}}$$

$$15,4 - 0,2 \leq \bar{x}_{ген} \leq 15,4 + 0,2$$

$$15,2 \leq \bar{x}_{ген} \leq 15,6$$

4. Оценим дисперсию генеральной совокупности:

Имеем $n=50$, $\sigma=0,9$, $\nu=\infty$. Для $\alpha=0,05$, находим по таблице значение

$t(0,05; \infty)=1,960$. Тогда

$$0,9^2 - 1,96 \cdot 0,9^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{50}} \leq D_{\text{ген}} \leq 0,9^2 + 1,96 \cdot 0,9^2 \cdot \sqrt{\frac{2}{50}}$$

$$0,81 - 0,32 \leq D_{\text{ген}} \leq 0,81 + 0,32$$

$$0,49 \leq D_{\text{ген}} \leq 1,13$$

5. Вывод. Выдвинутая гипотеза о нормальном распределении результатов в беге на 100м у данных спортсменов принимается на уровне значимости $0,05$, так как расчетное значение критерия согласия $\chi_0^2=2,56$ меньше критического значения $\chi^2=9,49$. Средний результат в беге на 100м в 95% случаев у обследуемых спортсменов находится в пределах от $15,2\text{с}$ до $15,6\text{с}$, а дисперсия с вероятностью $0,95$ не выйдет за границы $0,49 - 1,13$.