

5 дәріс

**Басқару жүйесінің тұрақтылығы**

Егер жүйе сыртқы әсерден соң қайтадан тұрақтылыққа немесе тыныштыққа оралса ол *тұрақты жүйе* болып табылады.

Сыртқы әсерден соң тұрақтылыққа оралмаған жүйені *тұрақсыз жүйе* деп атайды.

## 5.1. Алгебралық критерийлер арқылы тұрақтылықты талдау

Жүйенің тұрақтылығы оның өзінің ырғалысына байланысты. Оны дәлелдеу үшін жүйе келесі дифференциал теңдеумен сипатталсын

$$\frac{d^n y}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_n y = b_0 \frac{d^m x}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x}{dt^{m-1}} + \dots + b_m x.$$

Лаплас түрлендірілуінен соң

$$(p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y(p) = (b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + \dots + b_m) x(p).$$

Мұнда  $x(p)$  кіріс әсері.

Тұрақты теңдеу кіріс әсері  $x(p) \equiv 0$  болғанда тыныштыққа қайта оралады.

Сонымен тұрақты жүйе үшін біркелкі дифференциал теңдеудің шешімі

$$(p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n) y(p) = 0$$

$t$  шексіздікке ұмтылғанда нөлге ұмтылуы тиіс.

$$p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Егер сипаттаушы теңдеудің  $p_1, p_2, \dots, p_n$  шешімдері табылса біркелкі теңдеудің шешімі келесідей болады

$$y(t) = \sum_{k=1}^n c_k e^{p_k t}$$

Қандай жағдайда жүйе тұрақты?

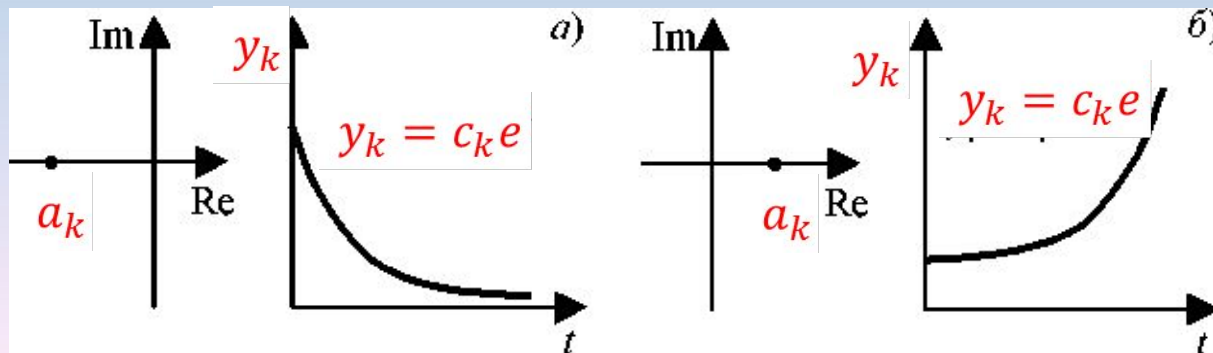
$p_k = a_k$  нақты шешім болсын дейік. Онда оған келесі қосынды сәйкес келеді

$$c_k e^{p_k t}.$$

Егер  $a_k < 0$  болса  $t$  шексіздікке ұмтылғанда бұл қосынды нөлге ұмтылады.

Ал егер  $a_k > 0$  болғанда  $t$  шексіздікке ұмтылғанда  $y(t) \rightarrow \infty$ .

Егер  $a_k = 0$  болса  $t$  шексіздікке ұмтылғанда  $y_k(t) = c_k$ .





$p_k = a_k + j b_k$  және  $\acute{p}_k = a_k - j b_k$  сипаттаушы теңдеудің комплекс түбірлері болсын.

