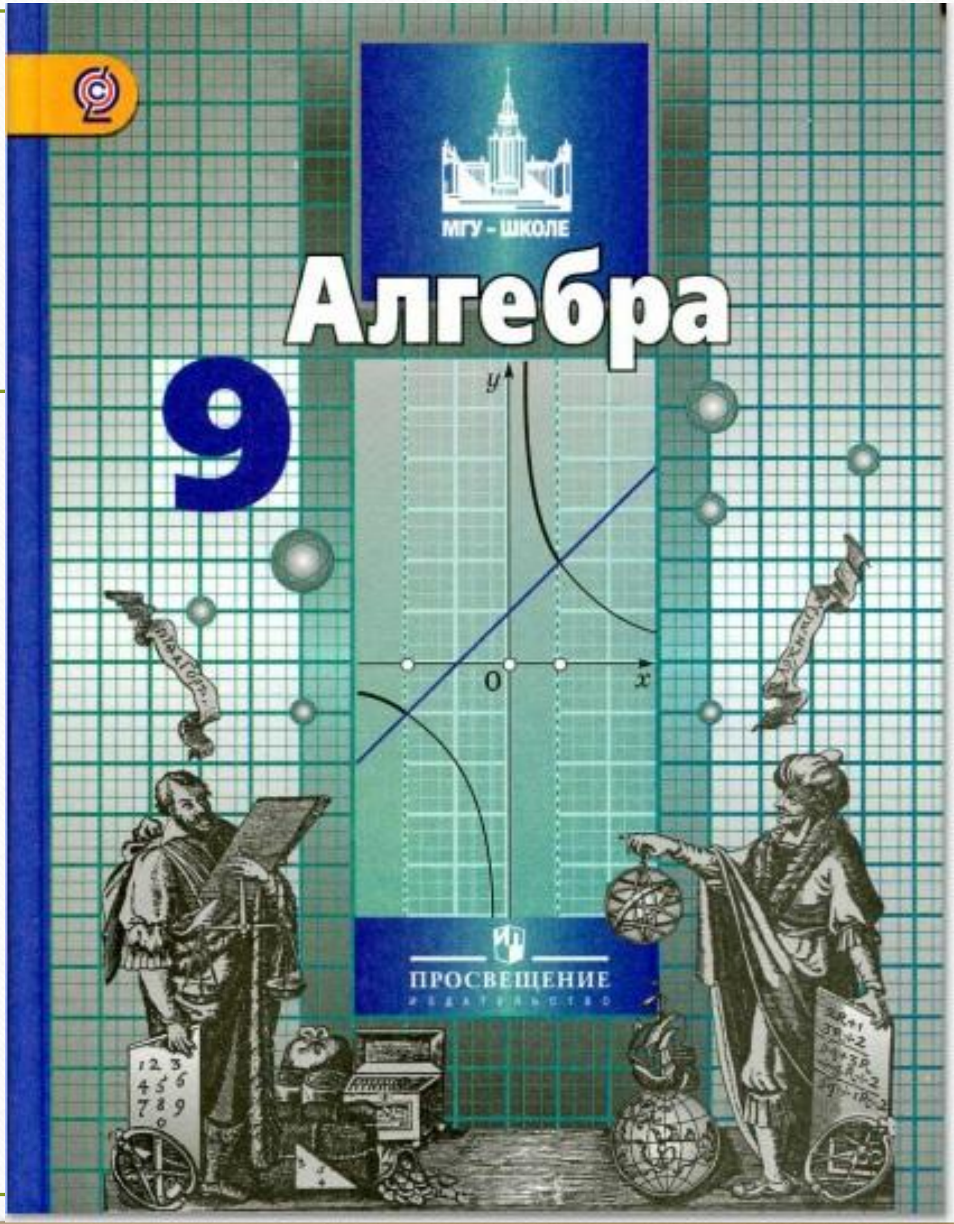
Отражение исторического развития алгебры в современных учебниках

С.М.Никольский «Алгебра» 9 класс



Заключением каждой главы учебника, являются «исторические сведения»

Оглавление

Итогом изучения главы 1 становится рубрика «Исторические сведения», которая содержит интересный материал о равенстве и не равенстве в математике.

