Решение тригонометрических уравнений

Простейшие тригонометрические уравнения

Уравнение Sin x = a

- $x = (-1)^n \arcsin a + \pi n,\ n \in Z$
- $a \in [-1;1]$ $x \in \left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$
- $\arcsin(-a) = -\arcsin a$

Частные виды решения уравнений Sin x = a

- Sin x = -1
- $X = -\dfrac{\pi}{2} + 2\Pi n, n \in Z$

- Sin x = 0
- $X = \Pi n, n \in Z$

- Sin x = 1
- $X = \dfrac{\pi}{2} + 2\Pi n, n \in Z$

Уравнение Cos x =a

- $x = \pm \arccos a + 2\pi n;\ n \in Z$
- $a \in [-1;1]\quad x \in [-\pi;\pi]$
- $\arccos(-a) = \pi - \arccos a$

Частные виды решения уравнений Cos x = a

- Cos x = -1
- X = П +2Пn, nЄZ

- Cos x = 0
- X = $\frac{\pi}{2}$ +Пn, nЄZ

- Cos x = 1
- X = 2Пn, nЄZ

Уравнение tg x = a

- x = arctg a + Пn, nЄ Z
- a є R $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$
- arctg (-a) = -arctg a

Уравнения, сводящиеся к квадратным

- $\sin^2 x + \sin x - 2 = 0$

Пусть $\sin x = y$, тогда получим уравнение $y^2 + y - 2 = 0$. Его корни $y = 1$ и $y = -2$.

Решение исходного уравнения сводится к решению простейших уравнений $\sin x = 1$ и $\sin x = -2$.

Уравнения вида
$a\sin x + b\cos x = 0$

- $2\sin x - 3\cos x = 0$

Поделив уравнение на Cos x, получим $2\,\mathrm{tg}\,x - 3 = 0$

Решение исходного уравнения сводится к решению простейшего уравнения $\mathrm{tg}\,x = 3/2$

Уравнения вида $a\sin x + b\cos x = c$

- $2\sin x + \cos x = 2$
- $\sin x = 2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}$
- $\cos x = \cos^2\frac{x}{2} - \sin^2\frac{x}{2}$
- $2=2\bullet 1=2(\sin^2\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2})$ Получаем:
- $3\sin^2\frac{x}{2} - 4\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}+\cos^2\frac{x}{2} = 0$

Поделив это уравнение на Cos² $\frac{x}{2}$, получим

$3\ tg^2 \frac{x}{2} - 4\ tg \frac{x}{2} + 1 = 0$

обозначаем tg $\frac{x}{2}$ = y, получаем уравнение

3 y² - 4 y + 1 = 0. Его корни y = 1, y = 1/3

Решение сводиться к простейшим

уравнениям tg x = 1 и tg x = 1/3

Уравнения, решаемые разложением левой части на множители

- $\text{Sin } 2x - \text{Sin } x = 0$

- $2 \text{ Sin } x \text{ Cos } x - \text{Sin } x = 0$
- $\text{Sin } x\,(2 \text{ Cos } x - 1) = 0$
- $\text{Sin } x = 0$ или $2 \text{ Cos } x - 1 = 0$

Решение сводиться к простейшим тригонометрическим уравнениям

Спасибо за внимание.

Бовина Е.Ю.