

Разбор 20 задания базы математики ЕГЭ

1) Улитка за день заползает вверх по дереву на 4 м, а за ночь сползает на 3 м. Высота дерева 10 м. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева?

Решение.

За день улитка заползёт на 4 метра, а за ночь — сползёт на 3 метра. Итого за сутки она заползёт на метр.

За шестеро суток она поднимется на высоту шести метров. И днём следующего дня она уже окажется на вершине дерева.

Ответ: 7

2) Нефтяная компания бурит скважину для добычи нефти, которая залегает, по данным геологоразведки, на глубине 3 км. В течение рабочего дня бурильщики проходят 300 метров в глубину, но за ночь скважина вновь «заиливается», то есть заполняется грунтом на 30 метров. За сколько рабочих дней нефтяники пробурят скважину до глубины залегания нефти?

Решение.

За день скважина увеличивается на $300 - 30 = 270$ м. К началу одиннадцатого рабочего дня нефтяники пробурят 2700 метров. За одиннадцатый рабочий день нефтяники пробурят ещё 300 метров, то есть дойдут до глубины 3 км.

Ответ: 11.

3) В результате паводка котлован заполнился водой до уровня 2 метра. Строительная помпа непрерывно откачивает воду, понижая её уровень на 20 см в час. Подпочвенные воды, наоборот, повышают уровень воды в котловане на 5 см в час. За сколько часов работы помпы уровень воды в котловане опустится до 80 см?

Решение.

За час уровень воды в котловане уменьшается на $20 - 5 = 15$ см. Нужно откачать $2 \cdot 100 - 80 = 120$ см воды. Следовательно, уровень воды в котловане опустится

$$\frac{120}{15} = 8 \text{ часов.}$$

Ответ: 8.

4) В бак объёмом 38 литров каждый час, начиная с 12 часов, наливают полное ведро воды объёмом 8 литров. Но в днище бака есть небольшая щель, и из неё за час вытекает 3 литра. В какой момент времени (в часах) бак будет заполнен полностью.

Решение.

К концу каждого часа объём воды в баке увеличивается на $8 - 3 = 5$ литров.

Через 6 часов, то есть в 18 часов, в баке будет 30 литров воды. В 18 часов в бак дольют 8 литров воды и объём воды в баке станет равным 38 литров.

Ответ: 18.

5) Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семиэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Решение.

Поскольку в первых 7 подъездах не меньше 462 квартир, в каждом подъезде не меньше $462 : 7 = 66$ квартир. Следовательно, на каждом из 7 этажей в подъезде не меньше 9 квартир.

Пусть на каждой лестничной площадке по 9 квартир. Тогда в первых семи подъездах всего $9 \cdot 7 \cdot 7 = 441$ квартира, и квартира 462 окажется в восьмом подъезде, что противоречит условию.

Пусть на каждой площадке по 10 квартир. Тогда в первых семи подъездах $10 \cdot 7 \cdot 7 = 490$ квартир, а в первых шести — 420. Следовательно, квартира 462 находится в седьмом подъезде. Она в нем 42-ая по счету, поскольку на этаже по 10 квартир, она расположена на пятом этаже.

Если бы на каждой площадке было по 11 квартир, то в первых шести подъездах оказалось бы $11 \cdot 7 \cdot 6 = 462$ квартиры, то есть 462 квартира в шестом подъезде, что противоречит условию.

Значит, Саша живёт на пятом этаже.

Ответ: 5.

6) Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в восьмом подъезде в квартире № 468, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом 12-этажный. На каком этаже живёт Саша? (На всех этажах число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)

Решение.

Поскольку в первых 8 подъездах не меньше 468 кв., в каждом подъезде не меньше $468 : 8 = 58,5$ кв. Следовательно, на каждом из 12 этажей в подъезде не меньше 4 кв.

Пусть на каждой лестничной площадке по 4 кв. Тогда в первых восьми подъездах всего $4 \cdot 8 \cdot 12 = 384$ квартиры, и квартира 468 окажется не в восьмом подъезде, что противоречит условию.

Пусть на каждой площадке по 5 квартир. Тогда в первых восьми подъездах $5 \cdot 8 \cdot 12 = 480$ квартир, а в первых семи — 420. Следовательно, квартира 468 находится в восьмом подъезде. Она в нем 48ая по счету, поскольку на этаже по 5 кв, она расположена на десятом этаже.

Если бы на каждой площадке было по 6 кв, то в первых семи подъездах было бы $6 \cdot 7 \cdot 12 = 504$ кв, то есть 482 квартира в седьмом подъезде, что противоречит условию.

- Ответ: 10

7) Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на каждом этаже одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 110 квартир?

Решение.

Число квартир, этажей и подъездов может быть только целым числом.

Заметим, что число 110 делится на 2, 5 и 11. Следовательно, в доме должно быть 2 подъезда, 5 квартир и 11 этажей.

Ответ: 11.

Тип №3 8) Хозяин договорился с рабочими, что они копают колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 3500 рублей, а за каждый следующий метр — на 1600 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 9 метров?

Решение.

Последовательность цен за метр — арифметическая прогрессия с первым элементом 3500 и разностью 1600.

