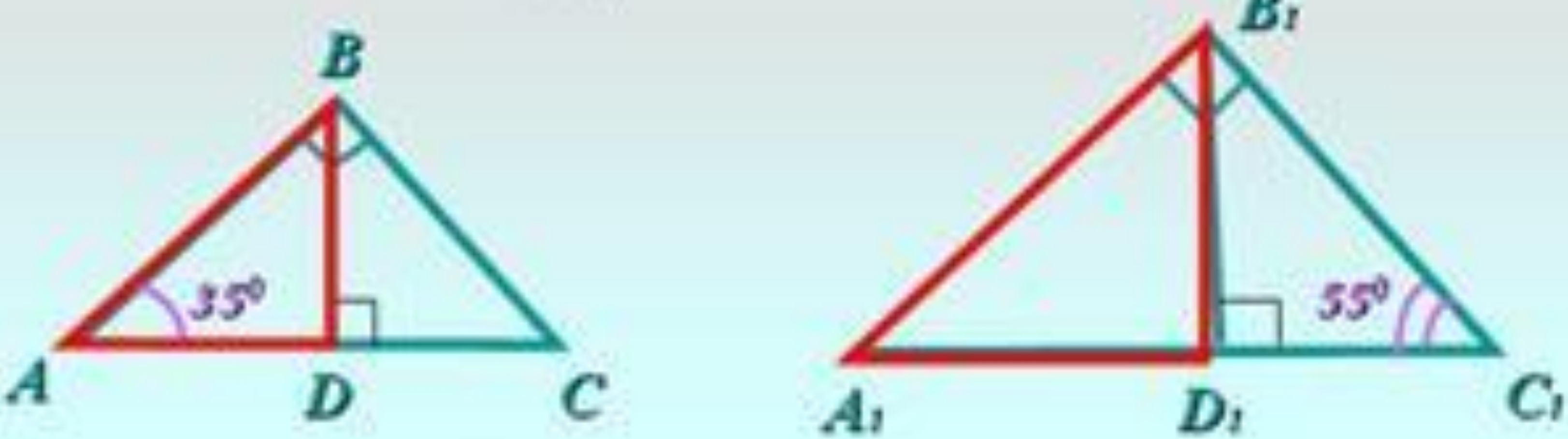
# Запомнить ситуацию

# ПОДОБИЕ

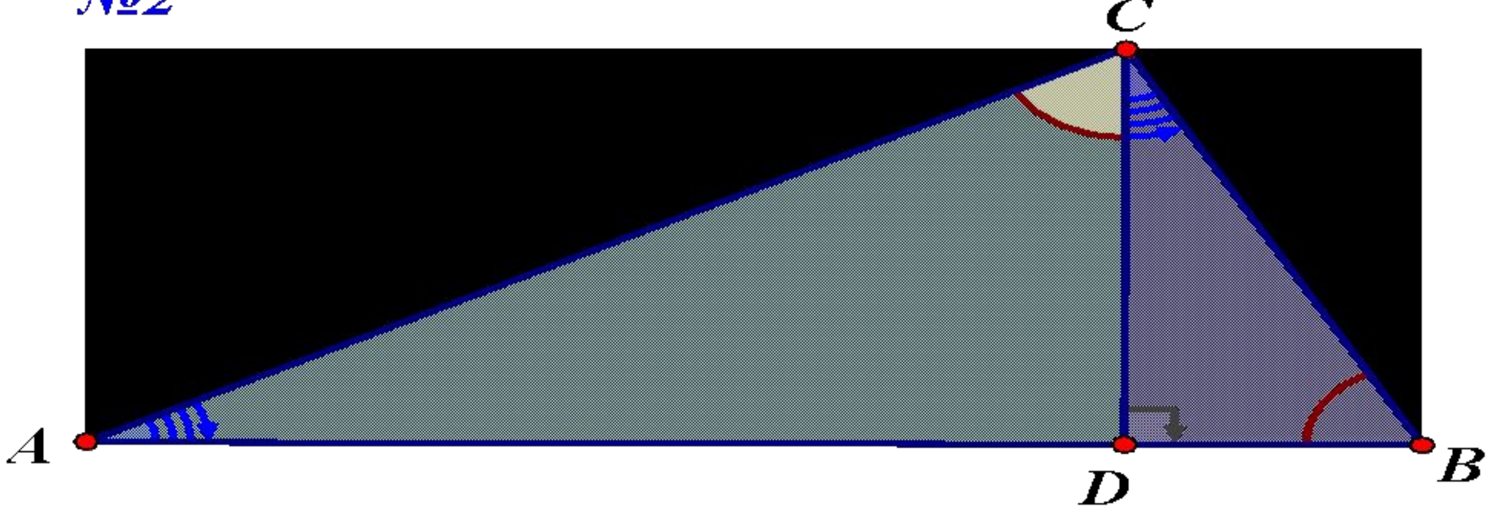
# ЗАДАНИЕ №1




| ВОПРОС | ОТВЕТ | ОБОСНОВАНИЕ |
|---|---|---|
| а) Подобны ли $\Delta ABC$ и $\Delta A_1B_1C_1$? | Да | 1. ∟B= ∟B1 (прямые) 1 признак<br>2. ∟A= ∟A1<br>$\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ |
| б) Подобны ли $\Delta ABD$ и $\Delta A_1B_1D_1$? | Да | 1. ∟D= ∟D1 (прямые) 1 признак<br>2. ∟A= ∟A1<br>$\Delta ABD \sim \Delta A_1B_1D_1$ |

***ВЫВОД:*** высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разделяет треугольник на два прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному.

**№2**




$\triangle ACB \sim \triangle ADC \sim \triangle CDB$

$AC=\sqrt{AB \cdot AD}$ Катет есть среднее пропорциональное гипотенузы и проекции этого катета на гипотенузу

$CD=\sqrt{AD \cdot DB}$ Высота прямоугольного треугольника, опущенная из прямого угла есть среднее пропорциональное проекций катетов на гипотенузу

# Доказательство 1

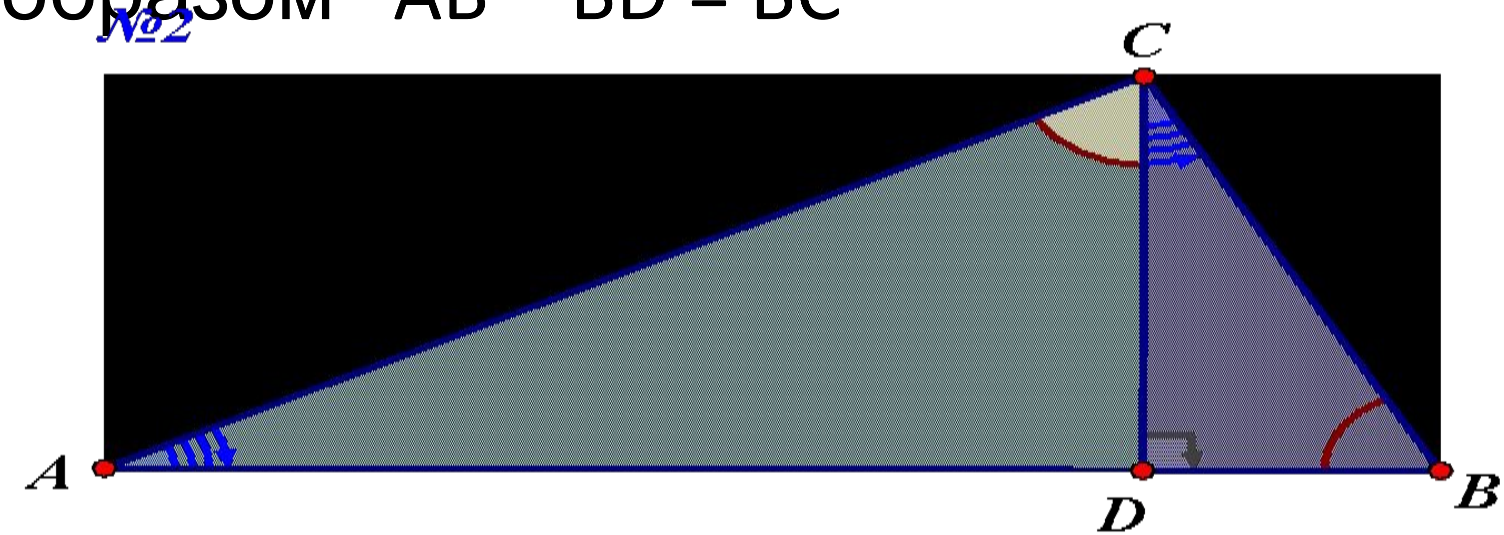
Пусть ABC – исходный прямоугольный треугольник с вершиной прямого угла C.

CD - высота.

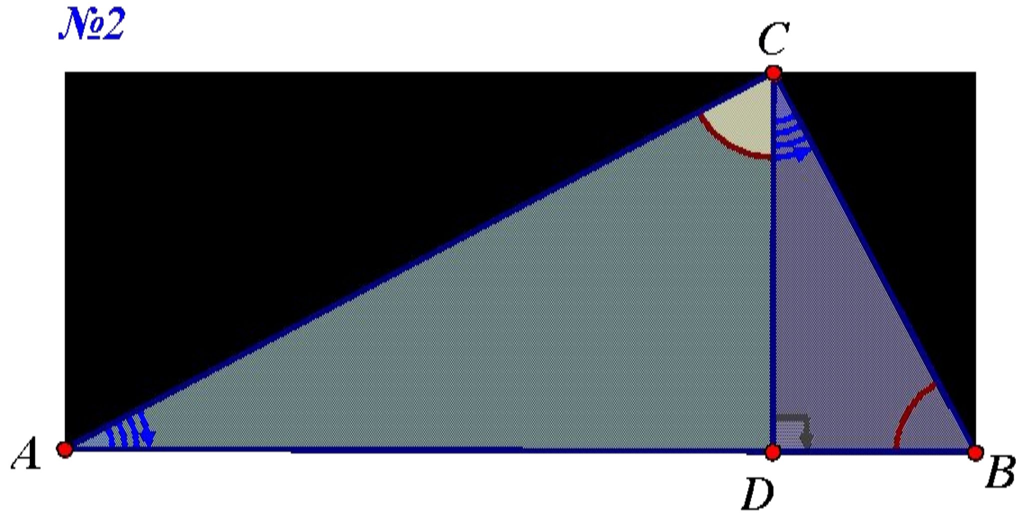
Тогда

$BC = AB * \sin A \quad BD = BC * \sin A = AB * \sin^2 A$

Таким образом $AB * BD = BC^2$



# Доказательство 2




Высота в прямоугольном треугольнике есть среднее пропорциональное между отрезками гипотенузы.

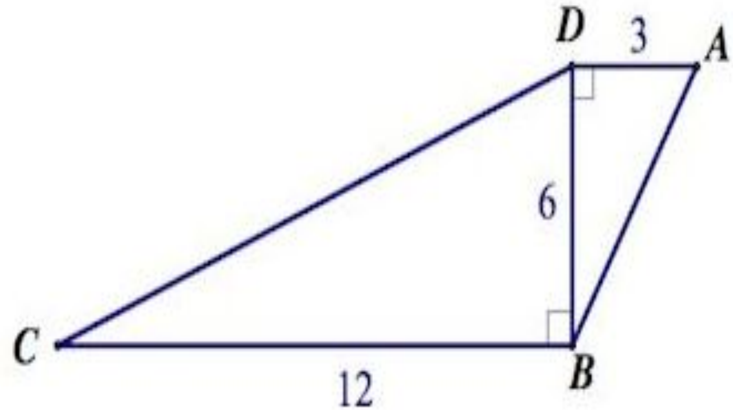
Рассмотрим треугольники ACD и BCD. Они оба подобны треугольнику ABC, а значит подобны между собой

Запишем отношения сторон

BD/CD=CD/AD

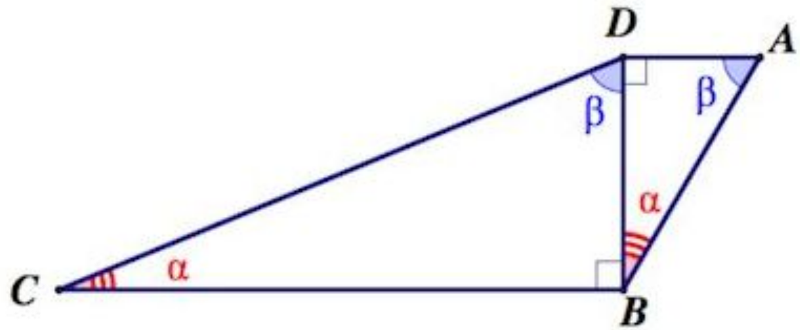
**$CD^2$=AD*BD**

В трапеции $ABCD$ меньшая диагональ $BD$, равная 6, перпендикулярна основаниям $AD = 3$ и $DC = 12$. Найдите сумму тупых углов $B$ и $D$.