Задания «ищем информацию» в данном учебнике, автор предполагает, что ученики для общего развития сами ознакомятся с данной рубрикой.

3. Исторические сведения

Понятия равенства и неравенства чисел возникли в глубокой древности. Так, задачи на доказательство равенств и неравенств встречаются в математических работах, где для обозначения равенства и неравенства использовали слова или специальные обозначения, происходившие от сокращения этих слов. Ещё более 2000 лет до н. э. было известно неравенство между средним арифметическим и средним геометрическим двух положительных чисел.

Задачи, связанные с неравенствами, встречаются в V книге «Начал» Евклида (IV в. до н. э.). Там, например, доказано, что если a, b, c и d — положительные числа и a — наибольшее число в пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то выполняется неравенство $a + d > b + c$. В основном труде Паппа Александрийского (III в.), названном «Математическое собрание», например, доказывается, что если a, b, c и d — положительные числа и $\frac{a}{b} > \frac{c}{d}$, то выполняется неравенство $ad > bc$.

Евклид

Отметим, что равенства и неравенства математики древности доказывали, опираясь на геометрические построения, так как алгебраический аппарат ещё не был развит.

Современные специальные знаки для обозначения равенства и неравенства стали применять сравнительно недавно. Знак равенства = ввёл в 1557 г. английский математик Р. Рикорд. Он мотивировал это так: никакие два предмета не могут быть более равными, чем два параллельных отрезка. Знаки неравенства > и < ввёл в своей книге «Практика аналитического искусства» (1631) английский учёный Харрит. Знаки нестрогого неравенства ⩾ (не меньше) и ⩽ (не больше) введены в 1734 г. французским математиком П. Буге.

В Средние века много работ было посвящено доказательству равенств и неравенств. В наши дни равенства и неравенства широко используются во всех разделах математики.

3. Исторические сведения

Математики Древней Греции изучали квадратные корни задолго до новой эры. Способы извлечения корня степени n также известны давно. Например, хорезмский математик Бируни (972—1048) в своей книге «Ключи к арифметике» описывает способ извлечения корня с любым натуральным показателем. Впрочем, способ этот громоздкий и неудобный. Начиная с XIII в. итальянские и другие европейские математики обозначали корень латинским словом Radix (корень) или сокращённо R. Так, французский математик Н. Шюке (ум. ок. 1500 г.) в XV в. писал $R^2 12$ вместо принятого теперь $\sqrt{12}$.

При изучении квадратных корней, учащиеся знакомятся с историческими сведеньями, говорящие о том, что квадратныекорни использовались в далеком прошлом. Автор поясняет, откуда взялось название «корня» и демонстрирует его первое обозначение.

2. Исторические сведения

Слово «прогрессия» латинское (progressio), оно означает «движение вперёд» (как слово «прогресс»).

С начала нашей эры известна следующая задача-легенда: «Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царём, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 пшеничное зерно, за вторую — 2 зерна, за третью — 4 зерна и т. д. Оказалось, что царь не был в состоянии выполнить это „скромное" желание Сеты».

В задаче надо найти сумму 64 членов геометрической прогрессии

$$1,\ 2,\ 2^2,\ 2^3,\ \ldots,\ 2^{63}$$

с первым членом 1 и знаменателем 2. Эта сумма равна

$$2^{64} - 1 = 18\ 446\ 744\ 073\ 709\ 551\ 615.$$

Такое количество зёрен пшеницы можно собрать лишь с урожая планеты, поверхность которой примерно в 2000 раз больше поверхности Земли.

Задачи на геометрические и арифметические прогрессии встречаются у вавилонян, в египетских папирусах, в древнекитайском трактате «Математика в 9 книгах».

Так, в одной из клинописных табличек древних вавилонян предлагается найти сумму первых девяти членов геометрической прогрессии

$$1,\ 2,\ 2^2,\ \ldots,\ 2^{n-1},\ \ldots .$$

Вот другая задача, которую решали в Древнем Вавилоне во втором тысячелетии до новой эры: «10 братьев, $1\frac{2}{3}$ мины серебра. Брат над братом поднимается, на сколько поднимается, не знаю. Доля восьмого 6 шекелей. Брат над братом — на сколько он выше?»

