

# Окружность

§1 Касательная к окружности

§2 Центральные и вписанные углы

§3 Четыре замечательные точки  
треугольника

§4 Вписанная и описанная окружности

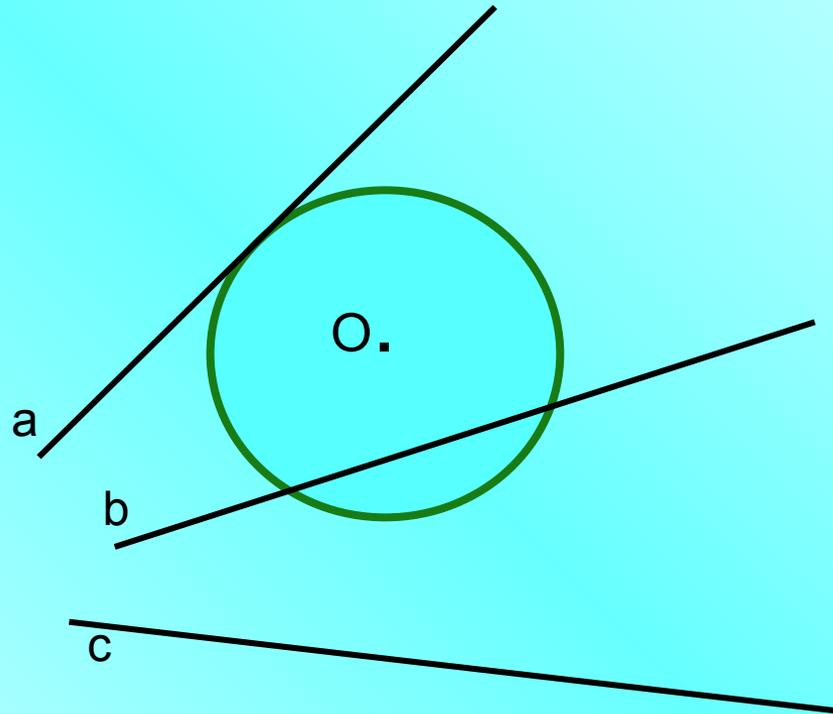
# §1. Касательная к окружности

Взаимное расположение прямой и окружности

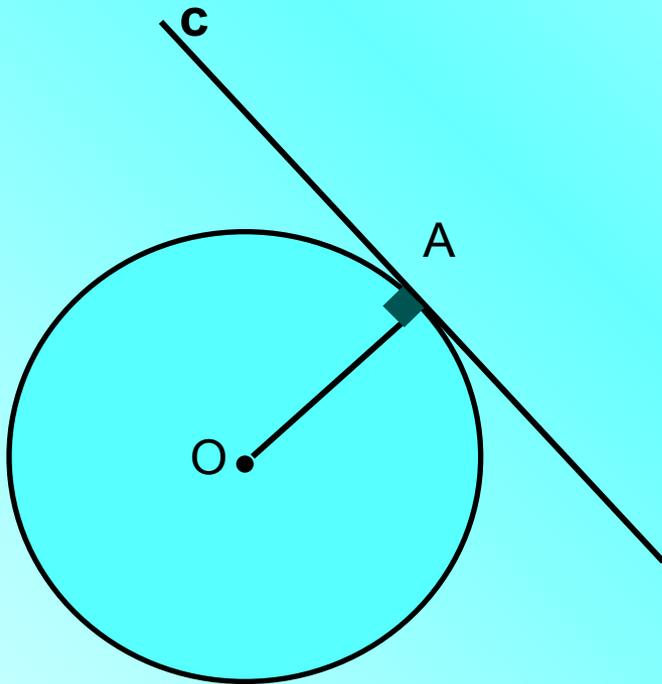
Прямая **a** – касательная

Прямая **b** – секущая

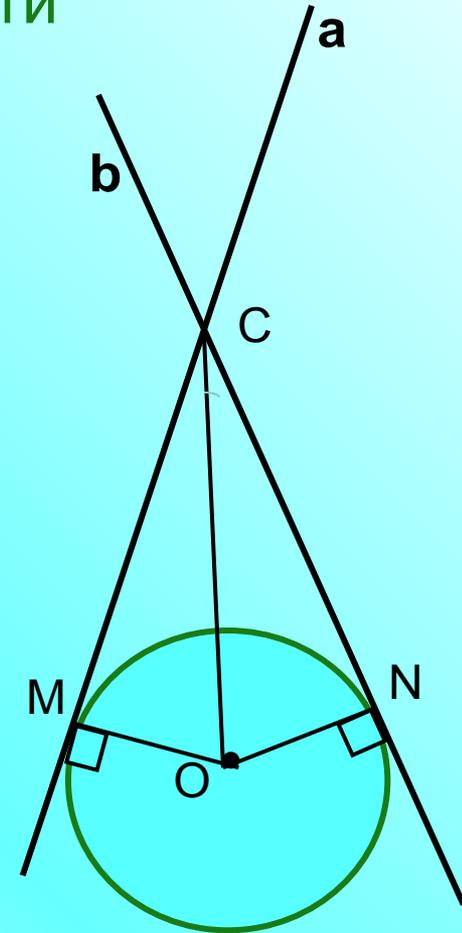
Прямая **c** и  
окружность  
не имеют общих точек.