Замечаем, что в треугольниках $ADB$ и $DBC$ $AD:DB=1:2$ и $DB:CB=1:2$ и углы, заключенные между сторонами $AD,\ DB$ и $DB,\ CB$ равны (прямые). Поэтому треугольники подобны по второму признаку.

Из подобия треугольников $ADB$ и $DBC$, в частности, вытекает равенство углов $A$ и $BDC$; $ABD$ и $C$.




Обозначим $\angle C=\alpha,\ \angle A=\beta$.

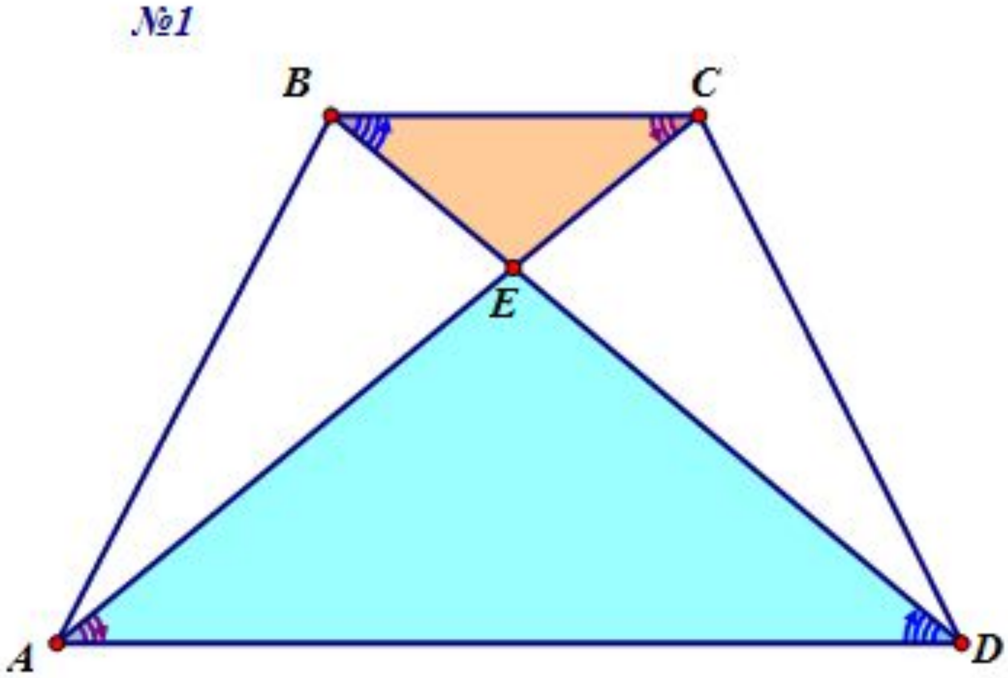
Тогда, так как сумма углов четырехугольника равна $360°$, то
$\alpha+\beta+90°+\beta+\alpha+90°=360°$.

Откуда $\alpha+\beta=90°$.

Му же ищем $\angle B+\angle D=\alpha+90°+\beta+90°=270°$.

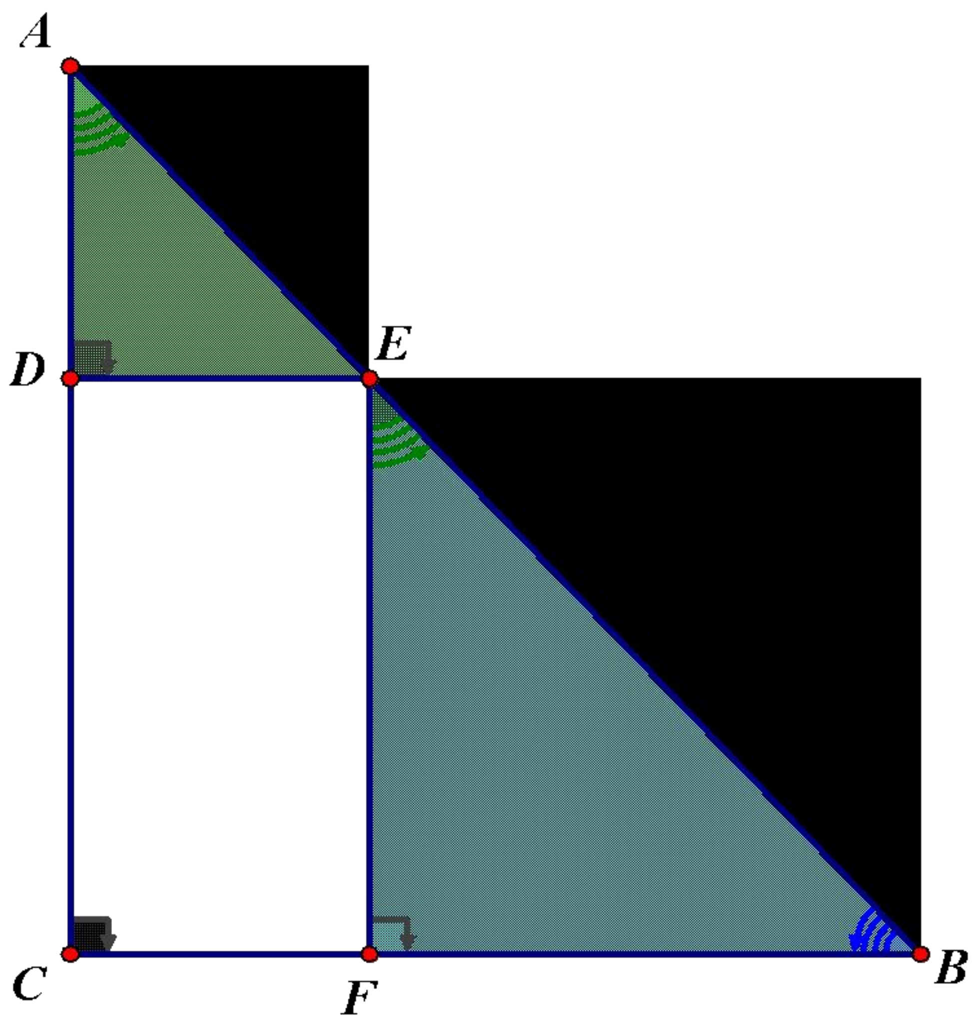
Ответ: 270.

# ПОДОБИЕ



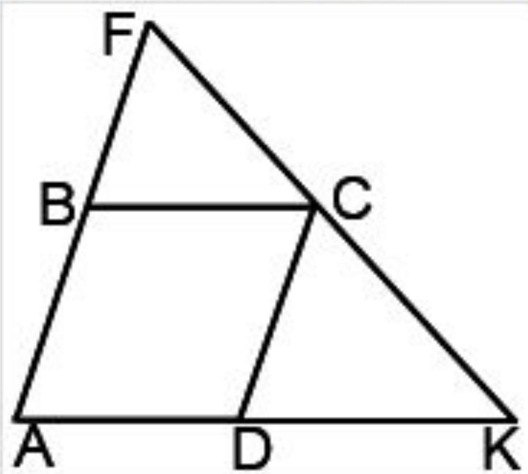

$\triangle BEC \sim \triangle DEA$

№3



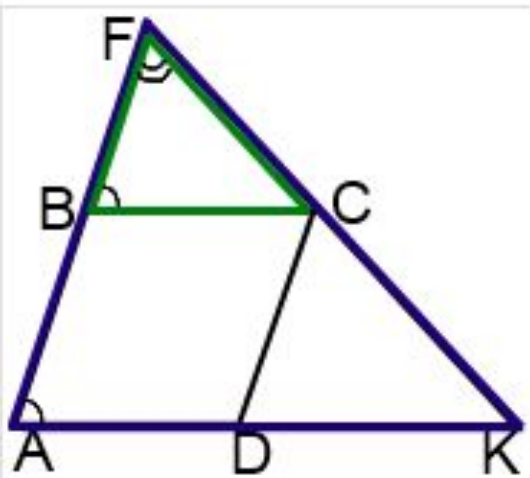

$\triangle ACB \sim \triangle ADE \sim \triangle EFB$

***II. В треугольник вписан ромб.***




Рассмотрим треугольники AFK и BFC.

Выделим данные треугольники в цвете.




1) ∠F — общий;

2)∠ FAK=∠FBC (как соответственные углы при AD||BC и секущей AB).

Следовательно, треугольники AFK и BFC подобны (по двум углам).

Из подобия треугольников следует пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{AK}{BC} = \frac{AF}{BF} = \frac{FK}{FC}.$$

# *В треугольник AFK вписан ромб ABCD так, что угол A у них общий, в вершина C принадлежит стороне FK. Найти сторону ромба, если AF=21 см, AK=24 см.*

Решение.

Доказываем подобие треугольников AFK и BFC. Из трех соотношений выбираем те, в которых нам что-либо известно:

$$\frac{AK}{BC} = \frac{AF}{BF}, \Rightarrow \frac{24}{BC} = \frac{21}{BF}.$$

Примем сторону ромба за x:

