

# ЛОГИКА

Мирончик Ел.А.  
Мирончик Ек.А.



10010111 ГИА ЕГЭ



*Куда-нибудь ты обязательно дойдешь, конечно,  
если не остановишься на полпути.*

*Чеширский кот  
Л.Кэрролл «Алиса в стране чудес»*

Мирончик Ел. А.  
Мирончик Ек. А.

# СИСТЕМЫ ЛОГИЧЕСКИХ уравнений

Метод отображения

г. Новокузнецк, 2012

# Способы решения

## Способ из сборника для подготовки к ЕГЭ

Пусть  $x_1 = 1$

Пусть  $x_2 = 0$ . Тогда первое условие первого уравнения не выполняется ( $x_1 = x_2$ ) и тогда должно выполняться второе условие первого уравнения ( $x_1 = x_3$ ). Т.е.  $x_3 = 1$ . Тогда получаем  $x_2 \neq x_3$  (не выполняется условие второго уравнения ( $x_2 = x_3$ )). Значит  $x_4 = 0$ . Аналогично рассуждая получим, что значения переменных должны чередоваться:  $x_5 = 1, x_6 = 0, x_7 = 1$ . Эта ветка рассуждений привела нас к единств. решению.

Пусть  $x_2 = 1$ . Тогда первое условие второго уравнения выполняется, значит второе условие  $x_1 = x_3$  не обязательно должно выполняться,  $x_3$  может быть любым.

Пусть  $x_3 = 0$ . Тогда первое усл. второго уравнения не выполняется. Значит должно выполняться второе усл.  $x_2 = x_4$ . Т.е.  $x_4 = 1$ . Это аналогично рассуждению случаю для  $x_2 = 0$ . Значит должны чередоваться  $x_5 = 0, x_6 = 1, x_7 = 0$ . Это единств. решение.

Пусть  $x_3 = 1$ . Тогда первое условие второго уравнения выполняется ( $x_2 = x_3$ ). Значит второе условие второго уравнения ( $x_2 = x_4$ ) не обязательно должно выполняться, т.е.  $x_4$  может быть любым.

Мы пришли к повторяющейся ситуации. Для каждой последующей переменной, если она будет равна 0, будет давать единств. решение, а если 1, то нужно будет рассмотреть два варианта.

Получается для каждой переменной  $x_2, \dots, x_7$  имеет единств. решение. Плюс у последней переменной возможно 2 значения.

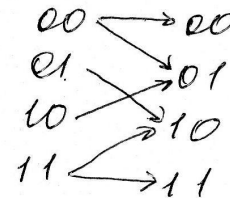
Всего получается 7 вариантов.

Нельзя не помнить, что для  $x_1 = 0$  ситуация совсем аналогичная и это дает нам еще 7 вариантов.

Ответ: 14 вариантов.

## Метод отображения

$x_1$	$x_2$	$x_3$
0	0	$\frac{0}{1}$
	1	0
1	0	1
	1	$\frac{0}{1}$



	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$
00	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	4	5	6
10	1	2	3	4	5	6
11	1	1	1	1	1	1

14.