## Касательная к окружности



Прямая **c** – касательная  
A-точка касания  
 $c \perp OA$

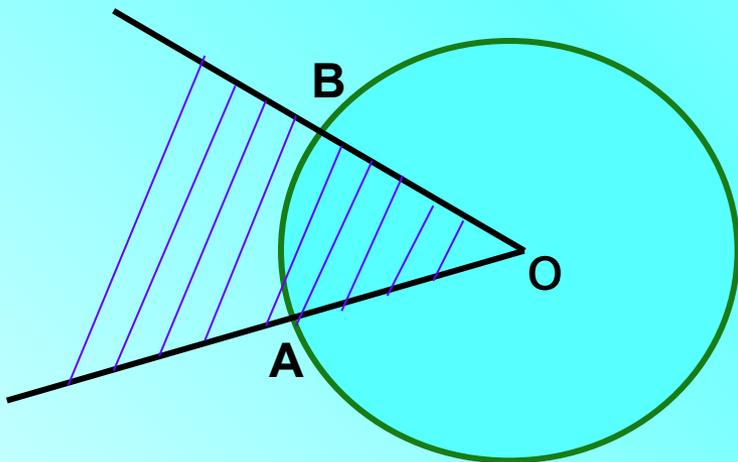


Если **a** и **b** - касательные,  
то  $MC = NC$  и  $\angle MCO = \angle NCO$

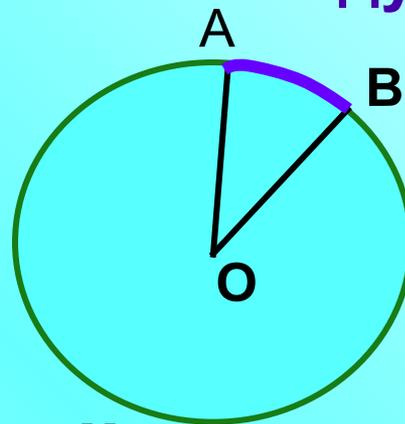


## §2. Центральные и вписанные углы

Центральный угол



Градусная мера  
дуги окружности

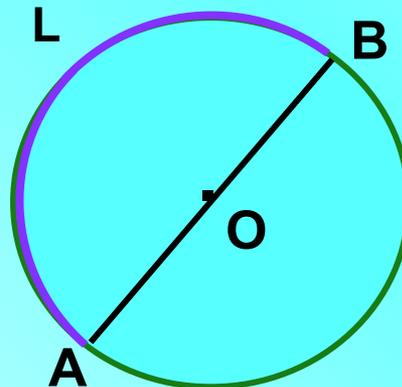
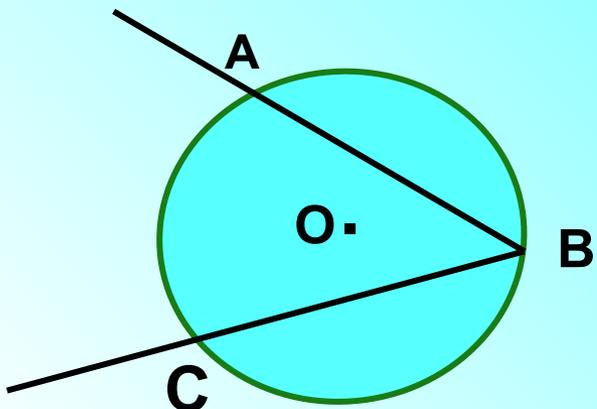


$$\overset{\frown}{AB} = \angle AOB$$

M

$$\overset{\frown}{AMB} = 360^\circ - \angle AOB$$

Вписанный угол



$$\overset{\frown}{ALB} = 180^\circ$$



# Теорема о вписанном угле

1. Луч  $BO$  делит  $\angle ABC$  на два угла

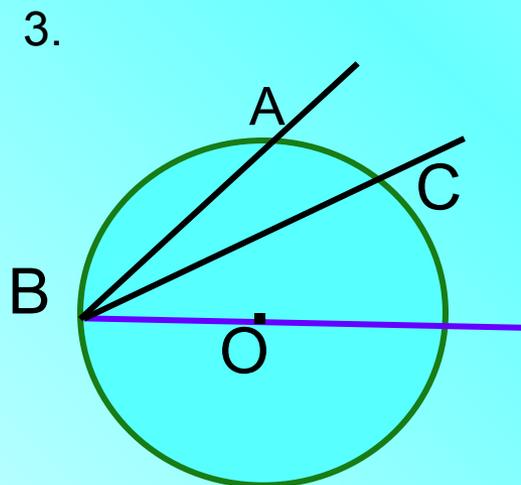
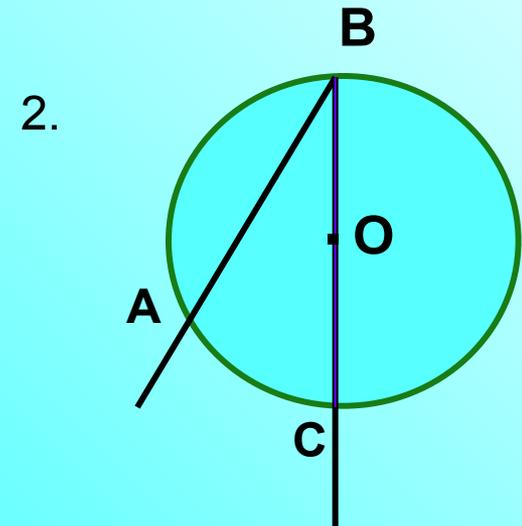
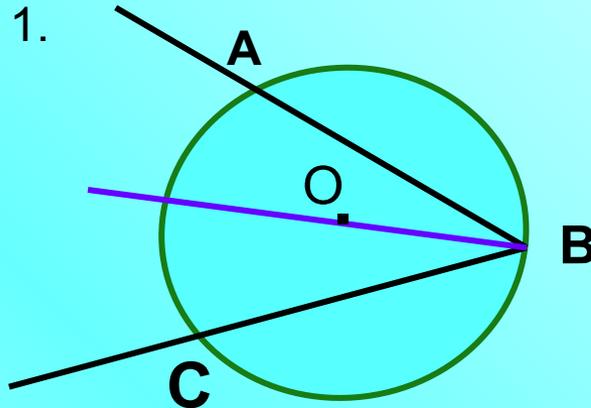
$$\angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AC$$

2. Луч  $BO$  совпадает со стороной  $BC$   $\angle ABC$ .