Здесь требуется по сумме первых десяти членов арифметической прогрессии $1\frac{2}{3}$ мины (1 мина = 60 шекелей) и известному восьмому члену определить разность арифметической прогрессии.

В папирусе Ахмеса предлагается задача: «У семи лиц по семи кошек, каждая кошка съедает по семи мышей, каждая мышь съедает по семи колосьев, из колоса может вырасти по семи мер ячменя. Как велики числа этого ряда и их сумма?»

Отметим также, что Архимед умел вычислять сумму любого числа членов геометрической прогрессии. Правило нахождения суммы членов арифметической прогрессии впервые встречается в «Книге абака» (1202) Леонардо Пизанского.

Итогом 3 главы, является историческая справка о том, как появилось понятие «прогрессия» и история происхождения прогрессии в некоторой «задаче легенде».

7. Исторические сведения

Понятия синуса, косинуса и тангенса угла возникли в геометрии и астрономии. Ими оперировали ещё древние математики, рассматривая отношение отрезков в треугольниках и окружностях. Древнегреческий учёный Клавдий Птолемей, живший во II в., составил подробную, весьма точную таблицу синусов углов, в течение многих веков служившую средством для решения треугольников.

В XI—XIII вв. в трудах математиков Средней Азии, Закавказья, Ближнего Востока и Индии началось формирование тригонометрии как отдельной науки. Индийские учёные вводили понятие линии синусов для угла α — это хорда единичной окружности, соответствующая центральному углу 2α. Её длина равна $2\sin\alpha$. Линия синусов у них называлась «архаджива», что буквально означало «половина тетивы лука». В Индии были составлены таблицы значений синусов для всех углов от 0° до 90° через каждые 3°45′. Они были точнее таблиц Птолемея. Об их высокой точности говорит тот факт, что для синуса и косинуса 3°45′ были вычислены значения $\frac{100}{1529}$ и $\frac{466}{467}$, отличающиеся от истинных менее чем на 0,00000001.

Большая заслуга в формировании тригонометрии как отдельной науки принадлежит азербайджанскому учёному Насиру ад-Дину Мухаммаду ат-Туси (1201—1274). Однако и в его трудах ещё не была введена необходимая символика, и поэтому развитие тригонометрии происходило очень медленно. В XV в. немецкий учёный И. Мюллер (1436—1476), известный в науке под именем Региомонтан, издал труд «Пять книг о треугольниках всех видов», сыгравший важную роль в развитии тригонометрии.

В XV—XVII вв. в Европе было составлено и издано несколько тригонометрических таблиц. Над их составлением работали Н. Коперник (1473—1543), И. Кеплер (1571—1630), Ф. Виет (1540—1603) и др. В России первые тригонометрические таблицы были изданы в 1703 г. при участии Л. Ф. Магницкого.

Н. Коперник

Современный вид тригонометрия получила в трудах Л. Эйлера. Он, в частности, вывел все тригонометрические формулы из нескольких основных, установил несколько неизвестных до него формул. Впервые в его трудах встречаются записи $\sin x$, $\cos x$ и др. На основании работ Л. Эйлера были составлены учебники тригонометрии, излагавшие её в строгой научной последовательности.

Исторические сведения к главе 4 посвящены понятиям синуса , косинуса и тангенса. Рассказывается:

- понятие синуса, косинуса и тангенса возникли в геометрии астрономии;
- в XI- XIII вв началось формировние тригонометрии как отдельной науки;
- Над созданием тригонометрических таблиц работали Н. Коперник, Ф. Виети др.
- Современный вид тригонометрия получила в трудах Л. Эйлера.

2. Исторические сведения

Изучение математических рукописей Древнего Египта и Вавилона показывает, что ещё в глубокой древности возникли некоторые приёмы приближённых вычислений. Под влиянием развития астрономии, мореплавания и техники методы приближённых вычислений совершенствовались.