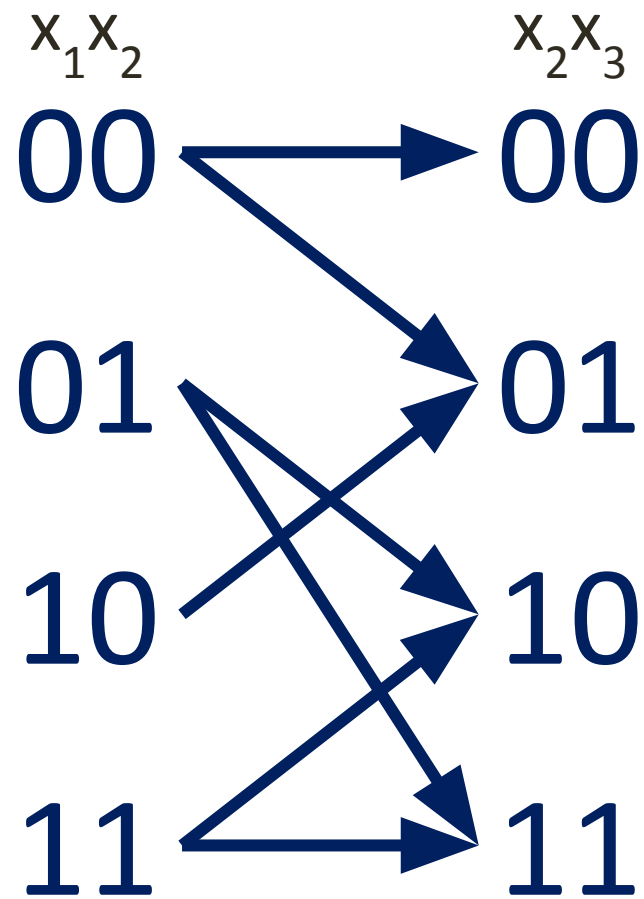
# Метод отображения

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \end{cases}$$

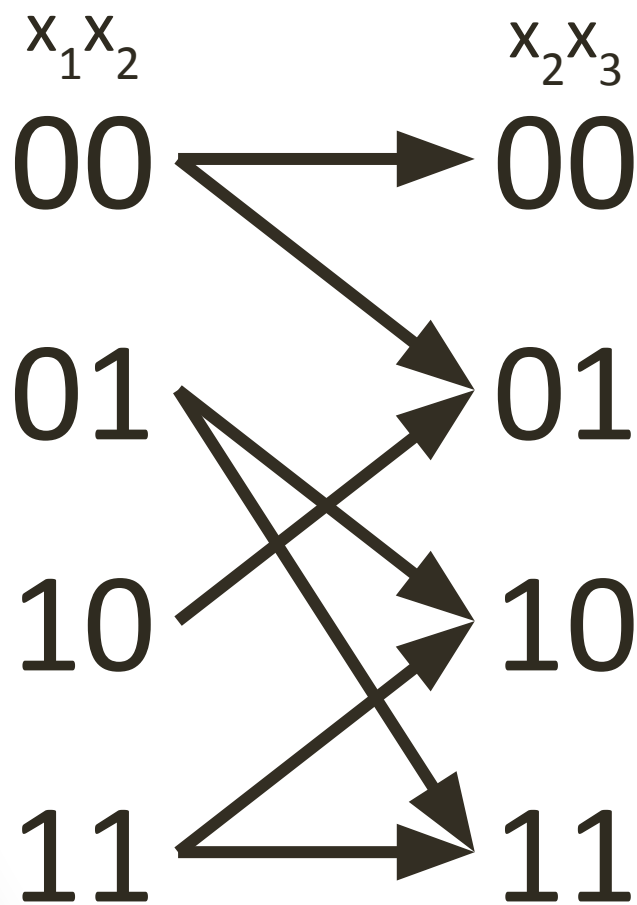
$x_1$	$x_2$	$x_3$
0	0	0
		1
	1	0
		1
1	0	
	1	1

# Метод отображения

$x_1$	$x_2$	$x_3$
0	0	0
		1
	1	0
		1
1	0	1
	1	0
		1



# Метод отображения



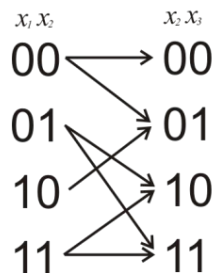
$$F(00) = F(00)$$

$$F(01) = F(00) + F(10)$$

$$F(10) = F(01) + F(11)$$

$$F(11) = F(01) + F(11)$$

# Метод отображения



Пара	Количество пар								
	$x_1, x_2$	$x_2, x_3$	$x_3, x_4$	$x_4, x_5$	$x_5, x_6$	$x_6, x_7$	$x_7, x_8$	$x_8, x_9$	$x_9, x_{10}$
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	5	8	13	21	34	55
10	1	2	4	7	12	20	33	54	88
11	1	2	4	7	12	20	33	54	88

# Задания для тренировки:

## Задание 1.

$$\begin{cases} \overline{x_1} \cdot (x_2 \rightarrow x_3) + x_1 \cdot x_2 = 1 \\ \overline{x_2} \cdot (x_3 \rightarrow x_4) + x_2 \cdot x_3 = 1 \\ \overline{x_3} \cdot (x_4 \rightarrow x_5) + x_3 \cdot x_4 = 1 \\ \dots \\ \overline{x_8} \cdot (x_9 \rightarrow x_{10}) + x_8 \cdot x_9 = 1 \end{cases}$$

## Задание 2.

$$\begin{cases} x_1 \rightarrow (x_2 \equiv x_3) = 1 \\ x_2 \rightarrow (x_3 \equiv x_4) = 1 \\ x_3 \rightarrow (x_4 \equiv x_5) = 1 \\ \dots \\ x_8 \rightarrow (x_9 \equiv x_{10}) = 1 \end{cases}$$

## Задание 3\*.

В таблицу выписали все решения уравнения

$$F(x_1, x_2, x_3) = 1$$

Сколько решений имеет система уравнений:

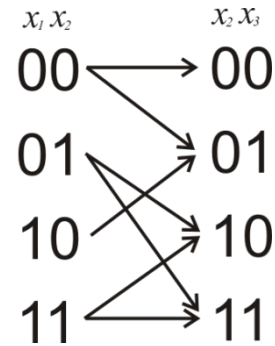
$x_1$	$x_2$	$x_3$
0	0	0
		1
1	0	1
	1	0

$$\begin{cases} F(x_1, x_2, x_3) = 0 \\ F(x_2, x_3, x_4) = 0 \\ F(x_3, x_4, x_5) = 0 \\ \dots \\ F(x_8, x_9, x_{10}) = 0 \end{cases}$$