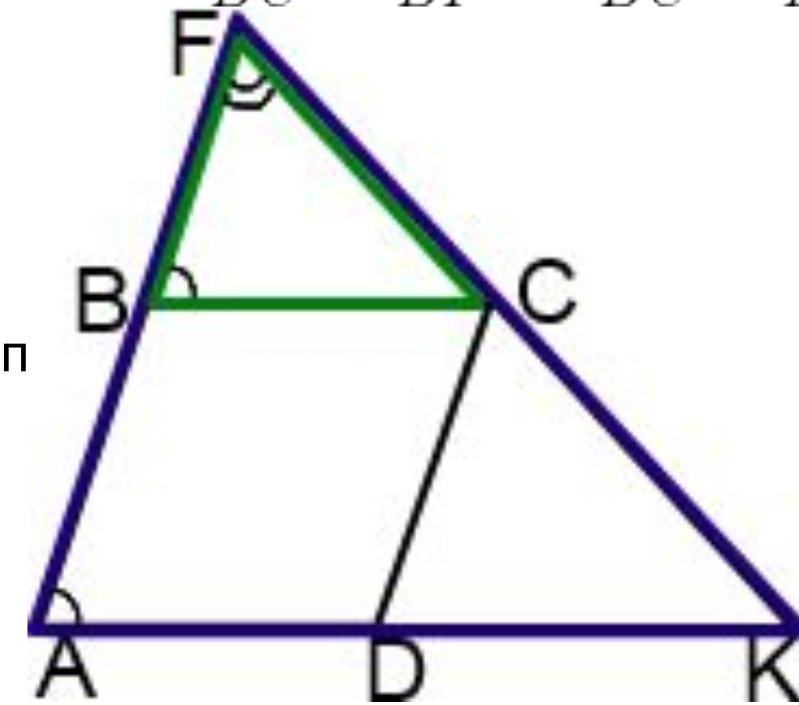
Тогда BF=AF-AB=21-x см. Отсюда

$$\frac{24}{x} = \frac{21}{21-x}, \Rightarrow 21x = 24(21-x)$$

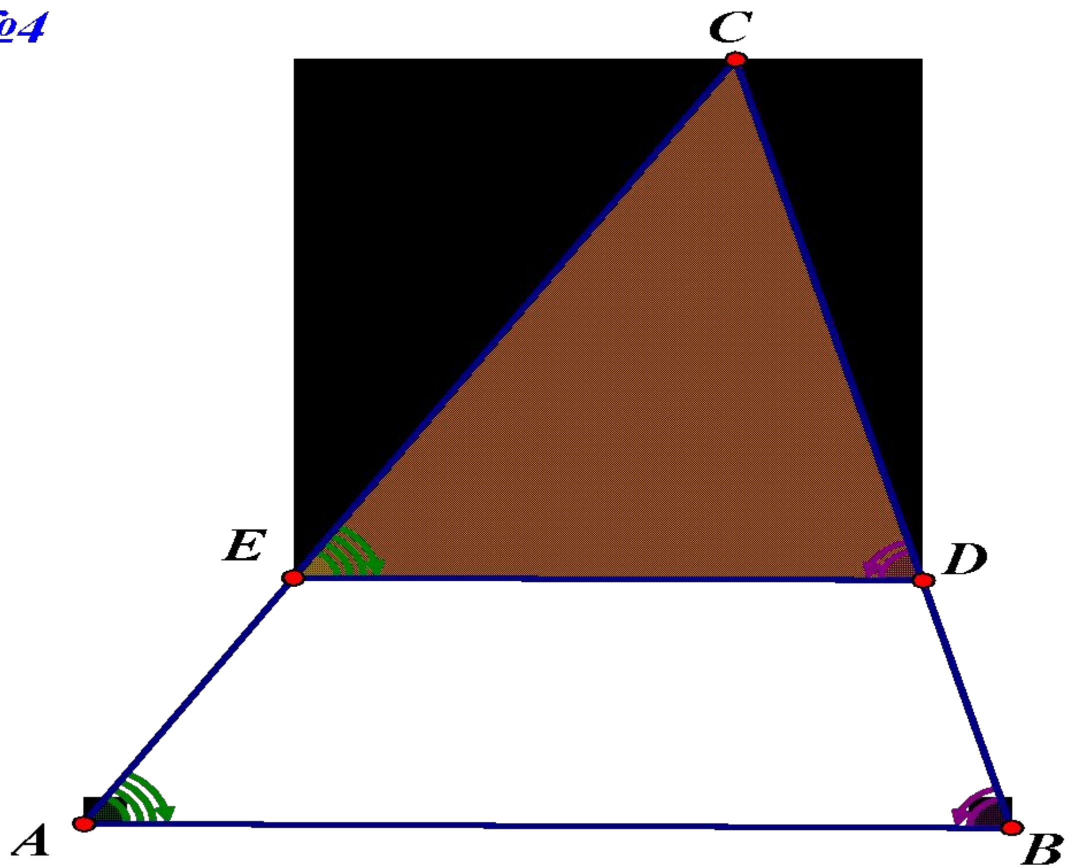
Разделив обе части уравнения на 3, п

$$7x = 8(21-x)$$
$$15x = 168$$

*Ответ: 11,2 см.*



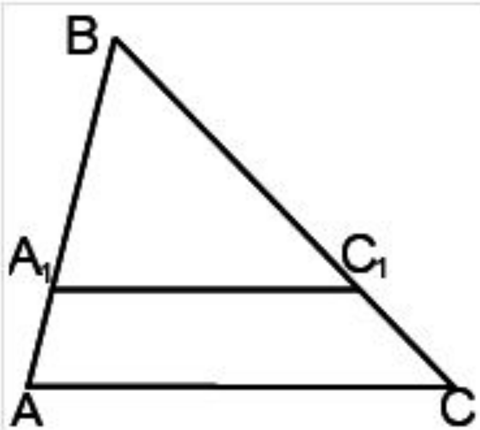
№4




$\triangle ACB \infty \triangle ECD$

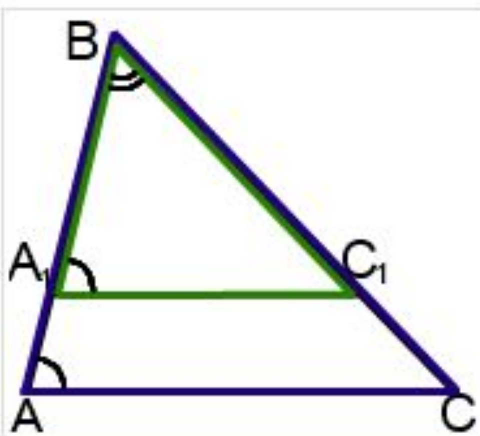
I. В треугольнике проведен отрезок, параллельный стороне. Концы отрезка

***I. В треугольнике проведен отрезок, параллельный стороне. Концы отрезка лежат на других сторонах треугольника.***




Рассмотрим треугольники ABC и A1BC1.

Решать задачи на подобие треугольников удобнее, используя цветовую визуализацию, поэтому выделим данные треугольники разными цветами:




1) ∠B — общий;

2)∠ BAC=∠BA1C1 (как соответственные углы при AC∥A1C1 и секущей AB).

Следовательно, треугольники ABC и A1BC1 подобны (по двум углам).

Из подобия треугольников следует пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{AC}{A_1C_1} = \frac{AB}{A_1B} = \frac{BC}{BC_1}.$$

*Задача*

*Прямая, параллельная стороне АС треугольника АВС, пересекает сторону АВ в точке А1, а сторону ВС — в точке В1. Найти длину отрезка А1С1, если АС=35, АА1: А1В=2:5.*

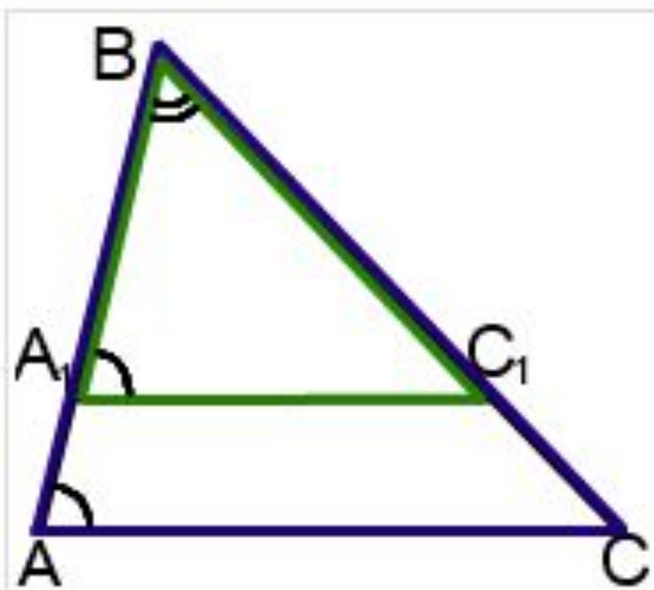
Решение:

Доказываем подобие треугольников АВС и А1ВС1.

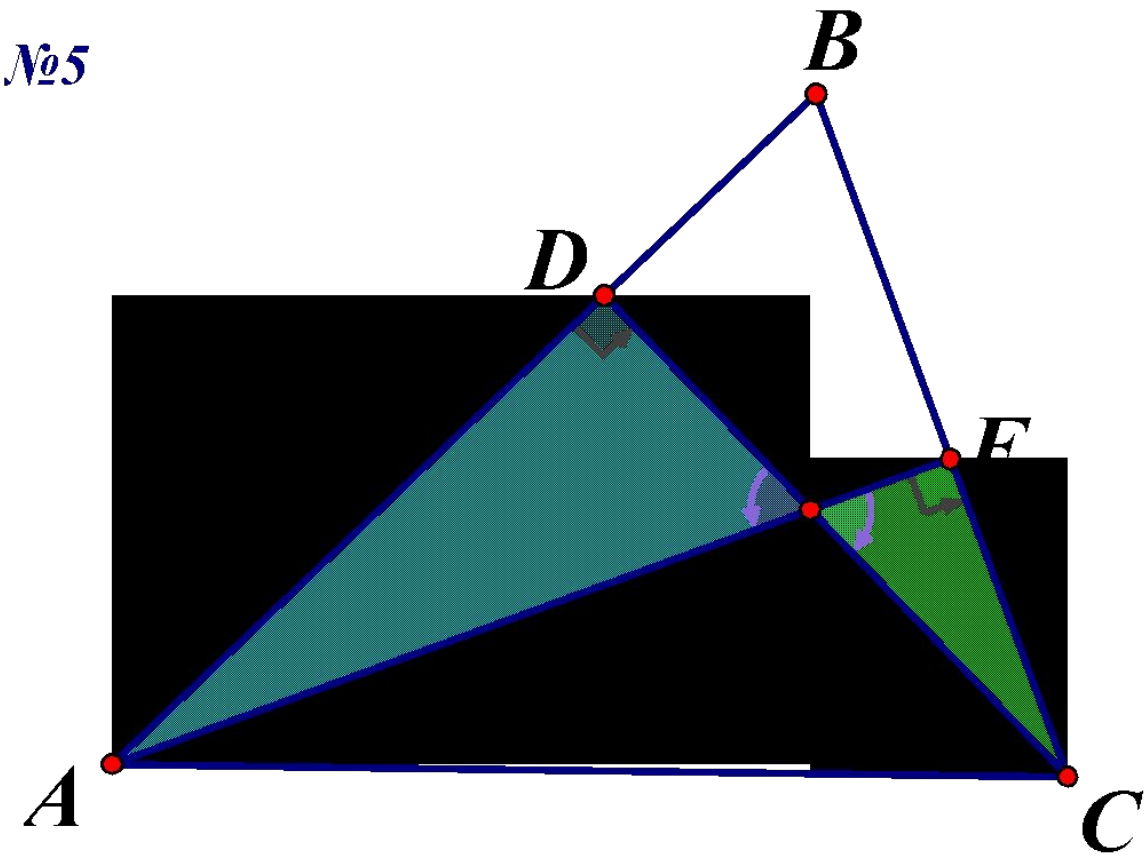
$$AB = AA_1 + A_1B, \frac{AA_1}{A_1B} = \frac{2}{5}, \Rightarrow \frac{AB}{A_1B} = \frac{7}{5}$$

$$\frac{AB}{A_1B} = \frac{AC}{A_1C_1}, \frac{7}{5} = \frac{35}{A_1C_1}, \Rightarrow A_1C_1 = \frac{35 \cdot 5}{7} = 25$$

