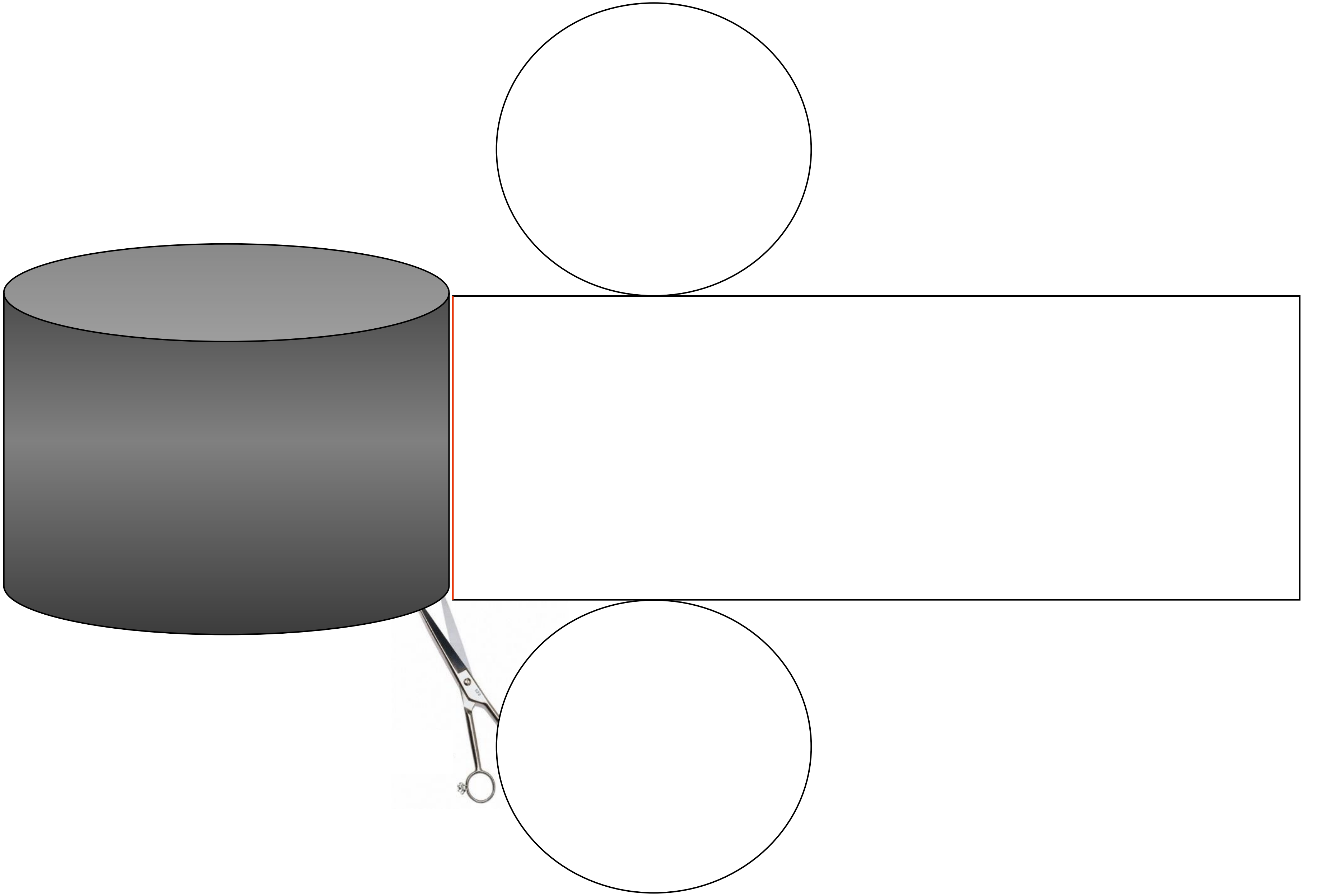
Задача оптимизации. Методы минимизации функций.



