Вычисление производной тангенса и котангенса

15.05.17

Лариса Анатольевна Байдулетова

ТАБЛИЦА ПРОИЗВОДНЫХ

$(C)' =$

$x' =$

$(kx + b)' =$

$(x^n)' = n \cdot x$

$\left(\frac{1}{x}\right) =$

$\left(\frac{1}{x^n}\right)' = -$

$\left(\sqrt{x}\right) =$

$(e^x)' =$

$(a^x)' = \quad {}^{x} \cdot \quad a$

$(\log_a x)' = \frac{1}{\qquad}$

$(\ln x)' = \frac{1}{\;}$

ПРАВИЛА ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ

$(C \cdot u)' = C \cdot \_$, где $C = const$

$(u + v)' = \qquad +$

$(u - v)' = \qquad -$

$(C_1 u + C_2 v)' = \qquad ' + \qquad '$

$(uv)' = \qquad +$

$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{\qquad}{v^2}$

$\left(\frac{u}{C}\right)' = \frac{\quad}{C}$

$\left(\frac{C}{u}\right)' = \frac{C}{\quad}$

ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

$(\sin x)' = \quad x$	$(f(u(x)))' =$
$(\cos x)' = \quad x$	$(u^k)' = k \cdot$
$(tg\, x)' = \frac{1}{\quad}$	$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{1}{\quad}\cdot$
$(ctg\, x)' = \frac{1}{\quad}$	$(u(kx+b))' =$
$(\arcsin x)' = \frac{1}{\quad}$	$((\sqrt{u}))' = \frac{1}{\quad} u'$
$(\arccos x)' = \frac{1}{\quad}$	$(\sin u)' = \quad \cdot u'$
$(arctg\, x)' = \frac{1}{\quad}$	$(\cos u)' = \quad \cdot u'$
$(arcctg\, x)' = \frac{1}{\quad}$	$(tgu)' = \quad \cdot u'$
	$(ctgu)' = \quad \cdot u'$
$(e^u) =$	$(\ln u)' =$
$(a^u) =$	$(\log_a u)' =$

Пример 6. Найти производную функции:

а) $y = \operatorname{tg} x$;   б) $y = \operatorname{ctg} x$.

Р е ш е н и е. а) Воспользуемся тем, что $\operatorname{tg} x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$, и правилом дифференцирования частного (теорема 4). Получим:

$$(\operatorname{tg} x)' = \left(\frac{\sin x}{\cos x}\right)' = \frac{(\sin x)' \cos x - \sin x (\cos x)'}{\cos^2 x} =$$

$$= \frac{\cos x \cos x - \sin x (-\sin x)}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x + \sin^2 x}{\cos^2 x} = \frac{1}{\cos^2 x}.$$

Итак, мы вывели еще одну формулу дифференцирования:

$$\boxed{(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}.}$$

$$\boxed{(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}.}$$

С-38. Вычисление производных

Вариант 1

Найдите производную функции:

1. $y = x^3 - 2x^2 + x + 2;$
2. $y = \sqrt{x}\,(2\sin x + 1);$
3. $y = \dfrac{1}{x^2};$
4. $y = \dfrac{1}{\cos x};$
5. $y = \dfrac{3x^2 - 2}{x^3};$
6. $y = \operatorname{tg} x + \dfrac{1}{x}.$

Найдите производную функции:

1. $y = 0{,}25x^4 + x^2 - 4;$
2. $y = (x^2 - 5x)\cdot(1 - 2\sqrt{x});$
3. $y = \dfrac{2}{\sqrt{x}};$
4. $y = -\dfrac{2}{\cos x};$
5. $y = \dfrac{\sin x}{x^2 + 3};$
6. $y = (3x + 1)\operatorname{ctg} x.$

С-38. Вычисление производных

Вариант 2

Найдите производную функции:

1. $y = -x^3 + 0{,}5x^2 - x + 1;$
2. $y = -3\cos x \cdot (x^2 + 2);$
3. $y = \dfrac{1}{\sqrt{x}};$
4. $y = \dfrac{1}{\sin x};$
5. $y = \dfrac{x^4}{3 - x};$
6. $y = x^2 + \operatorname{ctg} x.$

Найдите производную функции:

1. $y = -0{,}5x^4 + \dfrac{1}{3}x^3 - 2x;$
2. $y = (4\sqrt{x} + 3)\left(1 - \dfrac{1}{x}\right);$
3. $y = -\dfrac{1}{x^3};$
4. $y = \dfrac{3}{\sin x};$
5. $y = \dfrac{x^2 + 4}{\cos x};$
6. $y = x^2 \operatorname{tg} x.$

Дома п.3 стр.172-173

3. Дифференцирование функции $y = f(kx + m)$

Мы знаем, чему равны производные функций $y = x^n$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \sqrt{x}$. Нередко на практике приходится находить производные функций $y = \sin 2x$, $y = \cos\left(3 - \frac{x}{2}\right)$ и т. д. Возникает вопрос: если мы знаем, чему равна производная функции $y = f(x)$, то как вычислить производную функции $y = f(kx + m)$?

Найдите производную функции:

28.15. а) $y = x^3 + 2x^5$; в) $y = x^3 + 4x^{100}$;

б) $y = x^4 - x^9$; г) $y = x^4 - 7x^9$.

28.16. а) $y = (x^2 - 1)(x^4 + 2)$; в) $y = (x^2 + 3)(x^4 - 1)$;

б) $y = (x^3 + 1)\sqrt{x}$; г) $y = \sqrt{x}(x^4 + 2)$.

28.17. а) $y = \left(\frac{1}{x} + 1\right)(2x - 3)$; в) $y = \left(\frac{1}{x} + 8\right)(5x - 2)$;

б) $y = \sqrt{x}\cos x$; г) $y = \sqrt{x}\sin x$.

○**28.18.** а) $y = \frac{x^3}{2x + 4}$; в) $y = \frac{x^2}{3 - 4x}$;

б) $y = \frac{x^2}{x^2 - 1}$; г) $y = \frac{x}{x^2 + 1}$.

28.19. а) $y = 3\sin x + \operatorname{ctg} x$; в) $y = \cos x + \operatorname{tg} x$;

б) $y = \operatorname{tg} x - \cos x$; г) $y = 6\operatorname{tg} x - \sin x$.

28.20. а) $y = x\operatorname{tg} x$; в) $y = x\operatorname{ctg} x$;

б) $y = \sin x \operatorname{tg} x$; г) $y = \cos x \operatorname{ctg} x$.

Найдите производную функции:

28.29. а) $y = \sin(3x - 9)$; в) $y = \cos(9x - 10)$;

б) $y = \cos\left(\frac{\pi}{3} - 4x\right)$; г) $y = \sin(5 - 3x)$.

28.30. а) $y = \sqrt{15 - 7x}$; в) $y = \sqrt{4 + 9x}$;

б) $y = \sqrt{42 + 0{,}5x}$; г) $y = \sqrt{50 - 0{,}2x}$.

○**28.31.** Найдите значение производной функции в точке x_0:

а) $y = (3x - 2)^7$, $x_0 = 3$;

б) $y = \sin\left(\frac{\pi}{6} - 2x\right)$, $x_0 = \frac{\pi}{12}$;

в) $y = \operatorname{tg}\left(3x - \frac{\pi}{4}\right)$, $x_0 = \frac{\pi}{12}$;

г) $y = \sqrt{25 - 9x}$, $x_0 = 1$;