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AC$$

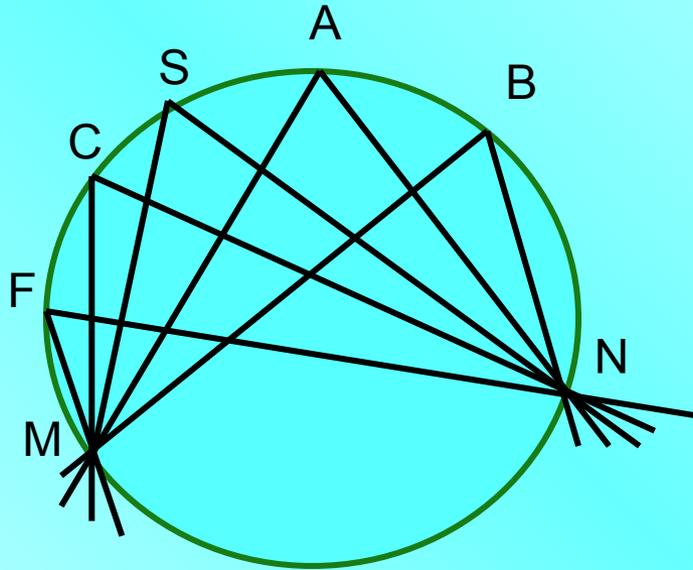
3. Луч  $BO$  не делит  $\angle ABC$  на два угла и не совпадает со стороной этого угла

$$\angle ABC = \frac{1}{2} \sphericalangle AC$$



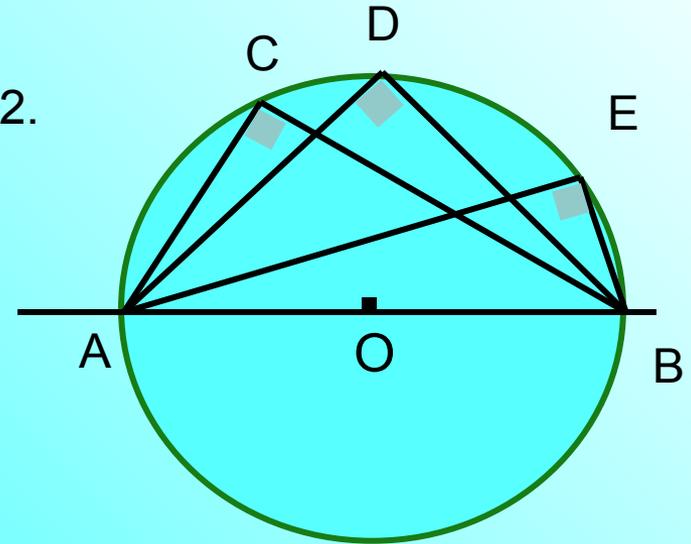
# Свойства вписанных углов

1.



$$\angle F = \angle C = \angle S = \angle A = \angle B$$

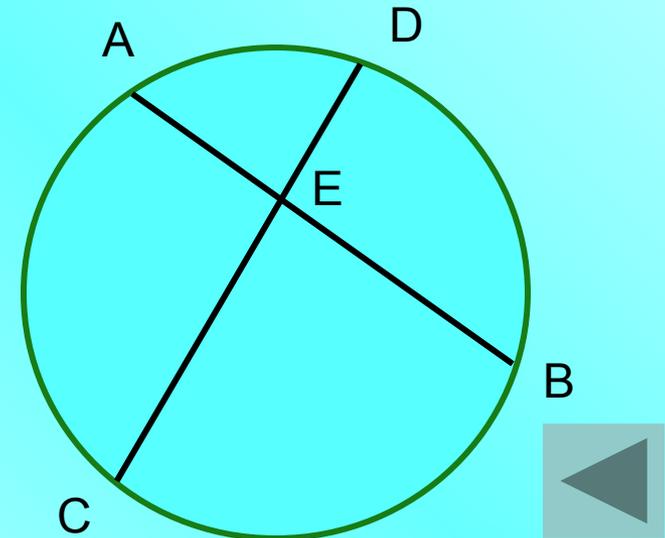
2.