*Ответ: 25.*

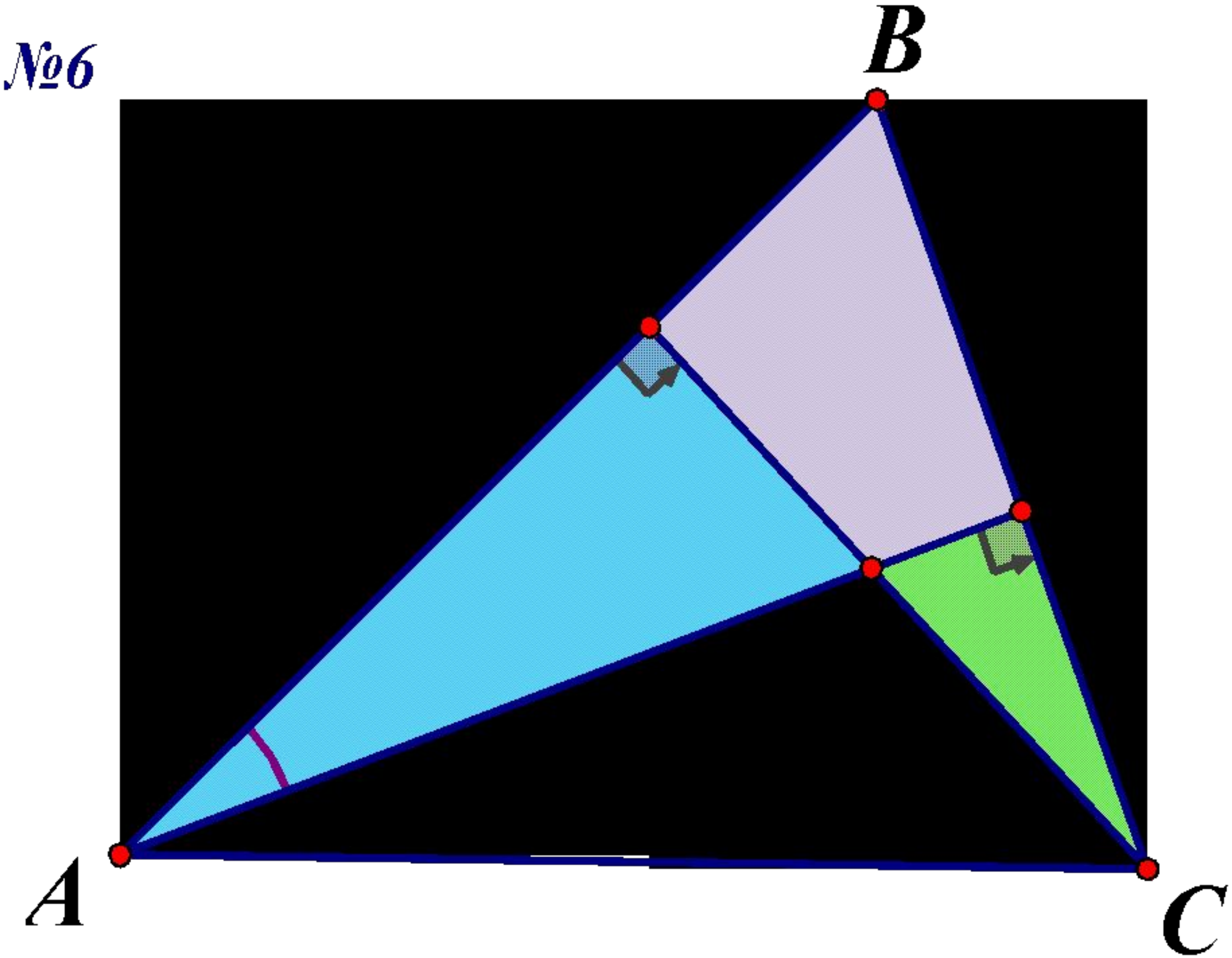


№5




$\triangle ADF \sim \triangle CEF$

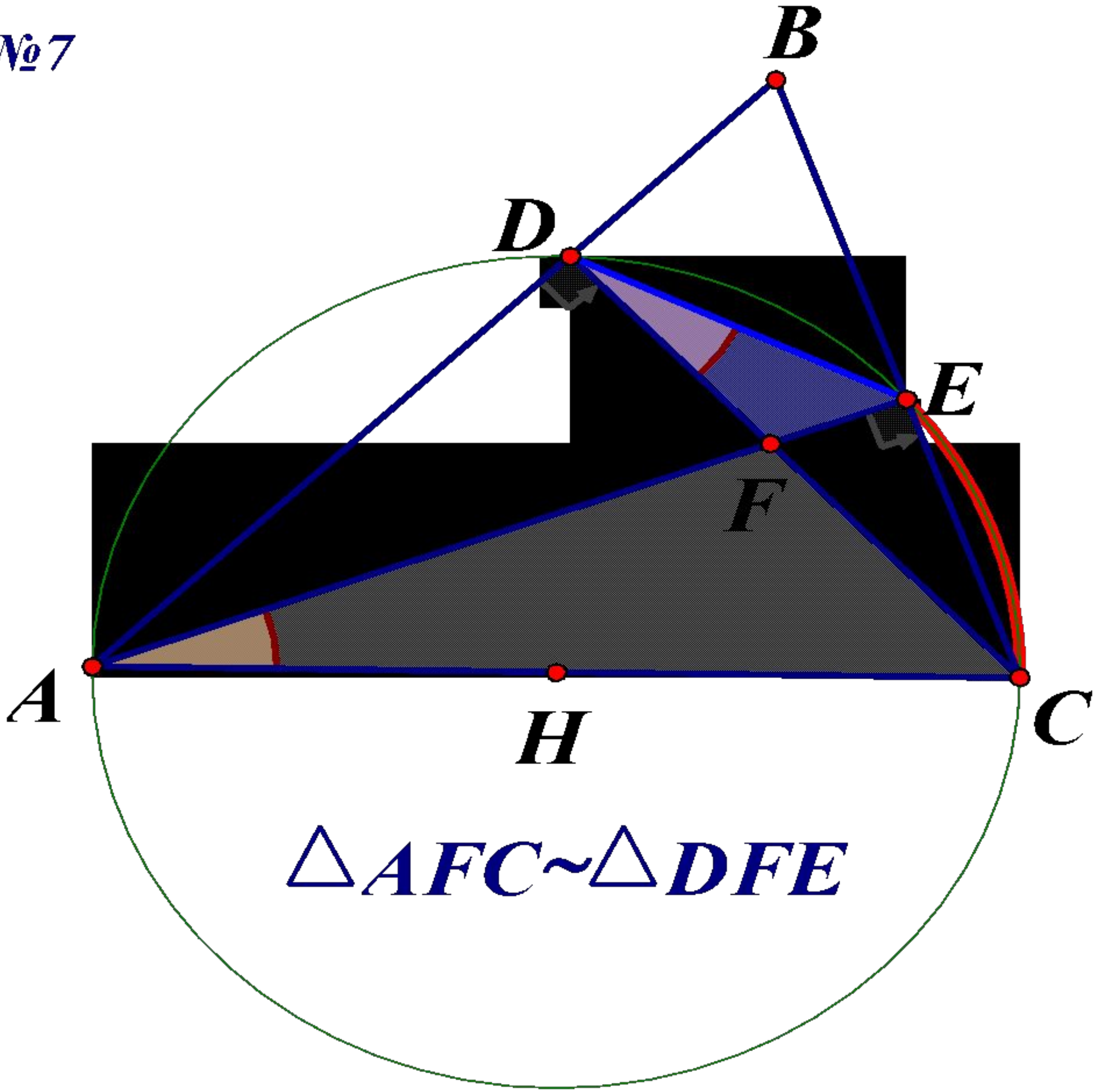
**№6**




$\triangle AEB \sim \triangle ADF \sim \triangle CEF \sim \triangle CDB$

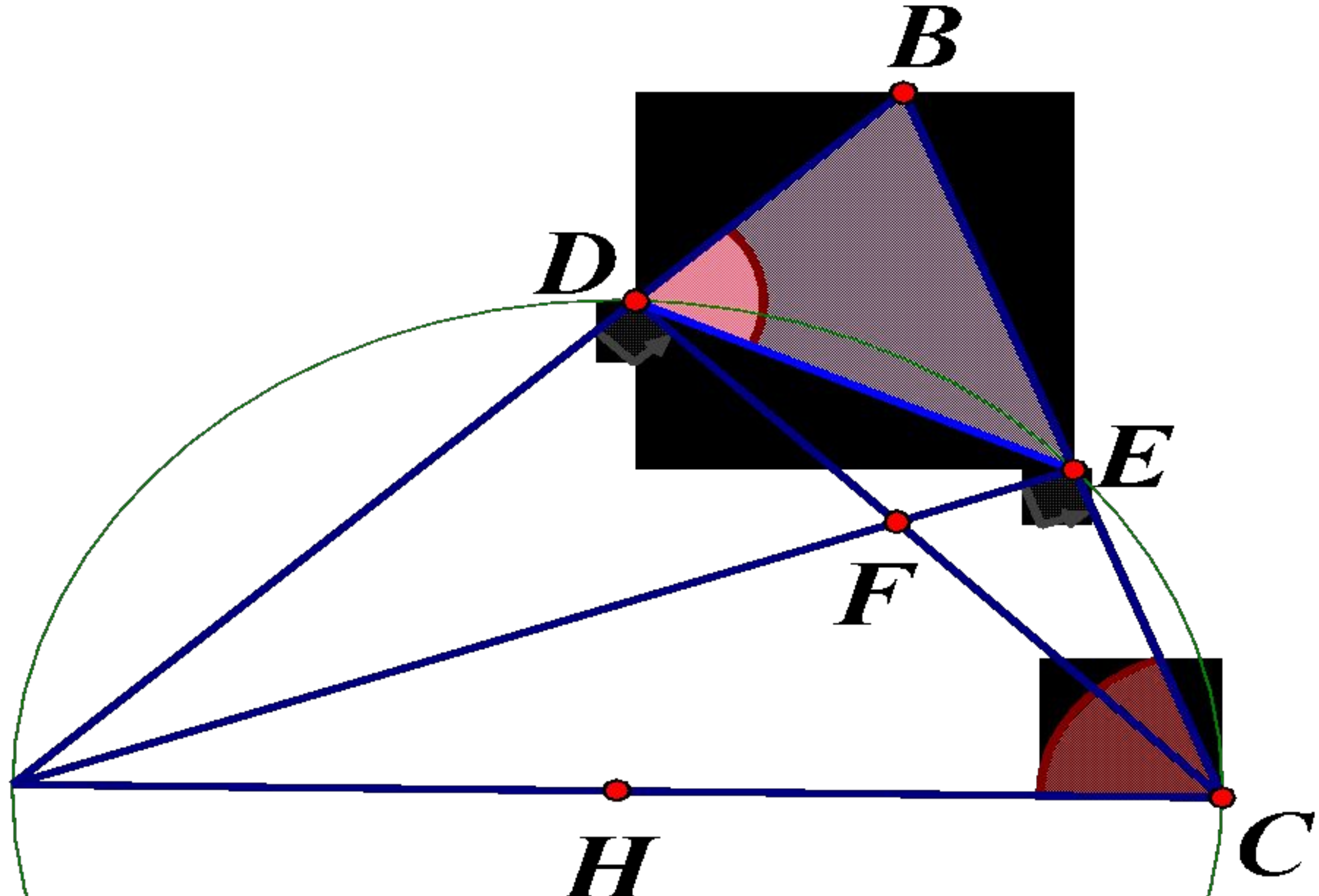
- Файл 35  - углы в окружности
- Файл 36 – вписанные многоугольники