# Дополнительные условия

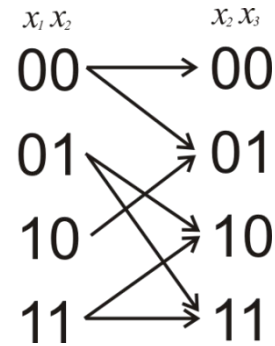
$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_1 \equiv 0 \end{cases}$$



Пара	Количество пар								
	$x_1, x_2$	$x_2, x_3$	$x_3, x_4$	$x_4, x_5$	$x_5, x_6$	$x_6, x_7$	$x_7, x_8$	$x_8, x_9$	$x_9, x_{10}$
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	1	2	3	5	8	13	21	34
10	0	1	2	4	7	12	20	33	54
11	0	1	2	4	7	12	20	33	54

# Дополнительные условия

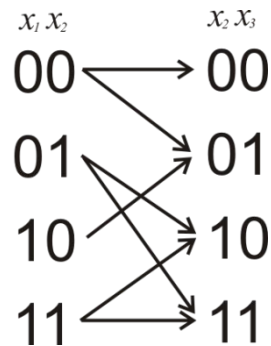
$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_5 \oplus x_6 = 1 \end{cases}$$



Пара	Количество пар								
	$x_1, x_2$	$x_2, x_3$	$x_3, x_4$	$x_4, x_5$	$x_5, x_6$	$x_6, x_7$	$x_7, x_8$	$x_8, x_9$	$x_9, x_{10}$
00	1	1	1	1	0	0	0	0	0
01	1	2	3	5	8	12	8	20	28
10	1	2	4	7	12	8	20	28	48
11	1	2	4	7	0	8	20	28	48

# Дополнительные условия

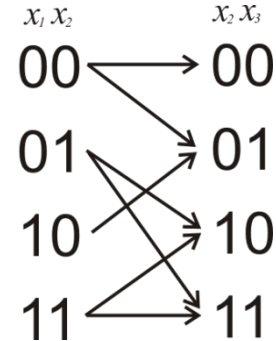
$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_9 = 0 \end{cases}$$



Пара	Количество пар								
	$x_1, x_2$	$x_2, x_3$	$x_3, x_4$	$x_4, x_5$	$x_5, x_6$	$x_6, x_7$	$x_7, x_8$	$x_8, x_9$	$x_9, x_{10}$
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	2	3	5	8	13	21	0	55
10	1	2	4	7	12	20	33	54	0
11	1	2	4	7	12	20	33	0	0

# Дополнительные условия

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_1 \equiv x_5 \end{array} \right. \quad x_1 = 0 \text{ и } x_5 = 0$$



Пара	Количество пар								
	$x_1, x_2$	$x_2, x_3$	$x_3, x_4$	$x_4, x_5$	$x_5, x_6$	$x_6, x_7$	$x_7, x_8$	$x_8, x_9$	$x_9, x_{10}$
00	1	1	1	1	1	1	1	1	1
01	1	1	2	0	5	1	6	7	13
10	0	1	2	4	0	5	6	12	19
11	0	1	2	0	0	5	6	12	19

# Дополнительные условия

$$\left\{ \begin{array}{l} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_1 \rightarrow x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_2 \rightarrow x_4) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_8 \rightarrow x_{10}) = 1 \\ x_1 \equiv x_5 \end{array} \right. \begin{array}{l} x_1 = 0 \text{ и } x_5 = 0 \\ x_1 = 1 \text{ и } x_5 = 1 \end{array} \begin{array}{l} 52 \\ 65 \end{array} \text{ решения}$$

Ответ: 117 решений

Пара	Количество пар								
	$x_1, x_2$	$x_2, x_3$	$x_3, x_4$	$x_4, x_5$	$x_5, x_6$	$x_6, x_7$	$x_7, x_8$	$x_8, x_9$	$x_9, x_{10}$
00	0	0	0	0	0	0	0	0	0
01	0	1	1	2	0	5	5	10	15
10	1	1	2	0	5	5	10	15	25
11	1	1	2	3	5	5	10	15	25

65

# Задания для тренировки

## Задание 4.

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_2 \cdot x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_3 \cdot x_4) = 1 \\ (x_3 \rightarrow x_4) + (x_4 \cdot x_5) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_9 \cdot x_{10}) = 1 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

## Задание 5.

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_2 \cdot x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_3 \cdot x_4) = 1 \\ (x_3 \rightarrow x_4) + (x_4 \cdot x_5) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_9 \cdot x_{10}) = 1 \\ x_6 \equiv x_7 = 1 \end{cases}$$

## Задание 6\*.

$$\begin{cases} (x_1 \rightarrow x_2) + (x_2 \cdot x_3) = 1 \\ (x_2 \rightarrow x_3) + (x_3 \cdot x_4) = 0 \\ (x_3 \rightarrow x_4) + (x_4 \cdot x_5) = 1 \\ \dots \\ (x_8 \rightarrow x_9) + (x_9 \cdot x_{10}) = 0 \end{cases}$$