$$\angle C = \angle D = \angle E = 90^\circ$$

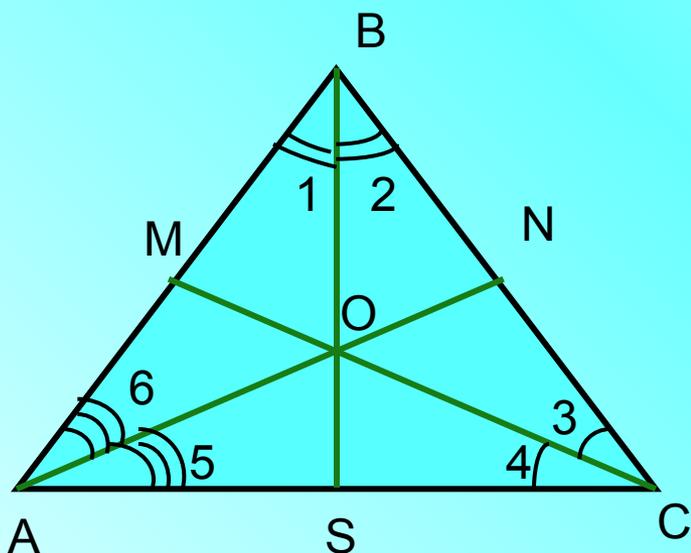
## Свойство пересекающихся хорд

$$AB \cap CD = E,$$
$$AE \cdot BE = CE \cdot DE$$

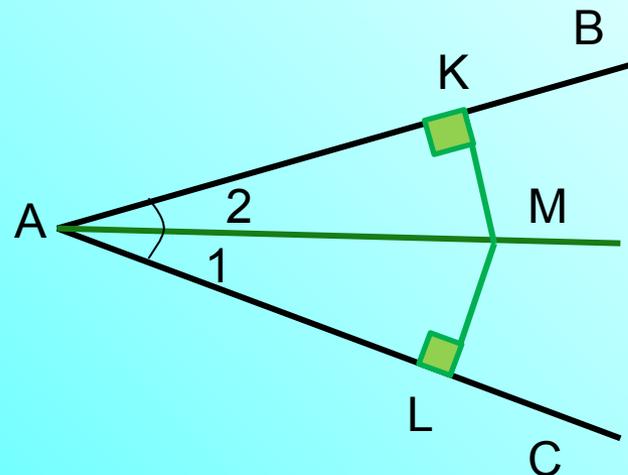


# §3. Четыре замечательные точки треугольника

## Свойство биссектрисы угла



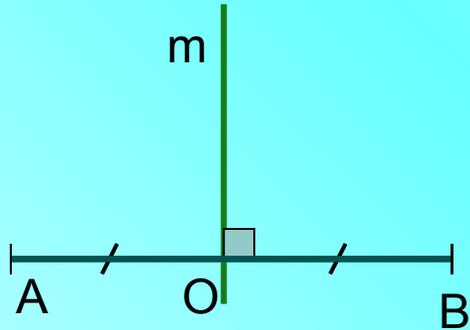
$\triangle ABC$ :  
AN, CM, BS - биссектрисы  
 $AN \cap CM \cap BS = O$



$\angle BAM = \angle CAM$ ,  
AM – биссектриса  $\angle BAC$



# Свойство серединного перпендикуляра



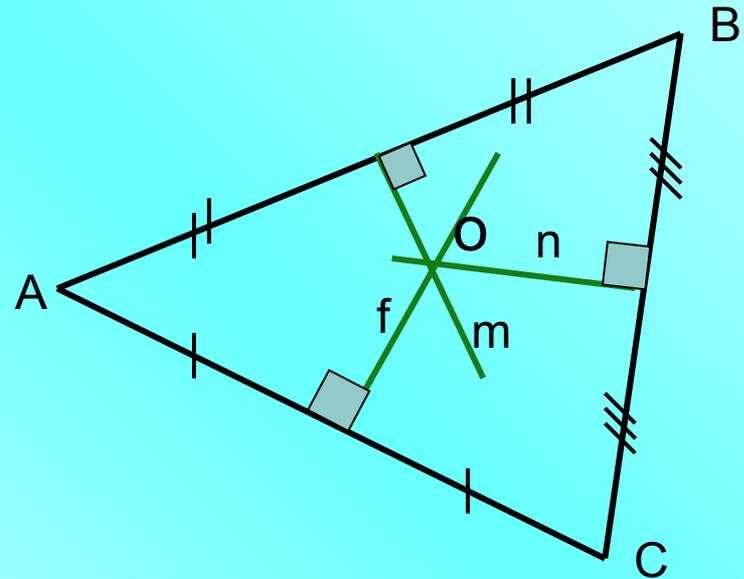
$AB \perp m$ ,  $AO=BO$ .