Большие заслуги в развитии теории приближённых вычислений имеет российский академик Алексей Николаевич Крылов (1863—1945), который писал: «Во всех справочниках, как русских, так и иностранных, рекомендуемые приёмы численных вычислений могут служить образцом, как эти вычисления делать не надо... Вычисление должно производиться с той степенью точности, которая необходима для практики, причём всякая неверная цифра составляет ошибку, а всякая лишняя цифра — половину ошибки».

Чтобы в приближённых вычислениях можно было из самой записи приближённого числа судить о степени его точности, А. Н. Крылов предложил следующее правило: «Приближённое число следует записать так, чтобы все цифры, кроме последней, были бы надёжными», т. е. верными.

А. Н. Крылов

А. Н. Крылов был не только видным математиком, но и выдающимся механиком-кораблестроителем, сделавшим ряд важнейших технических открытий.

В настоящее время приближённые вычисления используются для расчёта полётов космических аппаратов, в подготовке прогноза погоды и т. п. Эти расчёты ведутся с помощью ЭВМ.

Термин «статистика» введён в науку в XVIII в. Однако статистический учёт вёлся намного раньше: проводились переписи населения в Древнем Китае, осуществлялось сравнение военного потенциала государств, вёлся учёт имущества граждан в Древнем Риме и т. п. Первой опубликованной стати-

Исторические сведения к главе 5 посвящены теории приближенных вычислений. Рассказывается:

- Большие заслуги в приближенных вычислениях имеет А.Н. Крылов;
- Рассказывается о термине «статика» и когда он был введен в науку…
- Авторы стараются рассказать ученикам о каждом термине , изученном в данной главе и как они пришли в науку.