Сумма первых элементов арифметической прогрессии — $S_n = \frac{n(n+1)a_1}{2} = \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$.

То есть в нашем случае имеем

$$S_9 = \frac{9 \cdot (2 \cdot 3500 + 8 \cdot 1600)}{2} = 89100.$$

Ответ: 89100.

9) Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4200 рублей, а за каждый следующий метр — на 1300 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько денег хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 11 метров?

Решение.

Последовательность цен за метр — это арифметическая прогрессия с первым членом 4200 и разностью 1300. Сумма первых членов арифметической прогрессии вычисляется по формуле $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \cdot n$.

В нашем случае имеем: $S_{11} = \frac{2 \cdot 4200 + 10 \cdot 1300}{2} \cdot 11 = 117700$.

Ответ: 117 700.

10) Врач прописал пациенту принимать лекарство по такой схеме: в первый день он должен принять 3 капли, а в каждый следующий день — на 3 капли больше, чем в предыдущий. Приняв 30 капель, он ещё 3 дня пьёт по 30 капель лекарства, а потом ежедневно уменьшает приём на 3 капли. Сколько пузырьков лекарства нужно купить пациенту на весь курс приёма, если в каждом содержится 20 мл лекарства (что составляет 250 капель)?

Решение. 1) На первом этапе приёма капель число принимаемых капель в день представляет собой возрастающую арифметическую прогрессию с первым членом, равным 3, разностью, равной 3 и последним членом, равным 30. Следовательно:

$$a_n = 30; a_1 = 3; d = 3 \text{ и знаем, что } a_n = a_1 + d(n - 1)$$

Тогда $3 + 3(n-1)=30$; $3 + 3n - 3 = 30$; $3n = 30$; $n = 10$, т.е. прошло 10 дней по схеме увеличения до 30 капель. Знаем формулу суммы ариф. прогрессии:

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Вычислим **S10**:

$$S_{10} = \frac{3 + 30}{2} \cdot 10 = 33 \cdot 5 = 165 \text{ (капель)}$$

2) За следующие 3 дня – по 30 капель: **$30 \cdot 3 = 90$ (капель)**

3) На последнем этапе приёма: $a_1 = 30$; $d = -3$; $a_n = 0$

Т.е. **$30 - 3(n-1) = 0$; $30 - 3n + 3 = 0$; $-3n = -33$; $n = 11$** т.е. 11 дней приём лекарства уменьшался. Найдём сумму арифметич. прогрессии

$$S_{11} = \frac{30 + 0}{2} \cdot 11 = 15 \cdot 11 = 165 \text{ (капель)}$$

4) Значит **$165 + 90 + 165 = 420$ капель всего**

5) Тогда **$420 : 250 = 42/25 = 1 (17/25)$ пузырька**

Ответ: 2.

11) Врач прописал пациенту принимать лекарство по такой схеме: в первый день он должен принять 20 капель, а в каждый следующий день — на 3 капли больше, чем в предыдущий. После 15 дней приёма пациент делает перерыв в 3 дня и продолжает принимать лекарство по обратной схеме: в 19-й день он принимает столько же капель, сколько и в 15-й день, а затем ежедневно уменьшает дозу на 3 капли, пока дозировка не станет меньше 3 капель в день. Сколько пузырьков лекарства нужно купить пациенту на весь курс приёма, если в каждом содержится 200 капель?

Решение. Найдем, сколько капель лекарства нужно пациенту в первые 15 дней. Имеем арифметическую прогрессию:
 $a_1 = 20, d=3, n=15.$

$$a_{15} = a_1 + d(n - 1) = 20 + 3 \cdot 14 = 62$$

Тогда
$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

Значит, на весь курс приема пациенту нужно $615 \cdot 2 = 1230$ капель.

Тогда $1230 : 200 = 6,15 \Rightarrow$ **7 пуз.**

Ответ:

7.

Тип №5 12) В магазине бытовой техники объём продаж холодильников носит сезонный характер. В январе было продано 10 холодильников, и в три последующих месяца продавали по 10 холодильников. С мая продажи увеличивались на 15 единиц по сравнению с предыдущим месяцем. С сентября объём продаж начал уменьшаться на 15 холодильников каждый месяц относительно предыдущего месяца. Сколько холодильников продал магазин за год?

Решение.

Последовательно рассчитаем сколько холодильников было продано за каждый месяц и просуммируем результаты:

$$10 \cdot 4 + (10 + 15) + (25 + 15) + (40 + 15) + (55 + 15) + (70 - 15) + (55 - 15) + (40 - 15) + (25 - 15) = \\ = 40 + 25 + 40 + 55 + 70 + 55 + 40 + 25 + 10 = 120 + 110 + 130 = 360$$

Ответ: 360.

Тип №6 13) На глобусе фломастером проведены 17 параллелей (включая экватор) и 24 меридиана. На сколько частей проведённые линии разделяют поверхность глобуса?

*Меридиан — это дуга окружности, соединяющая Северный и Южный полюсы. Параллель — это окружность, лежащая в плоскости, параллельной плоскости экватора.

Решение.