$\triangle ABC$ :

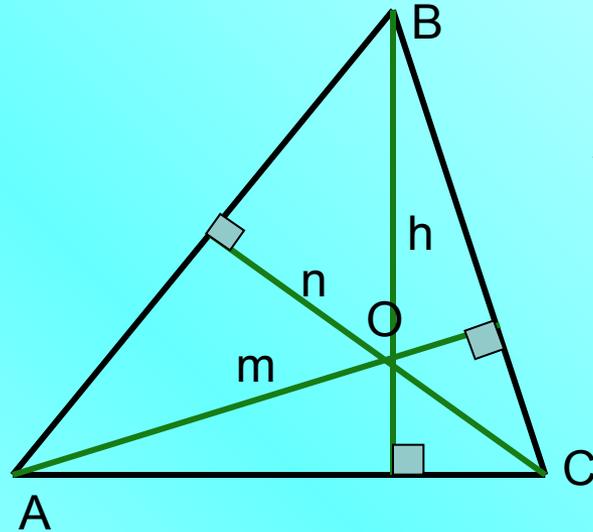
$m, n, f$  - серединные перпендикуляры.

$m \perp AB, n \perp BC, f \perp AC$ ,

$m \cap n \cap f = O$



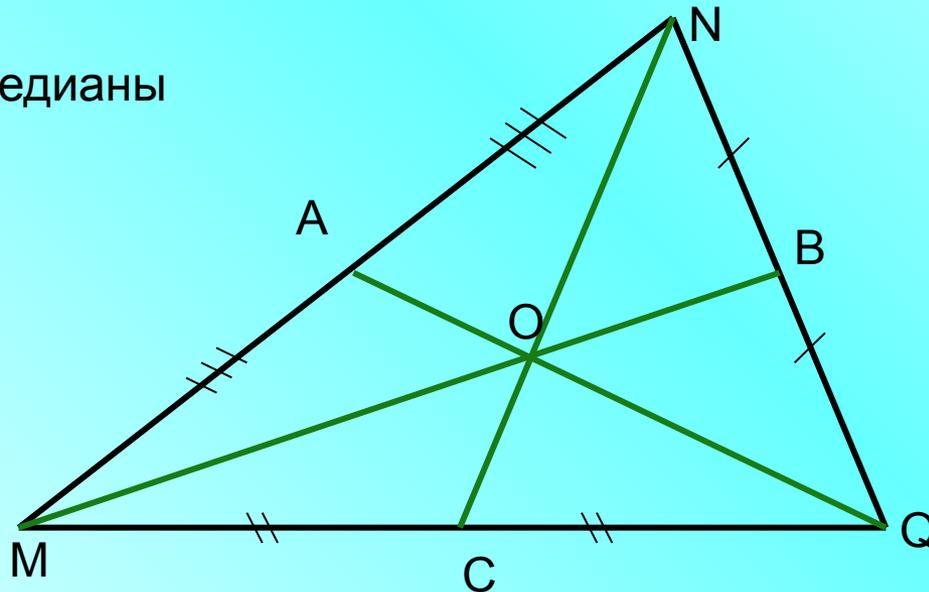
## Теорема о пересечении высот треугольника