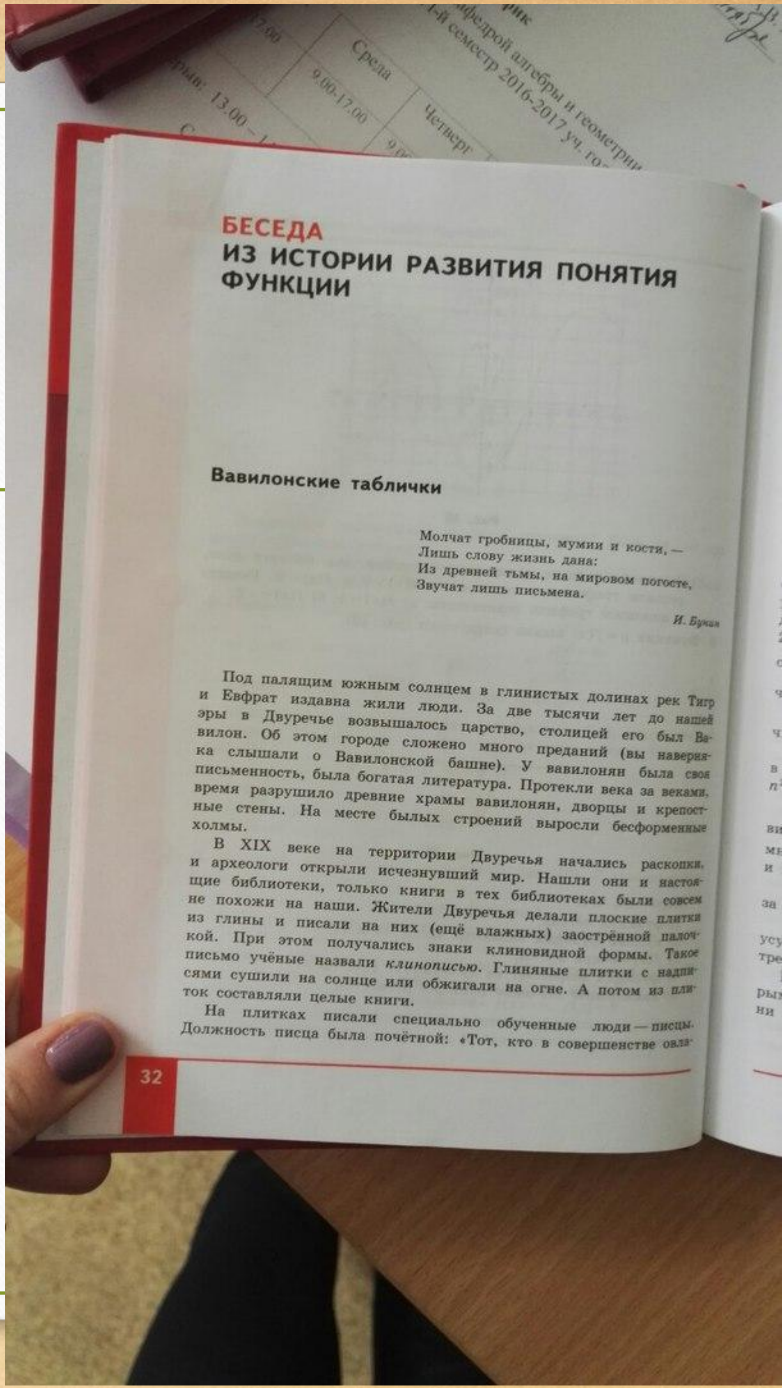
Гельфман Э.Г.
«Алгебра» 9 класс

Заключением каждой главы учебника, являются «исторические сведения»

ОГЛАВЛЕНИЕ

Итогом изучения главы 1 становится рубрика «Из истории развития», которая содержит интересный материал о истории развития функции, в котором рассматриваются следующие статьи :

- Вавилонские таблички;
- Греческое чудо;
- Линии Никола Орема;
- Рождение имени;
- Имя обрезает смысл;
- Определение Эйлера.


БЕСЕДА

ИЗ ИСТОРИИ РАЗВИТИЯ ПОНЯТИЯ ФУНКЦИИ

Вавилонские таблички

Молчат гробницы, мумии и кости, —
Лишь слову жизнь дана:
Из древней тьмы, на мировом погосте,
Звучат лишь письмена.

И. Бунин

Под палящим южным солнцем в глинистых долинах рек Тигр и Евфрат издавна жили люди. За две тысячи лет до нашей эры в Двуречье возвышалось царство, столицей его был Вавилон. Об этом городе сложено много преданий (вы наверняка слышали о Вавилонской башне). У вавилонян была своя письменность, была богатая литература. Протекли века за веками. Время разрушило древние храмы вавилонян, дворцы и крепостные стены. На месте былых строений выросли бесформенные холмы.