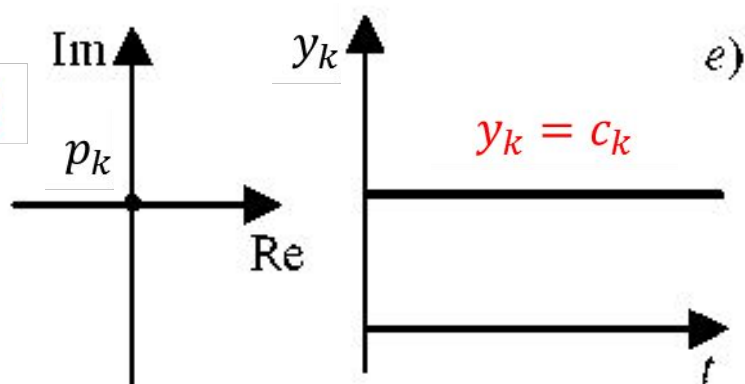
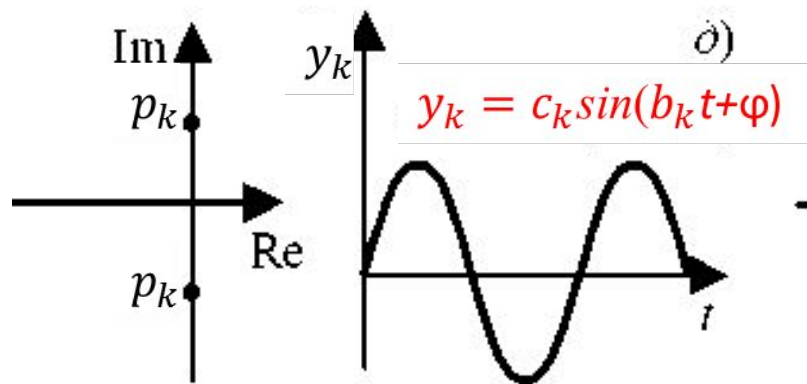
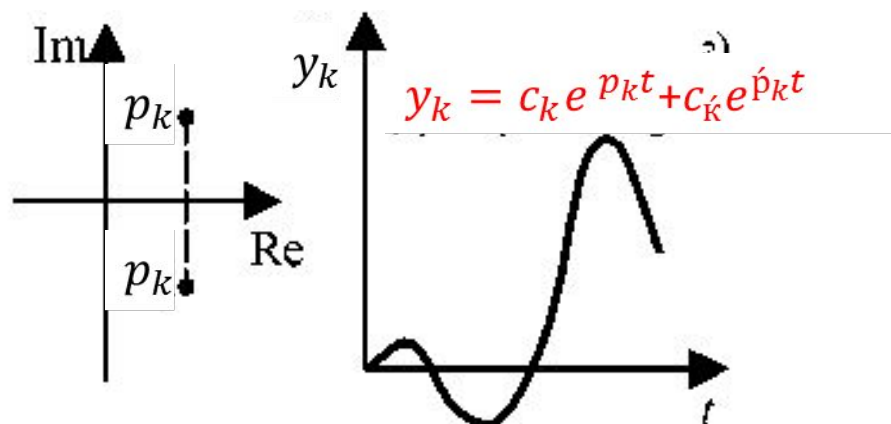
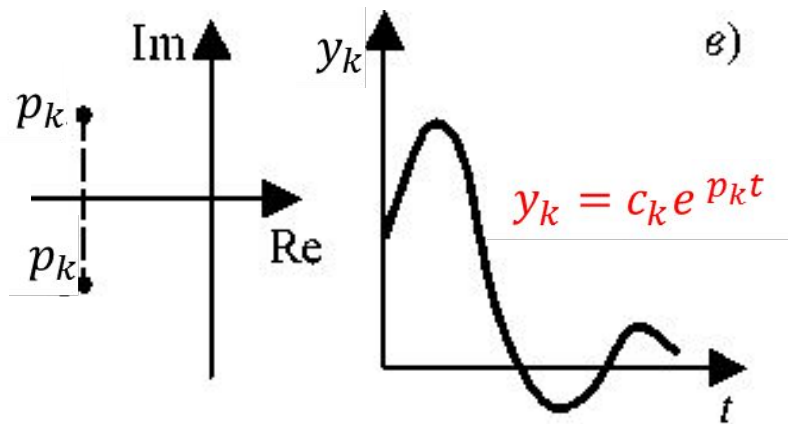
$$y_k = c_k e^{p_k t} + c_{\acute{k}} e^{\acute{p}_k t} = C e^{a_k t} \sin(b_k t + \varphi)$$

Бұл жағдайда  $a_k < 0$  болғанда жүйеде өшетін тербеліс (**затухающие колебания**) болады.

Егер  $a_k > 0$  болғанда тербеліс амплитудасы өсетін болады.

Ал  $a_k = 0$  болғанда тербеліс амплитудасы тұрақты  $c_k$  болады.

Сонымен егер сипаттаушы теңдеудің түбірлерінің нақты бөліктері теріс сан болған жағдайда ғана жүйе тұрақты болады.



## 5.2. Раус өлшемі

Тұрақтылықтың Раус өлшемі стационар сызықтық жүйенің тұрақтылығын айқындайтын әдістердің бірі болып табылады.

Ол тұрақтылықтың алгебралық өлшемі.

Раус өлшемі жоғарғы дәрежелі сипаттаушы полиномдарға пайдаланылады.

Жүйенің тұрақтылығын табу үшін арнайы таблица толтырылады.



Таблицада сипаттаушы полиномның коэффициенттері былай толтырылады:

бірінші жолда жұп индексті коэффициенттер өсу тәртібіне сәйкес толтырылады;

екінші жолда — тақ индексті коэффициенттер;

басқа элементтер формула бойынша толтырылады.

Таблицаның жолының саны сипаттаушы теңдеудің дәрежесінен бірге үлкен болады.

Жолдың нөмірі	Бағана нөмірі			$\lambda$
	1	2	3	
1	$a_0$	$a_2$	$a_4$	
2	$a_1$	$a_3$	$a_5$	
3	$\kappa_{13} = a_2 - \lambda_1 \cdot a_0$	$\kappa_{23} = a_4 - \lambda_1 \cdot a_2$	$\kappa_{33} = a_6 - \lambda_1 \cdot a_4$	$\lambda_1 = a_0 / a_1$
4	$\kappa_{14} = a_3 - \lambda_2 \cdot \kappa_{23}$	$\kappa_{24} = a_5 - \lambda_2 \cdot \kappa_{33}$	$\kappa_{34} = a_7 - \lambda_2 \cdot \kappa_{43}$	$\lambda_2 = a_1 / \kappa_{13}$
...	...	...	...	...

Раус өлшеміне сәйкес жүйе *тұрақты* болуы үшін бірінші бағанадағы коэффициенттердің таңбалары бірдей болса жеткілікті.

Бұл шарт орындалмаса жүйе *тұрақсыз*.