$$V = \pi r^2 h$$

$$S = 2\pi r^2 + 2\pi r h$$

,

$$h = \frac{V}{\pi r^2}$$

$$S(r) = 2\pi r^2 + \frac{2V}{r}$$

$$S'(r) = 4\Pi r - \frac{2V}{r^2} =$$

$$= \frac{2}{r^2}(2\Pi r^3 - V)$$

$$S'(r)=0, \qquad r_1=\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$$

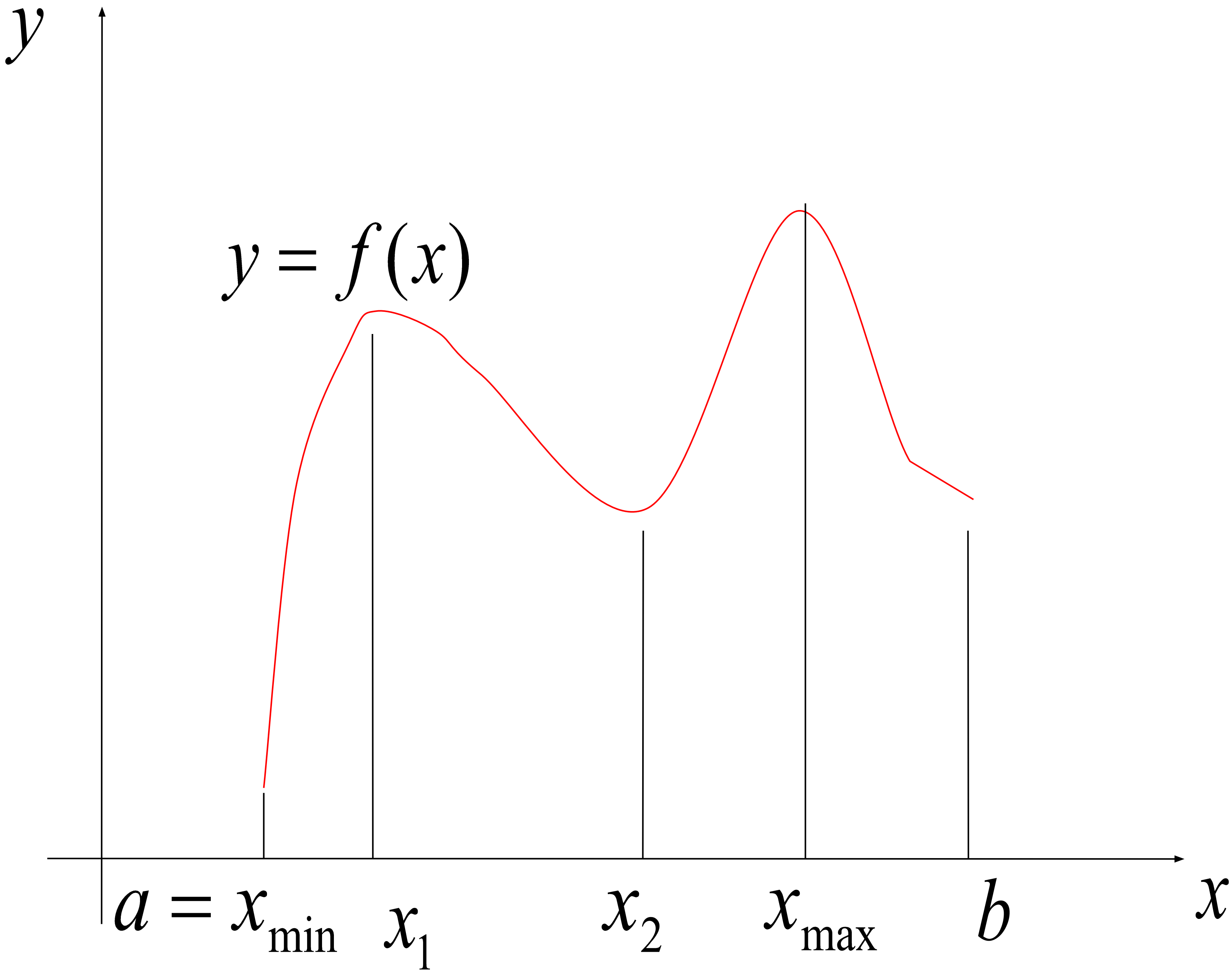
		$\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$	
S’	-		+
S	↘	min	↗