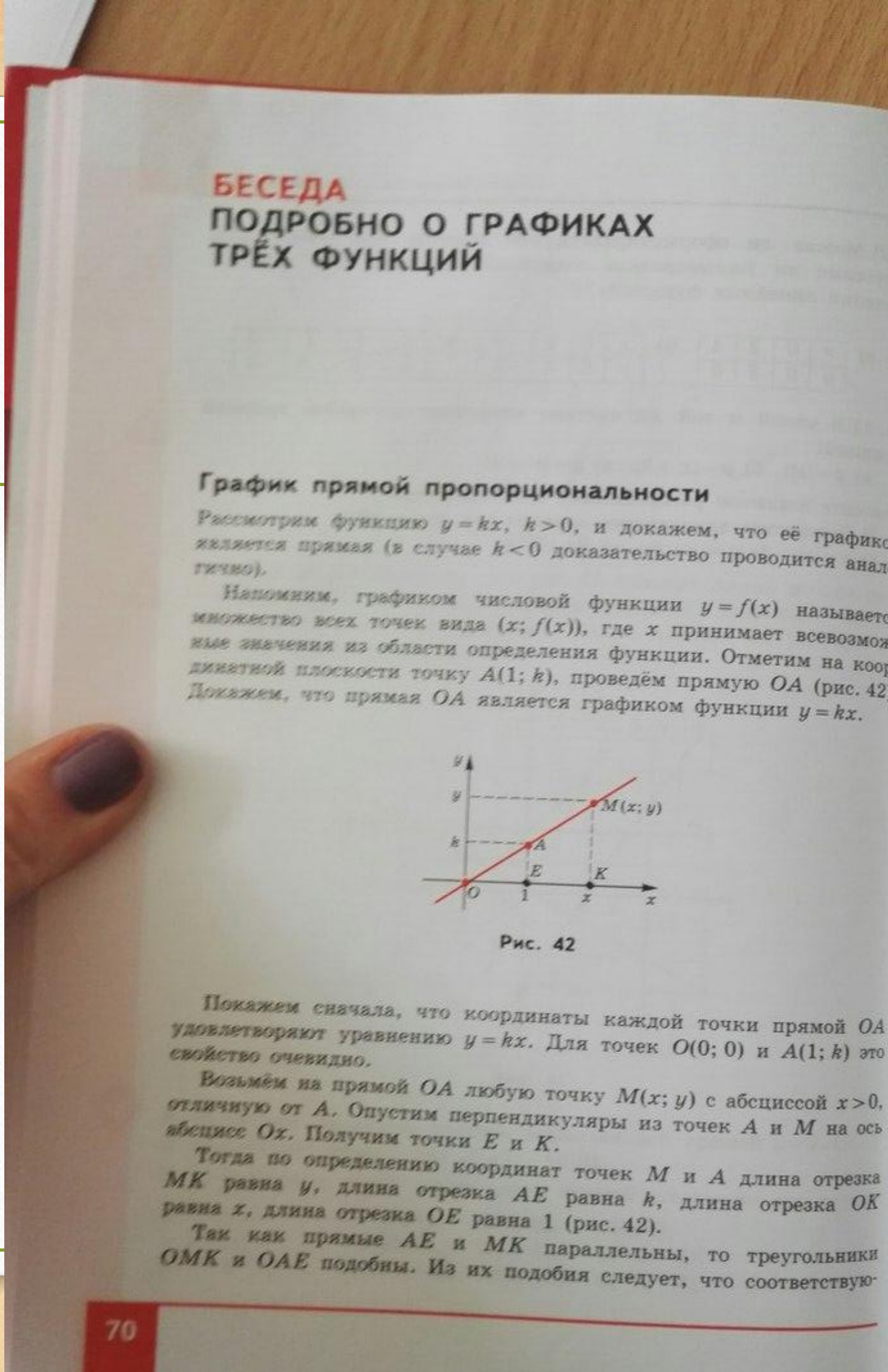
В XIX веке на территории Двуречья начались раскопки, и археологи открыли исчезнувший мир. Нашли они и настоящие библиотеки, только книги в тех библиотеках были совсем не похожи на наши. Жители Двуречья делали плоские плитки из глины и писали на них (ещё влажных) заострённой палочкой. При этом получались знаки клиновидной формы. Такое письмо учёные назвали *клинописью*. Глиняные плитки с надписями сушили на солнце или обжигали на огне. А потом из плиток составляли целые книги.

На плитках писали специально обученные люди — писцы. Должность писца была почётной: «Тот, кто в совершенстве овла-