№7




$\triangle AFC \sim \triangle DFE$

**№8**

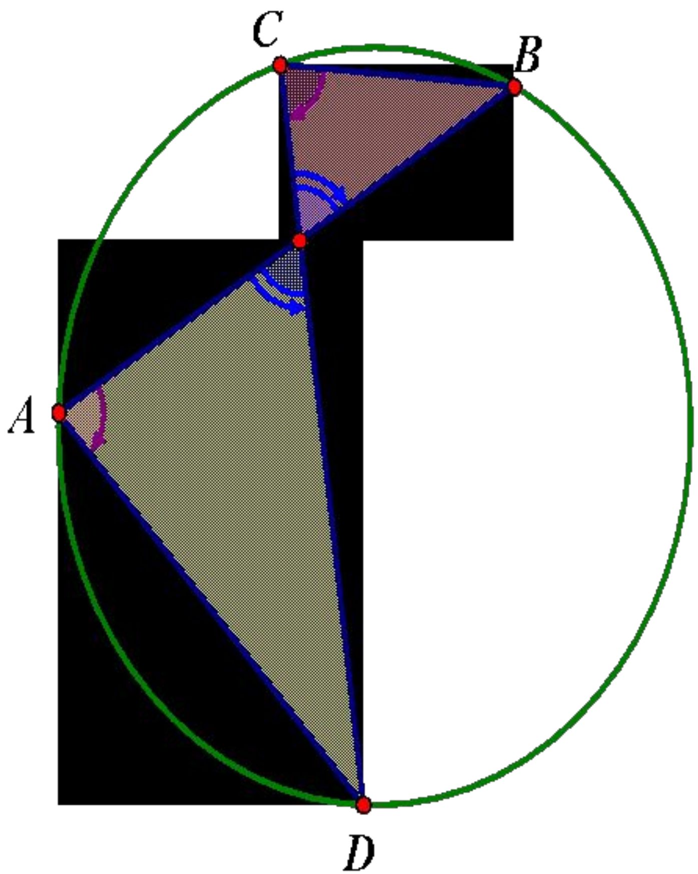



$$\triangle ABC \sim \triangle EBD$$

$$k = \frac{BE}{AB} = \cos\angle B$$

№9

**Две пересекающиеся хорды образуют подобные треугольники**




$$\triangle AED \sim \triangle CEB$$

$$\frac{AE}{CE}=\frac{DE}{BE}=\frac{AD}{CB}$$

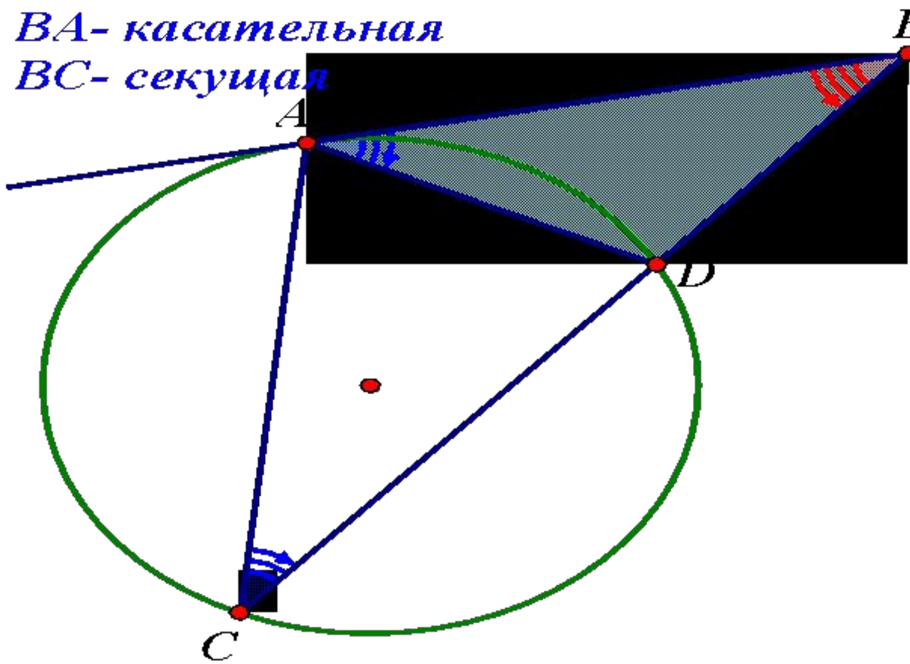
$$AE \cdot BE = DE \cdot CE$$

**Произведения отрезков двух пересекающихся хорд равны**

**№10**

# Теорема о касательной и секущей, выходящих из одной точки

*BA- касательная*
*BC- секущая*



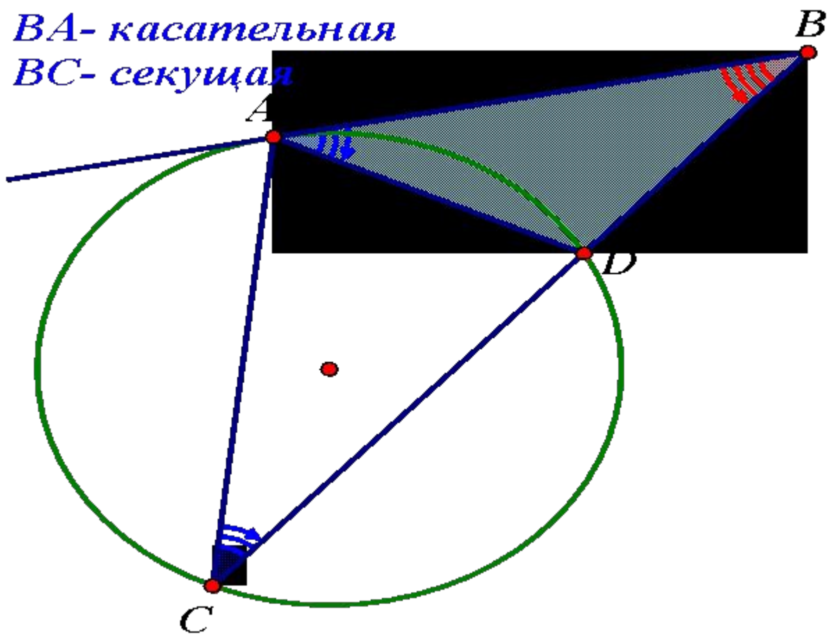

$\triangle BAD \sim \triangle BCA$

$BA^2 = BD \cdot BC$

**Квадрат отрезка касательной равен произведению отрезков секущей, <u>выходящих из одной точки</u>**

№10