МЕТОДЫ БЕЗУСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

МЕТОДЫ ОДНОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

- **МЕТОДЫ ИСКЛЮЧЕНИЯ ИНТЕРВАЛОВ**
  - метод половинного деления
  - метод «золотого»сечения
  - метод Фибоначчи
- **МЕТОДЫ ПОЛИНОМИАЛЬНОЙ АППРОКСИМАЦИИ**
- **МЕТОДЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРОИЗВОДНЫХ**

МЕТОДЫ МНОГОМЕРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ



y
y = f(x)
a = x_min
x_1
x_2
x_max
b
x

Пример: Найти оптимальные, то есть наибольшее и наименьшее, значение функции f(x) на отрезке [1,4], если

$$f(x) = x^2 + \frac{16}{x} - 16$$

Решение

$$f'(x) = 2x - \frac{16}{x^2}$$

$$2x - \frac{16}{x^2} = \frac{1}{x^2}(2x^3 - 16) = 0$$

$$x_1 = 2$$

f(1) =1

f(2) = -4

f(4) = 4

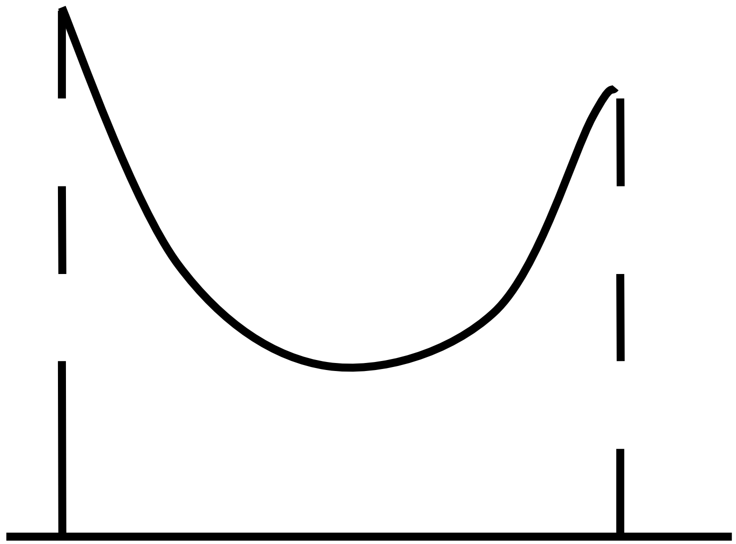
$$f_{\min} = f(2) = -4$$

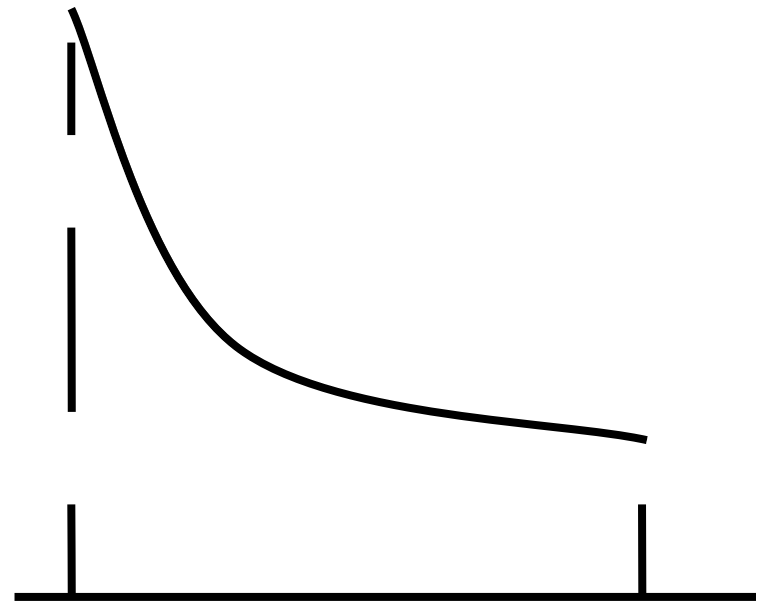
$$f_{\max} = f(4) = 4$$

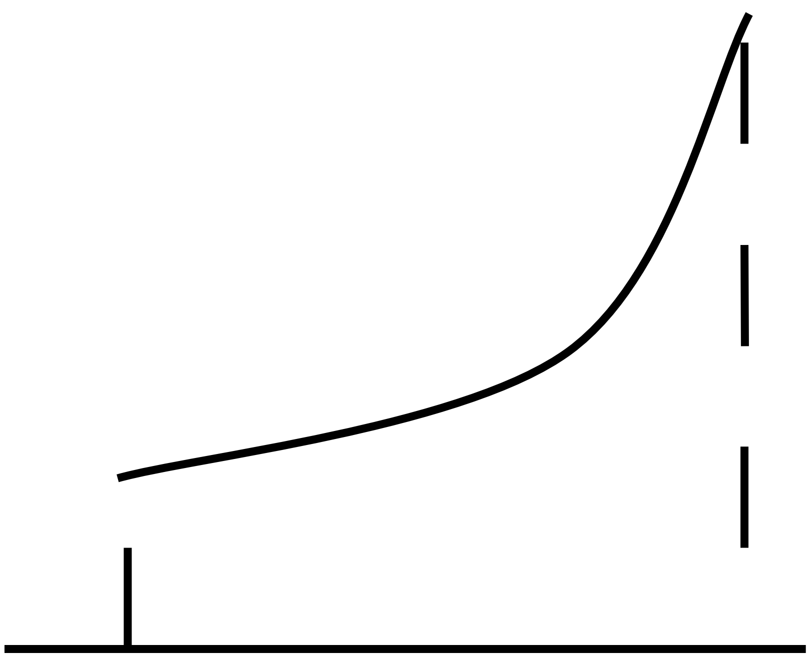
МЕТОД

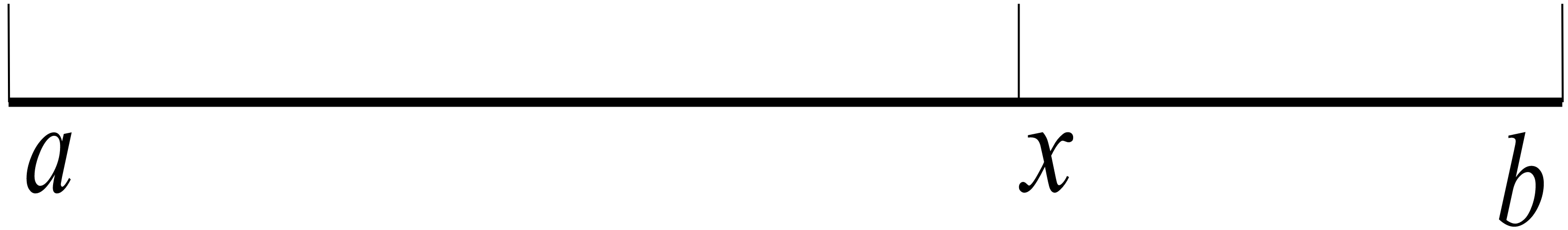
ЗОЛОТОГО

СЕЧЕНИЯ









[a, b]=a

[a, x]=x

[x,