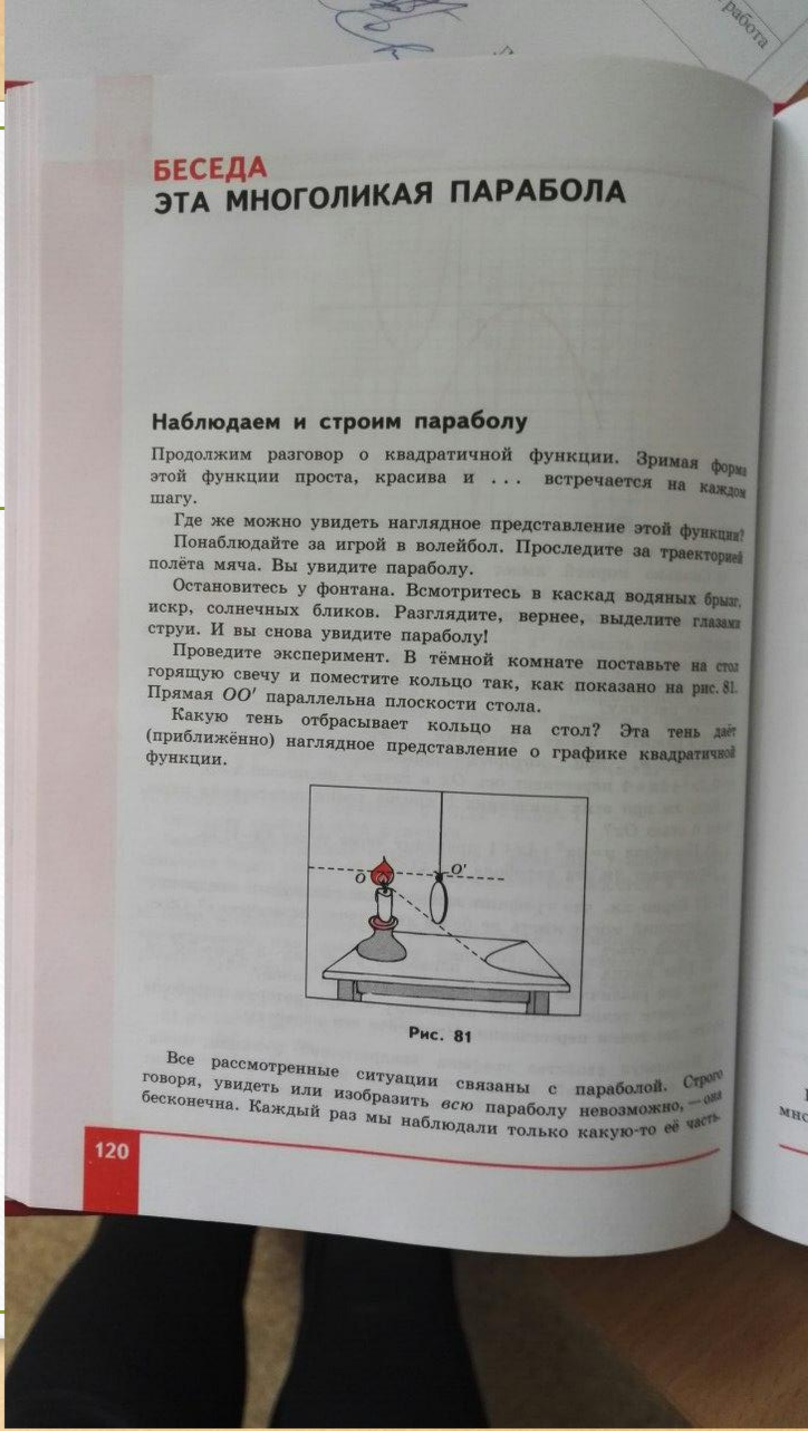
32

Итогом изучения главы 3 становится рубрика «Из истории развития», которая содержит подробную информацию о графиках 3х функций, в котором рассматриваются следующие статьи :

- График прямой пропорциональности;
- График линейной функции;
- График обратной пропорциональности;
- Построение гиперболы с помощью циркуля.



Итогом изучения главы 5 становится рубрика «Из истории развития», которая содержит подробную информацию о параболе и ее построении:



БЕСЕДА

ЭТА МНОГОЛИКАЯ ПАРАБОЛА

Наблюдаем и строим параболу

Продолжим разговор о квадратичной функции. Зримая форма этой функции проста, красива и . . . встречается на каждом шагу.

Где же можно увидеть наглядное представление этой функции? Понаблюдайте за игрой в волейбол. Проследите за траекторией полёта мяча. Вы увидите параболу.

Остановитесь у фонтана. Всмотритесь в каскад водяных брызг, искр, солнечных бликов. Разглядите, вернее, выделите глазами струи. И вы снова увидите параболу!

Проведите эксперимент. В тёмной комнате поставьте на стол горящую свечу и поместите кольцо так, как показано на рис. 81. Прямая OO' параллельна плоскости стола.

Какую тень отбрасывает кольцо на стол? Эта тень даёт (приближённо) наглядное представление о графике квадратичной функции.

Рис. 81

Все рассмотренные ситуации связаны с параболой. Строго говоря, увидеть или изобразить *всю* параболу невозможно, — она бесконечна. Каждый раз мы наблюдали только какую-то её часть.

120