# Теорема о касательной и секущей, выходящих из одной точки

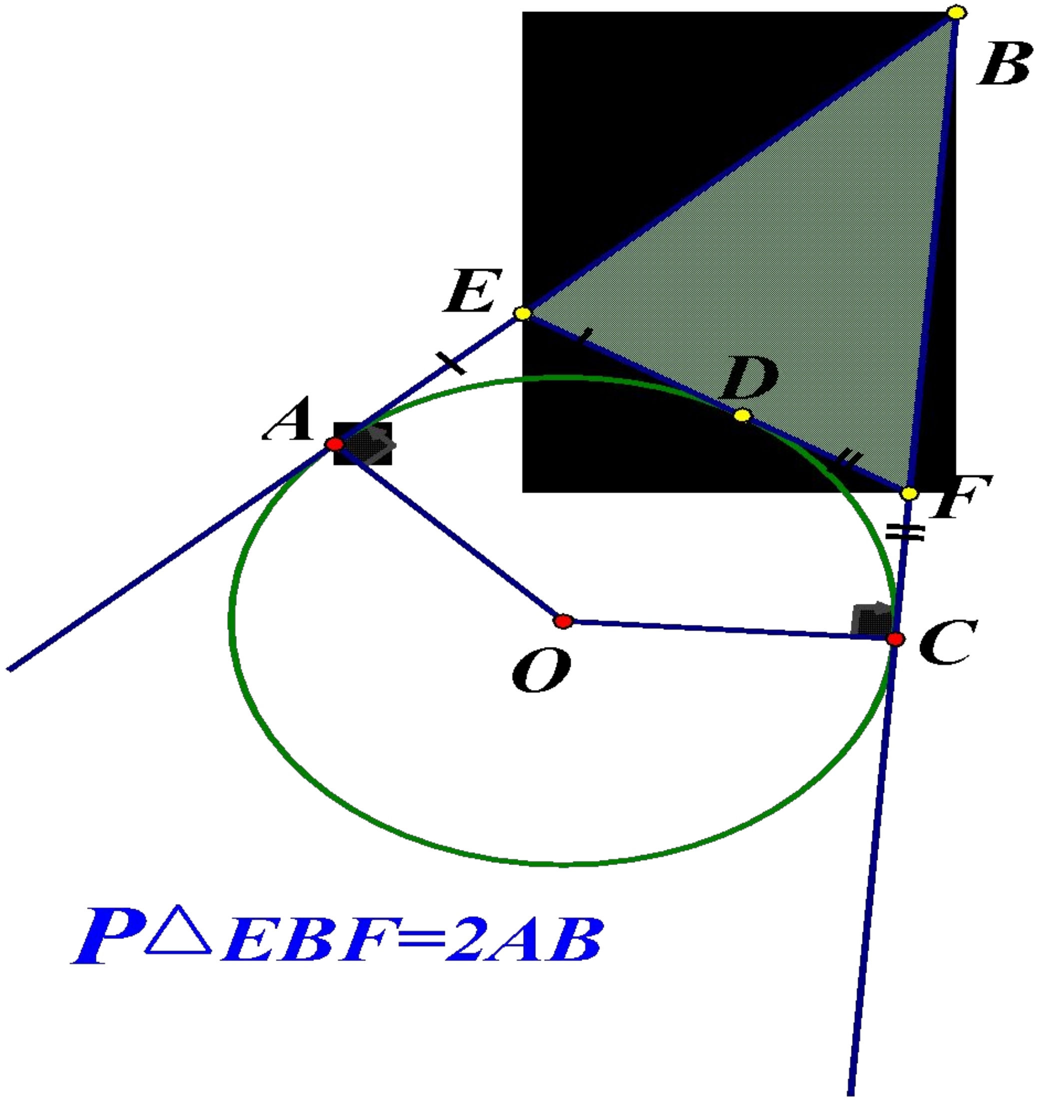


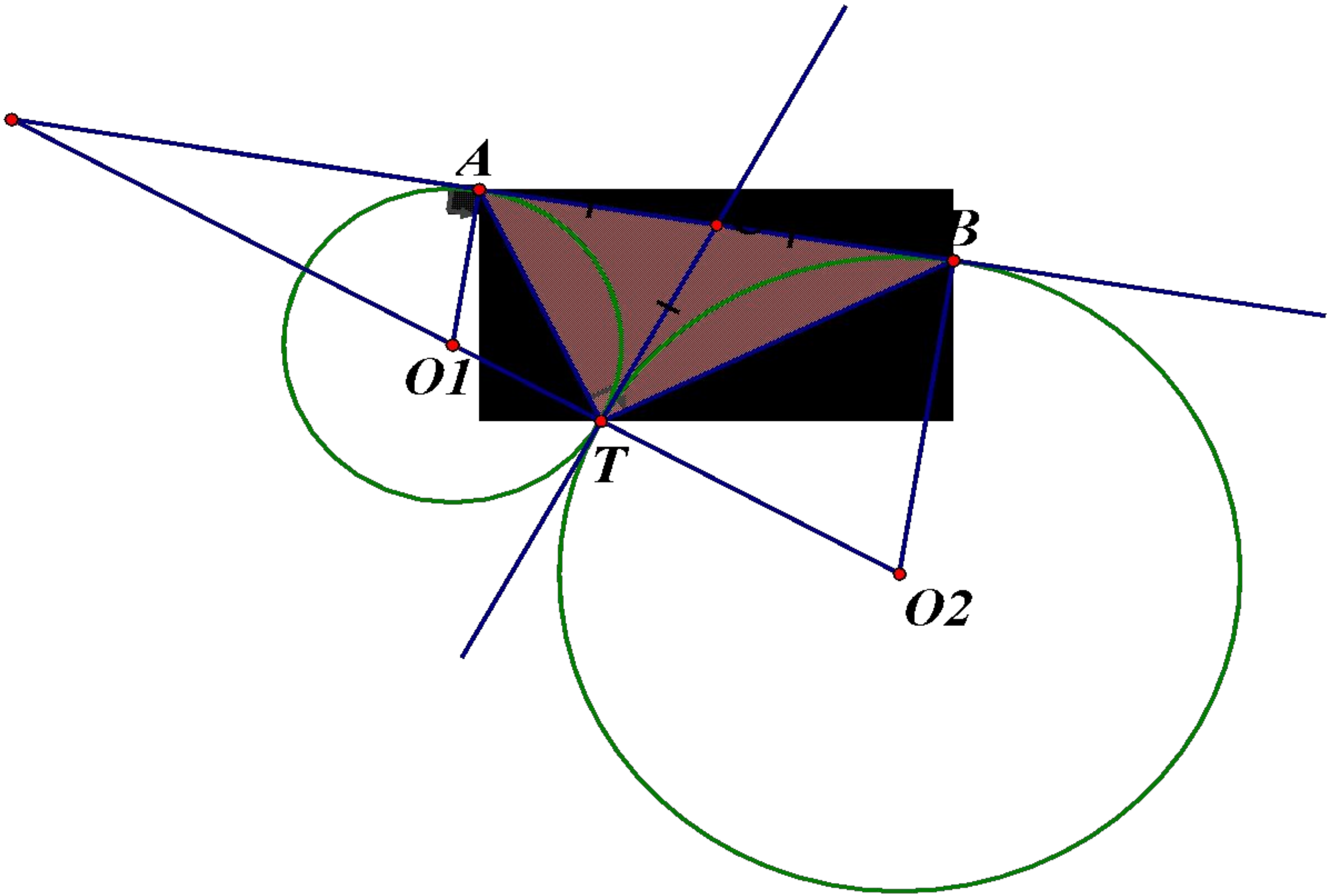

$\triangle BAD \sim \triangle BCA$

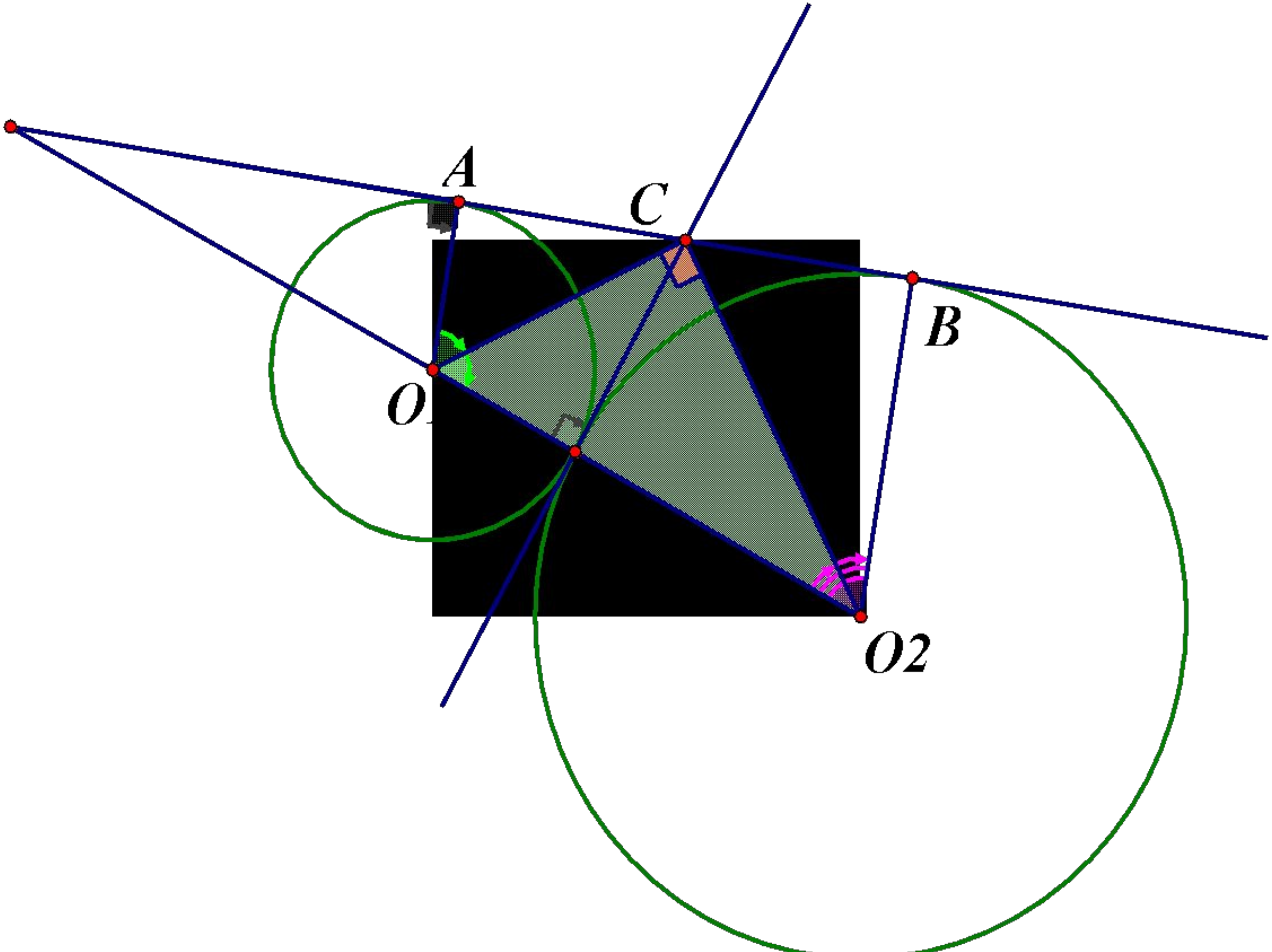
$BA^2 = BD \cdot BC$

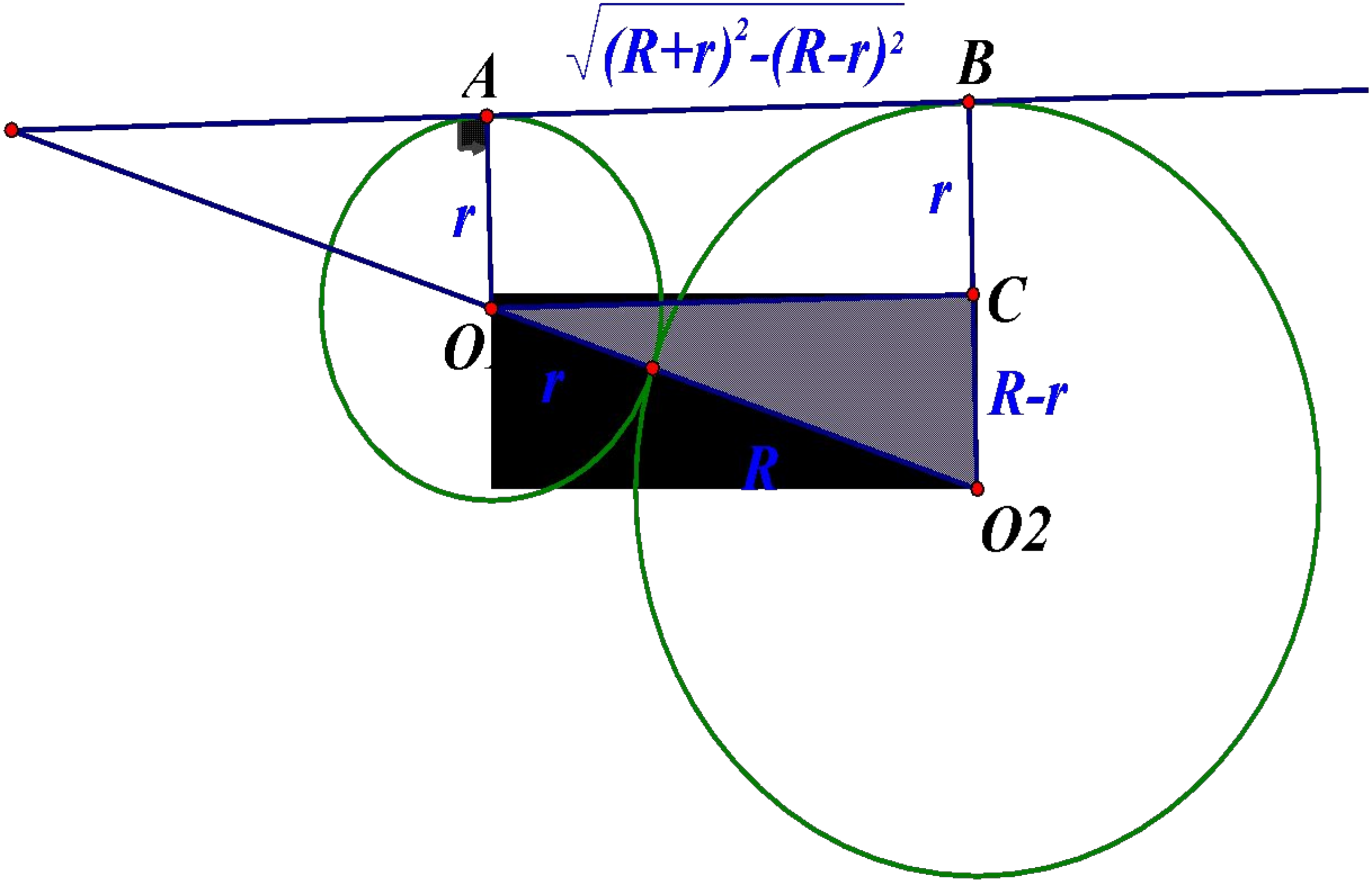
**Квадрат отрезка касательной равен произведению отрезков секущей, <u>выходящих из одной точки</u>**

# Окружность

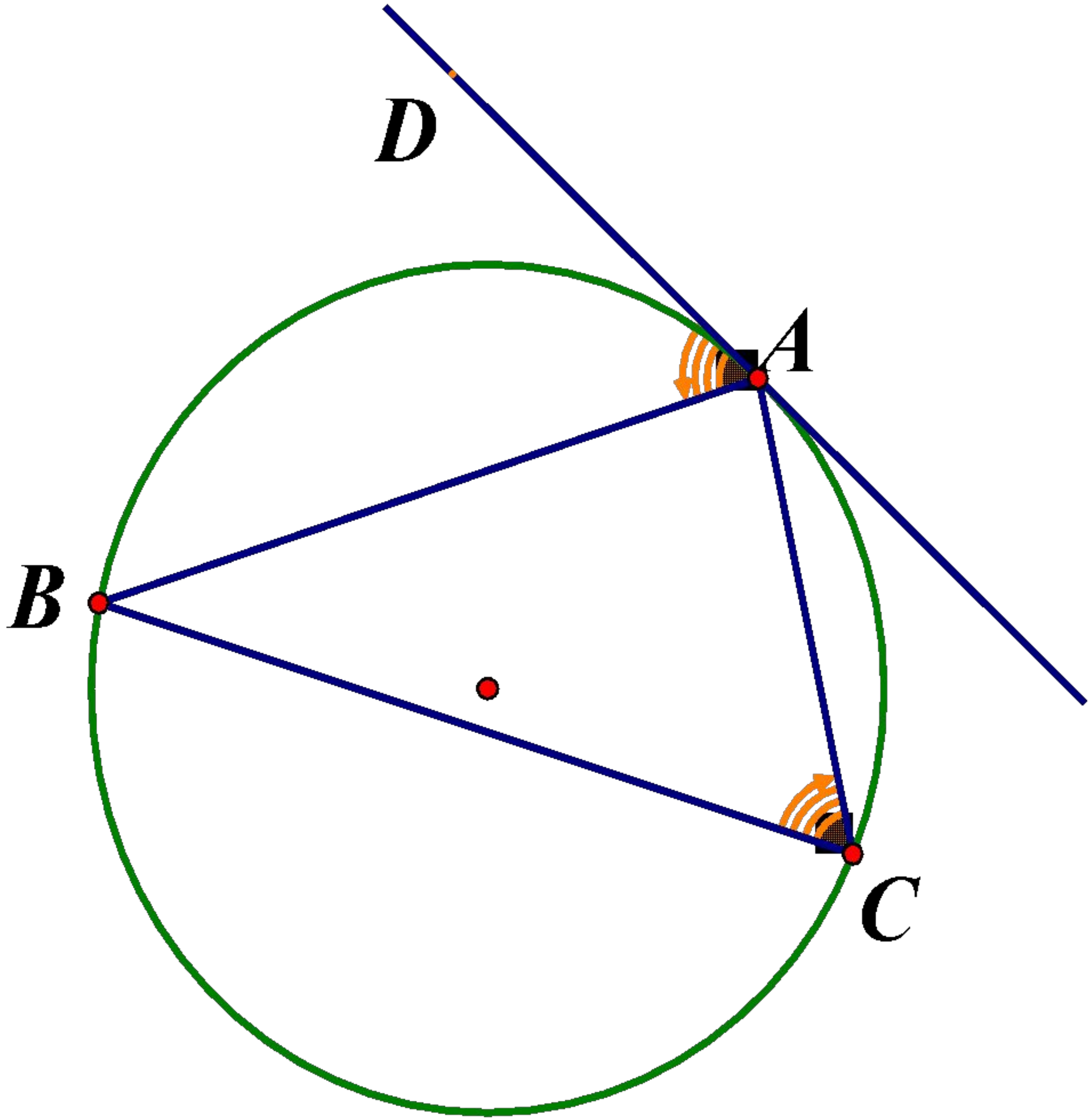



A
B
O1
T
O2

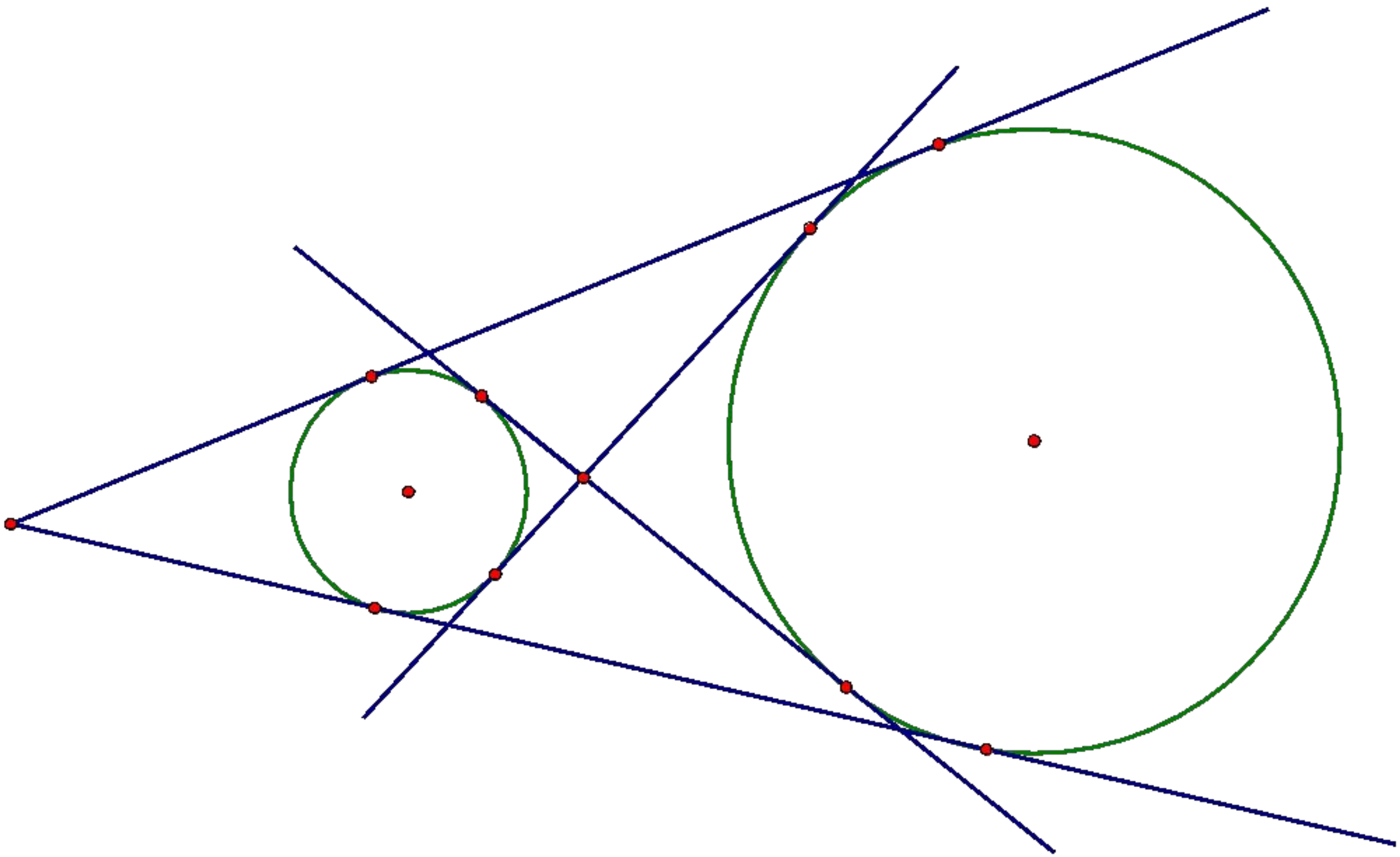

A
C
B
O
O2



$\sqrt{(R+r)^2-(R-r)^2}$
A
B
r
r
C
O1
r
R-r
R
O2

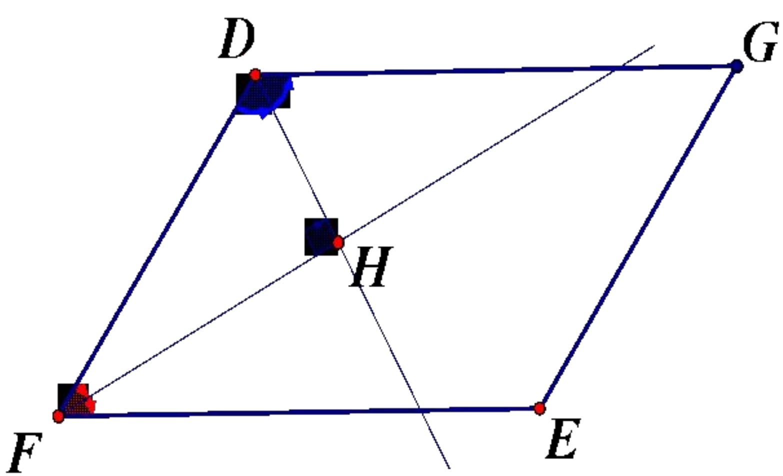

D
A
B
C

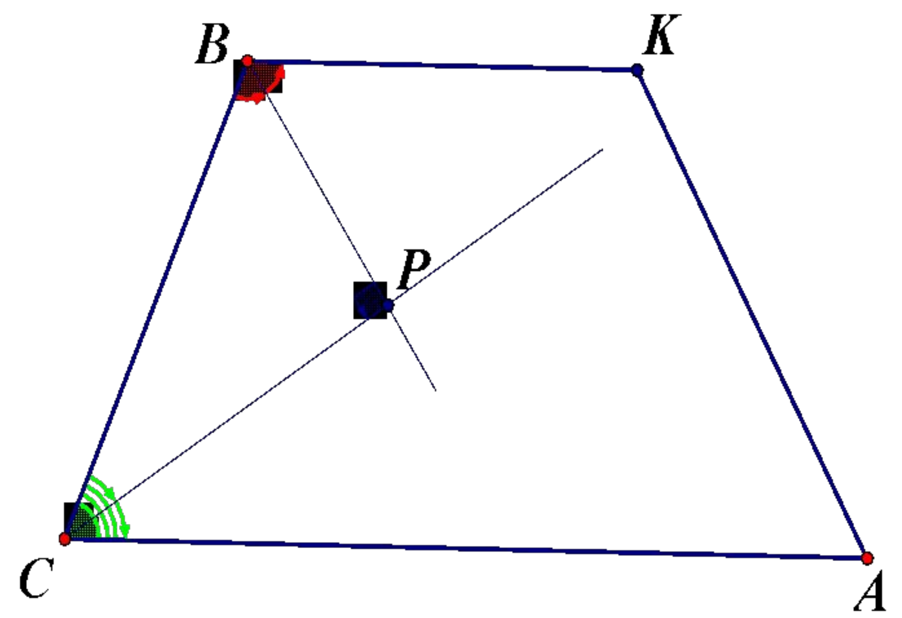
***При непересечении окружностей у них имеется четыре общих касательных***