Представим, что на глобусе ещё не нарисованы параллели и меридианы. Заметим, что 24 меридиана разделят глобус на 24 части.

Рассмотрим сектор, образованный двумя соседними меридианами. Проведение первой параллели разделит сектор на две части, проведение второй добавит ещё одну часть, и так далее, таким образом, 17 параллелей разделят сектор на 18 частей.

Следовательно, весь глобус будет разбит на $24 \cdot 18 = 432$ части.

Ответ: 432.

14) На поверхности глобуса фломастером проведены 12 параллелей и 22 меридиана. На сколько частей проведённые линии разделили поверхность глобуса?

*Меридиан — это дуга окружности, соединяющая Северный и Южный полюсы. Параллель — это окружность, лежащая в плоскости, параллельной плоскости экватора.

Решение.

Двенадцать параллелей разделили глобус на 13 частей, $\Rightarrow 13 \cdot 22 = 286$ — на столько частей разделят глобус 12 параллелей и 22 меридианы.

Ответ: 286

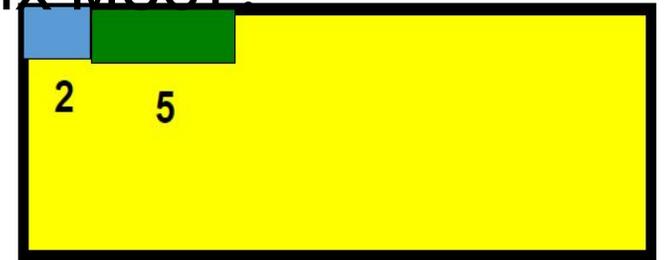
Тип №7 15) Ящики двух видов, имеющие одинаковую ширину и высоту, укладывают на складе в один ряд длиной 43м, приставляя друг к другу по ширине. Ящики одного вида имеют длину 2м, а другого-5м. Какое наименьшее число ящиков потребуется для заполнения всего ряда без образования пустых мест? ^{43м}

Решение.

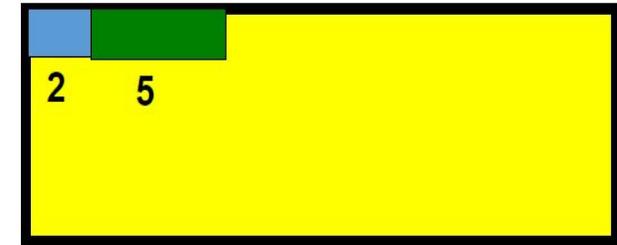
Т.к. надо найти наименьшее число ящиков, то => надо взять наибольшее количество больших ящиков. Значит, $5 \cdot 7 = 35$; $43 - 35 = 8$ и $8:2=4$

Значит, ящиков всего 11.

Ответ: 11.



16) Ящики двух видов, имеющие одинаковую ширину и высоту, укладывают на складе в один ряд длиной 43м, приставляя друг к другу по ширине. Ящики одного вида имеют длину 2м, а другого-5м. Какое наибольшее число ящиков потребуется для заполнения всего ряда без образования пустых мест?



Решение.

Т.к. надо найти наименьшее число ящиков, то => надо взять наибольшее количество маленьких ящиков. Значит,

$$2 \cdot 19 = 38; 43 - 38 = 5 \text{ и } 5 : 5 = 1$$

Значит, ящиков всего 20

Ответ: 20.

Тип №8

17) В меню ресторана имеется 6 видов салатов, 3 вида первых блюд, 5 видов вторых блюд и 4 вида десерта. Сколько вариантов обеда из салата, первого, второго и десерта могут выбрать посетители этого ресторана?

Решение.

Салат можно выбрать шестью способами, первое — тремя, второе — пятью, десерт — четырьмя. Следовательно, всего $6 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 4 = 360$ вариантов обеда.

Ответ: 360.

18) Каждую секунду бактерия делится на две новые бактерии. Известно, что весь объём одного стакана бактерии заполняют за 1 час. За сколько секунд бактерии заполняют половину стакана?

Решение.

Заметим, что каждую секунду в стакане становится в два раза больше бактерий. Т.е. если в какой-то момент бактериями заполнена половина стакана, то через секунду будет заполнен весь стакан. Таким образом, полстакана будет заполнено через 59 минут и 59 секунд,

т. е. через $59 \cdot 60 + 59 = 3599$ секунд.

Ответ: 3599.

19) Группа туристов преодолела горный перевал. Первый километр подъёма они преодолели за 50 минут, а каждый следующий километр проходили на 15 минут дольше предыдущего. Последний километр перед вершиной был пройден за 95 минут. После десятиминутного отдыха на вершине туристы начали спуск, который был более пологим. Первый километр после вершины был пройден за час, а каждый следующий на 10 минут быстрее предыдущего. Сколько часов группа затратила на весь маршрут, если последний километр спуска был пройден за 10 минут.

Решение.

На подъём в гору группа затратила 290 минут, на отдых 10 минут, на спуск с горы 210 минут. В сумме туристы затратили на весь маршрут 510 минут. Переведём 510 минут в часы и получим, что за 8,5 часов туристы преодолели весь маршрут.

Ответ: 8,5.