$\triangle ABC$ :  $m, n, h$  - высоты  
 $m \cap n \cap h = O$

## Теорема о пересечении медиан треугольника

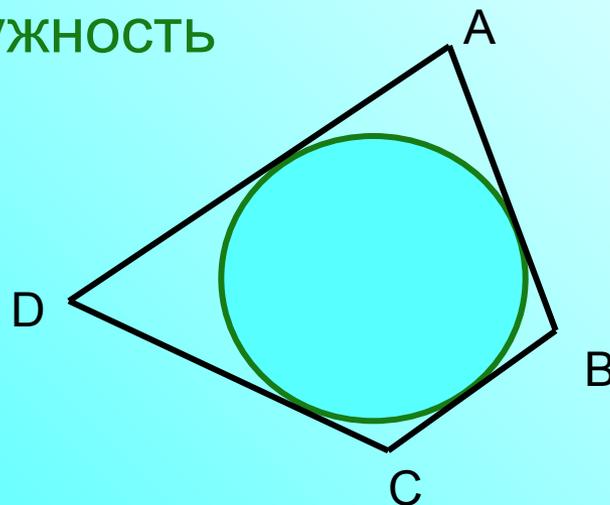
$\triangle MNQ$ :  $QA, NC, MB$  - медианы  
 $QA \cap NC \cap MB = O$