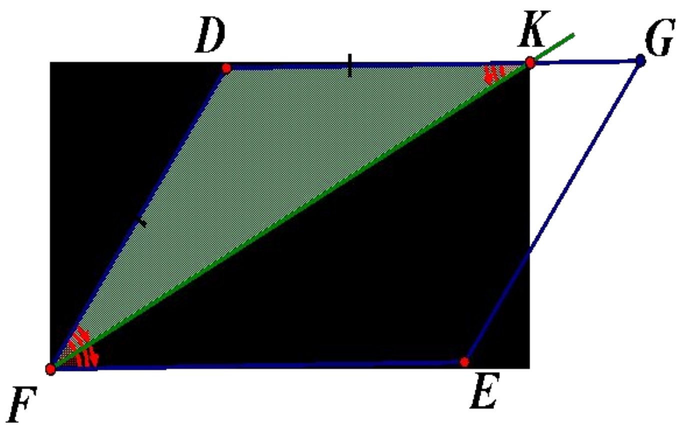
# Биссектриса

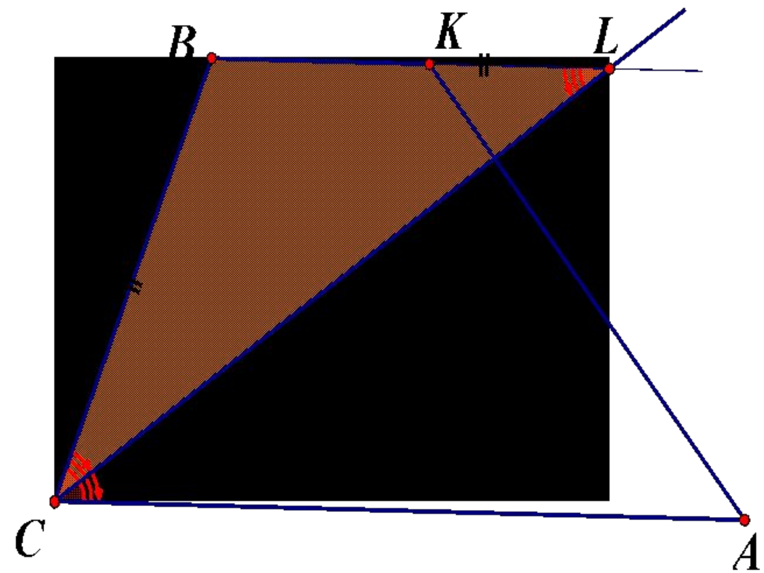
***биссектрисы углов параллелограмма и трапеции, прилежащих к боковой стороне, пересекаются под прямым углом***

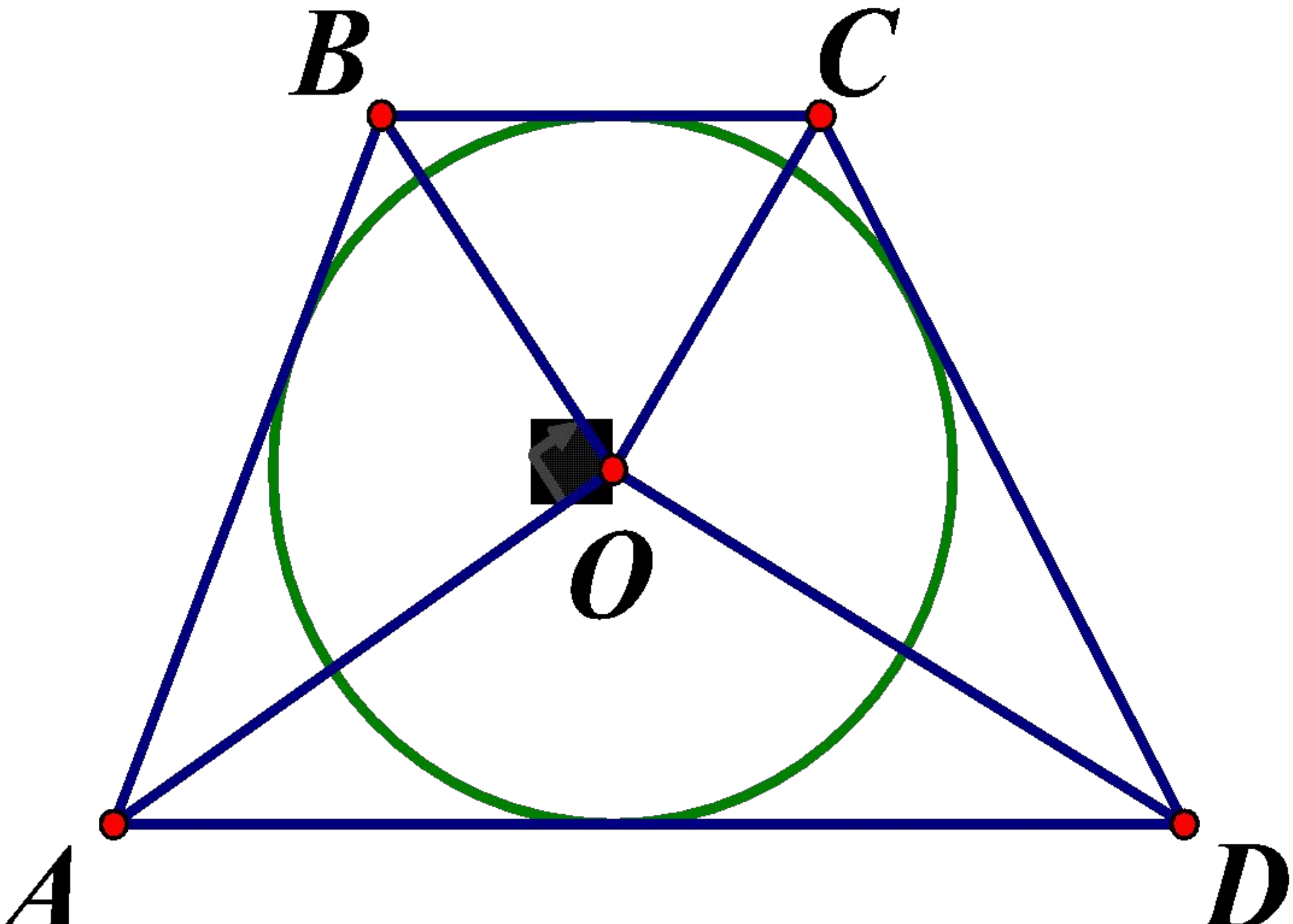


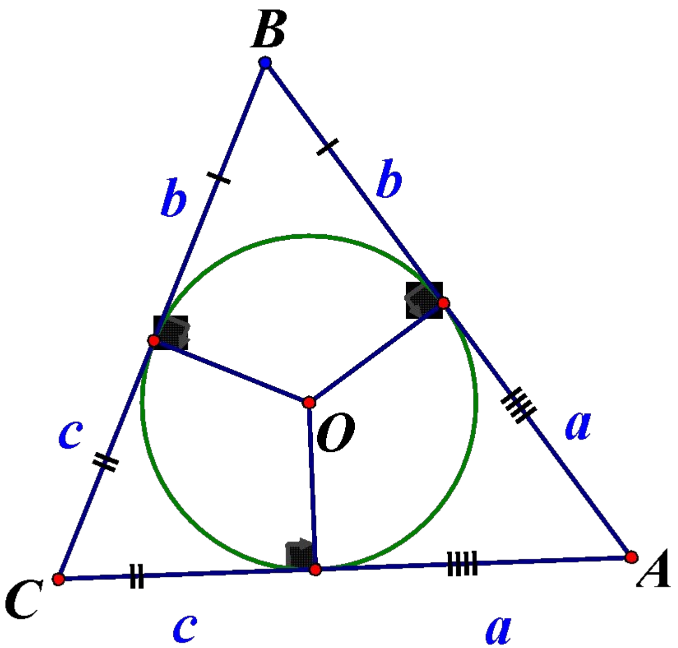
*биссектриса угла параллелограмма и трапеции, отсекает равнобедренный треугольник*




B
C
O
A
D

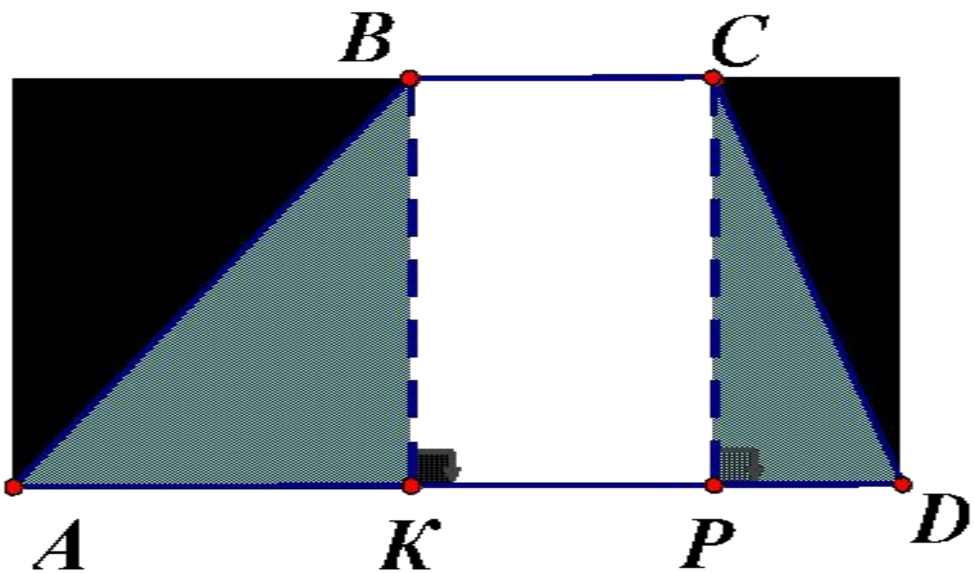
# Вписанная окружность




$AB = p - c$
$BC = p - a$
$AC = p - b$

# Дополнительные построения трапеция

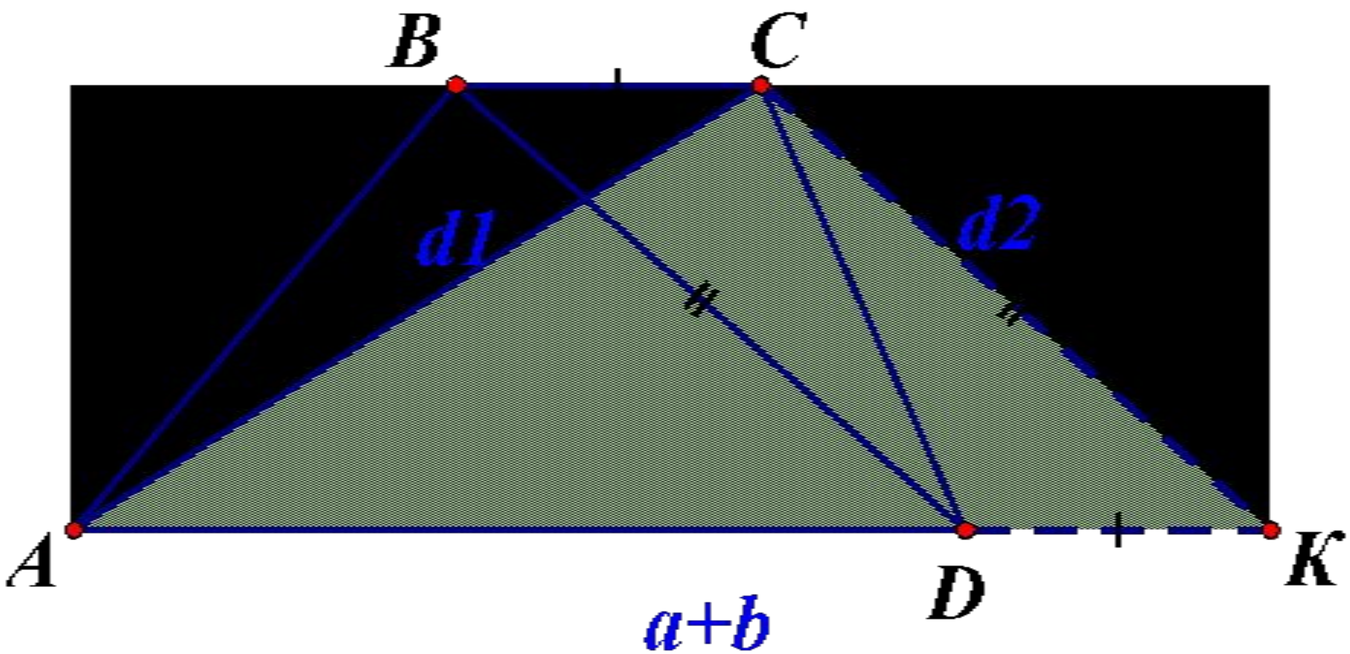
*a- меньшее основание, b- большее основание*