b]=a-x

$$\frac{x}{a} = \frac{a-x}{x}$$

$$x^2 = a(a-x)$$

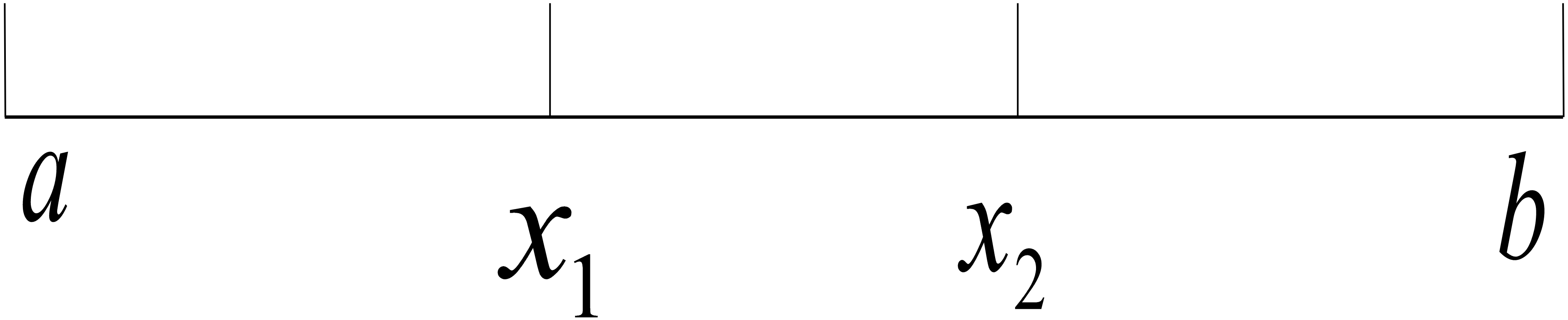
$$x^2 = a^2 - ax$$

$$x^2 + ax - a^2 = 0$$

$$D = a^2 + 4a^2 = 5a^2$$

$$x_1 = \frac{-a-\sqrt{5}a}{2} < 0$$

$$x_{2_*} = \frac{-a+\sqrt{5}a}{2} = a\frac{-1+\sqrt{5}}{2} \approx \frac{1.24}{2}a = 0.62a$$



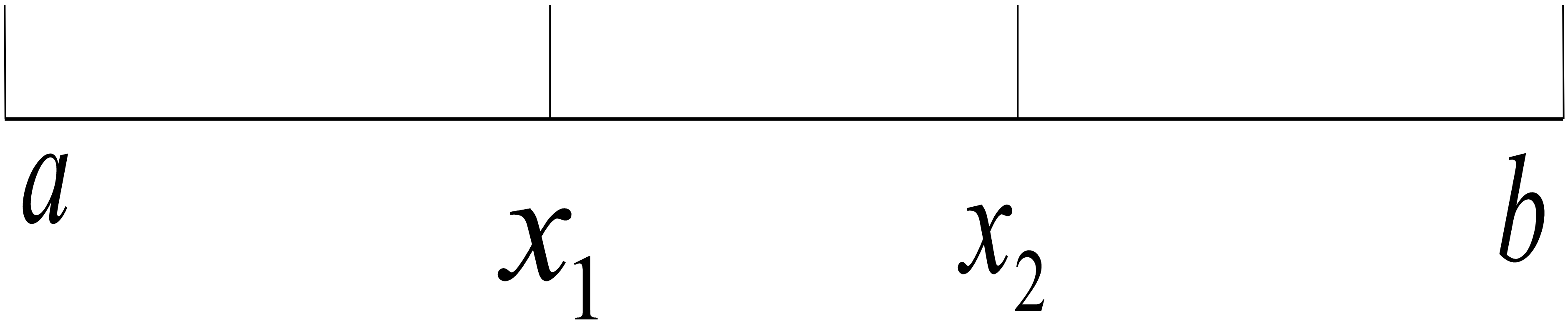
$$x_1 = a + 0.382(b - a)$$

$$x_2 = b - 0.382(b - a)$$

$$f(x_1) \le f(x_2)$$

или

$$f(x_1) \ge f(x_2)$$



$f(x_1) \le f(x_2)$	$f(x_1) \ge f(x_2)$
$[a, x_2]$	$[x_1, b]$