## §4 Вписанная и описанная окружности

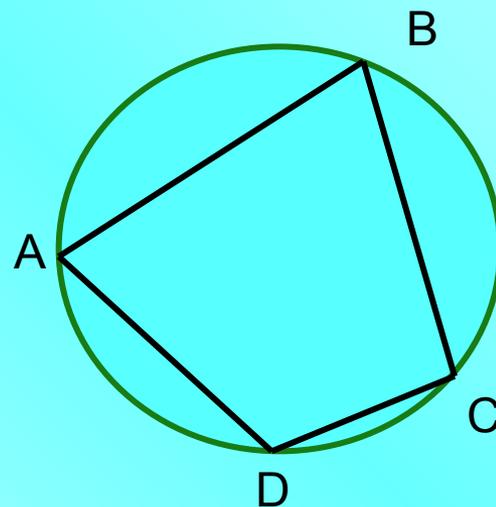
Вписанная окружность

ABCD-описанный  
четыреугольник



Описанная окружность

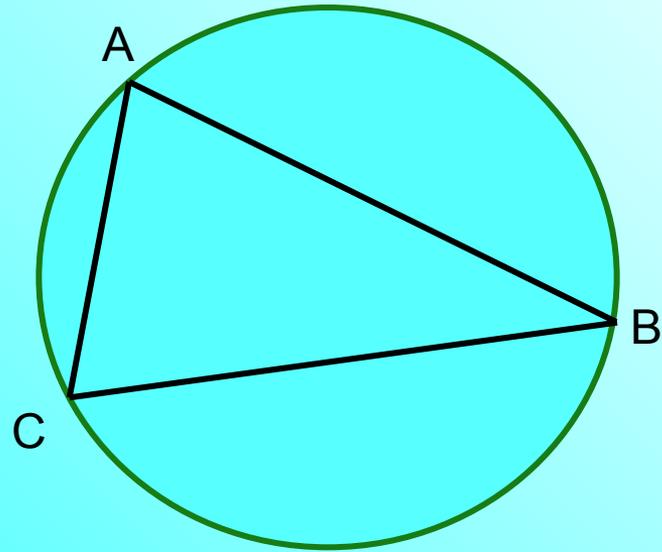
ABCD-вписанный  
четыреугольник



## Вписанный многоугольник

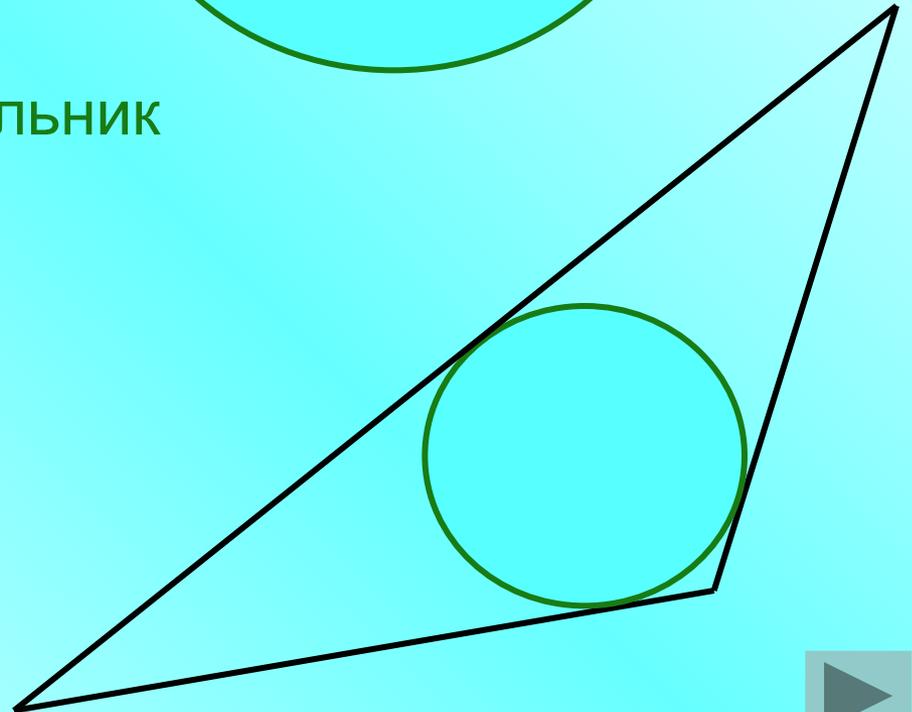
$\triangle ABC$  – вписанный в окружность

Около любого треугольника можно описать окружность.