$BK \perp AD$

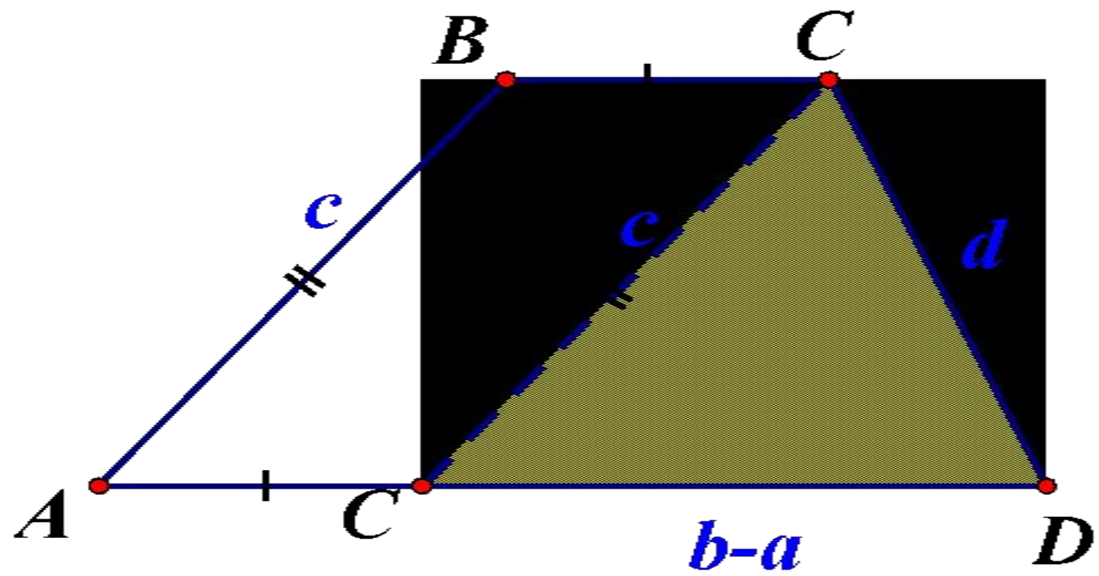
$CP \neq \perp AD$

$KP = a$




$CK \parallel BD$

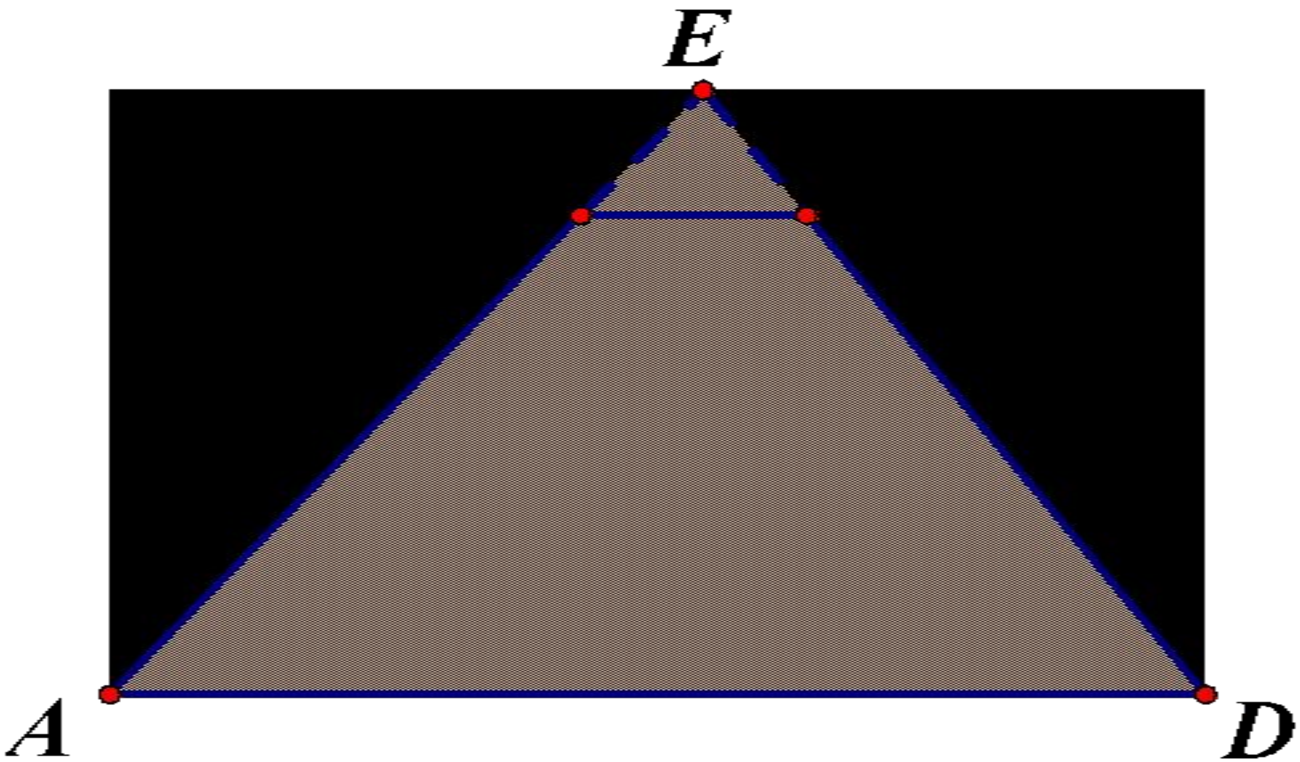
$AK = a + b$



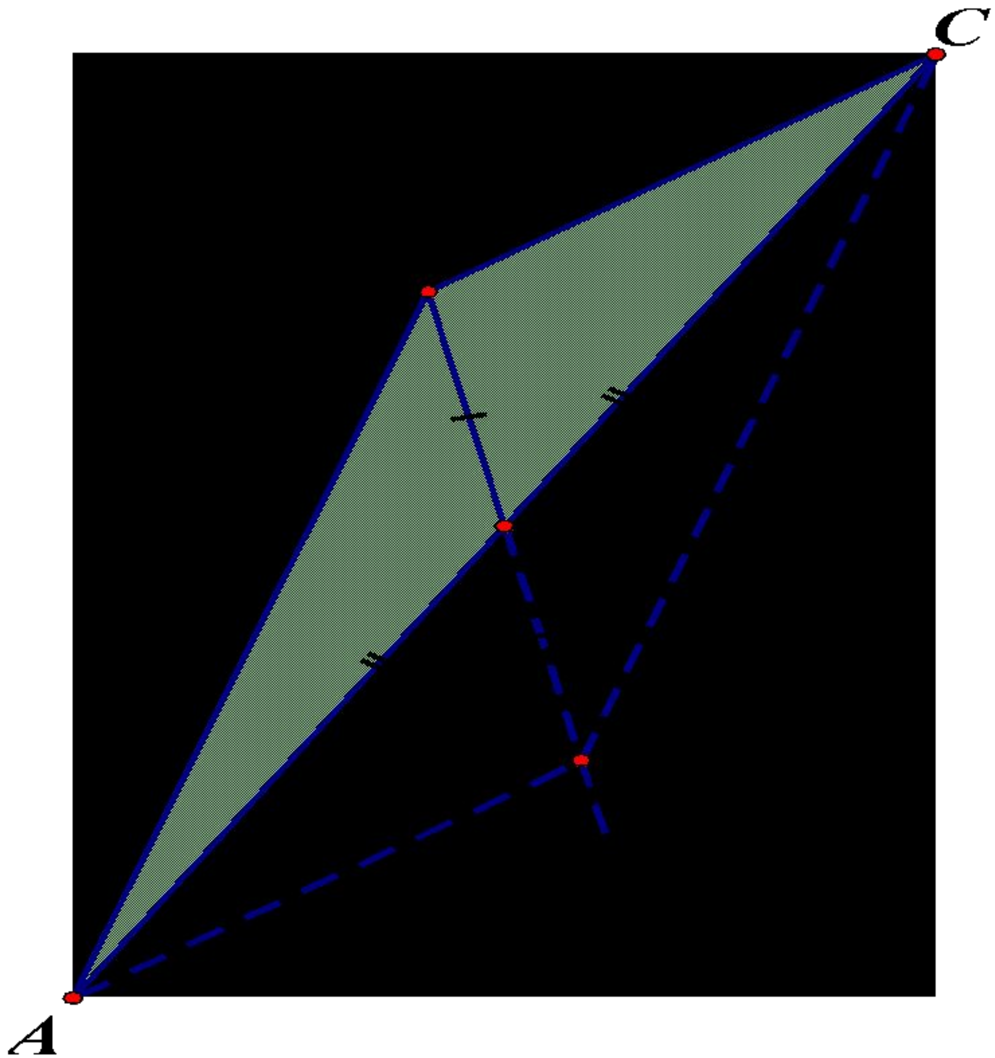

$CC \parallel AB$

$CD = b - a$

$CC = AB$

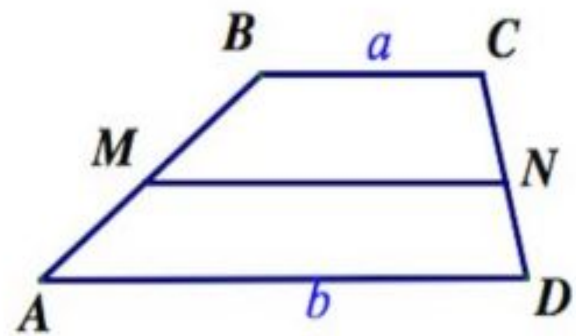



**Продолжить лучи AB и DC до пересечения**




Откладываем MK=BM, достраиваем треугольник до параллелограмма

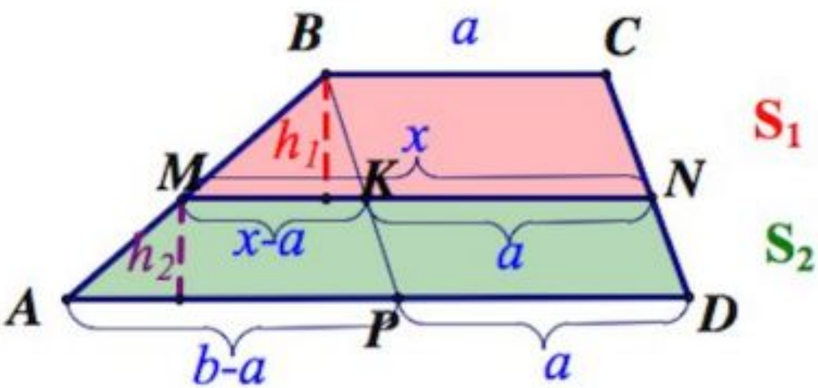
Основания трапеции равны a и b. Определите длину отрезка, параллельного основаниям и делящего трапецию на равновеликие части.



Дополнительное построение: проведем прямую BP, параллельную стороне CD. Пусть BP пересекается с MN в точке K.

Обозначим для удобства $MN$ за $x$. Тогда, очевидно, $MK = x - a$.

Обозначим также высоту треугольника $MBK$ (она же и высота параллелограмма $BCNK$) за $h_1$, высоту трапеции $AMKP$ (она же и высота параллелограмма $KNDP$) за $h_2$.




Согласно условию $S_1 = S_2$ (где $S_1 = S_{MBCN},\ S_2 = S_{AMND}$).

Распишем подробнее

$$\frac{(a+x)h_1}{2} = \frac{(x+b)h_2}{2};$$

Откуда

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{x+b}{x+a} \quad (1)$$

Заметим также, что треугольник $MBK$ подобен треугольнику $ABP$ по двум углам, откуда вытекает пропорциональность соответствующих сторон:

$$\frac{h_1}{h_1+h_2}=\frac{x-a}{b-a};$$

$$h_1(b-a)=(h_1+h_2)(x-a);$$

$$h_1(b-a-x+a)=h_2(x-a);$$

$$\frac{h_1}{h_2}=\frac{x-a}{b-x} \quad (2)$$

Из (1) и (2) получаем:

$$\frac{x+b}{x+a}=\frac{x-a}{b-x};$$

$$x^2-a^2=b^2-x^2;$$

$$2x^2=a^2+b^2;$$

$$x=\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}.$$

Ответ: $\sqrt{\frac{a^2+b^2}{2}}$.