## Описанный многоугольник

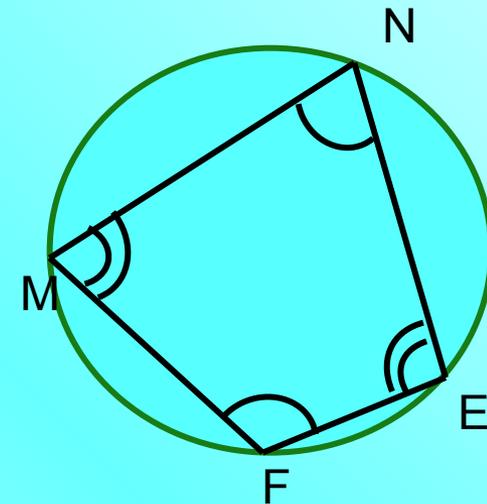
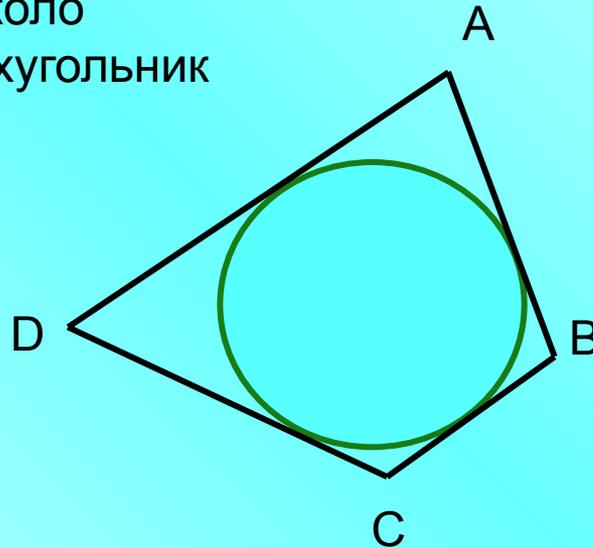
В любой треугольник можно вписать окружность.



# Замечательные свойства четырехугольников

ABCD-описанный около  
окружности четырехугольник

$$AB+CD=BC+AD$$



MNEF-вписанный в окружность  
четыреугольник:

$$\angle M + \angle E = \angle F + \angle N.$$

