



Решение заданий №5

решение уравнений

по материалам открытого банка
задач ЕГЭ по математике 2016 года

<http://mathege.ru/or/egе/Main.html>



Полезная информация

- Членам НМС
- Разработчикам КИМ
- Экспертам ПК регионов
- Преподавателям вузов и совузов
- Учителям школ
- Родителям и учащимся

 учитель математики Е.Ю. Семёнова

 Подписаться на рассылку новостей

1. Найдите корень уравнения: $3^{8-x} = 27$.

Решение. $3^{8-x} = 27$

$$3^{8-x} = 3^3$$

$$8 - x = 3$$

$$x = 5$$

Ответ : 5.

2. Найдите корень уравнения: $\log_5(5 - x) = 2$.

Решение. $\log_5(5 - x) = 2$

$$5 - x = 5^2$$

$$5 - x = 25$$

$$x = -20$$

Ответ : -20.

3. Найдите корень уравнения: $\log_9(-4 + x) = 3$.

Решение.

$$\log_9(-4 + x) = 3$$

$$-4 + x = 9^3$$

$$-4 + x = 729$$

$$x = 733$$

Ответ : 733.

4. Найдите корень уравнения: $\log_6(5 - x) = \log_6 1$.

Решение.

$$\log_6(5 - x) = \log_6 1$$

$$5 - x = 1$$

$$x = 4$$

Ответ : 4.

5. Найдите корень уравнения: $\log_5 (13 + x) = \log_5 8$.

Решение.

$$\log_5 (13 + x) = \log_5 8$$

$$13 + x = 8$$

$$x = -5$$

Ответ : -5.

6. Найдите корень уравнения: $5^{x-12} = \frac{1}{125}$.

Решение.

$$5^{x-12} = \frac{1}{125}$$

$$5^{x-12} = 5^{-3}$$

$$x - 12 = -3$$

$$x = 9$$

Ответ : 9.

7. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x-3} = \frac{1}{49}$.

Решение. $\left(\frac{1}{7}\right)^{5x-3} = \frac{1}{49}$

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{5x-3} = \left(\frac{1}{7}\right)^2$$

$$5x - 3 = 2$$

$$x = 1$$

Ответ : 1.

8. Найдите корень уравнения: $9^{x-10} = \frac{1}{3}$.

Решение. $9^{x-10} = \frac{1}{3}$

$$3^{2(x-10)} = 3^{-1}$$

$$2(x-10) = -1$$

$$x = 9,5$$

Ответ : 9,5.

9. Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{49}\right)^{x-8} = 7.$

Решение.

$$\left(\frac{1}{49}\right)^{x-8} = 7$$

$$7^{-2(x-8)} = 7^1$$

$$-2(x-8) = 1$$

$$x = 7,5$$

Ответ : 7,5.

10. Найдите корень уравнения:

$$\log_7(x+9) = \log_7(2x-11)$$

Решение.

$$\log_7(x+9) = \log_7(2x-11)$$

$$\begin{cases} x+9 = 2x-11 \\ x+9 > 0 \end{cases}$$

$$x = 20$$

Ответ : 20.

11. Найдите корень уравнения: $\log_{\frac{1}{4}}(12 - 4x) = -3$.

Решение. $\log_{\frac{1}{4}}(12 - 4x) = -3$

$$12 - 4x = \left(\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

$$12 - 4x = 64$$

$$x = -13$$

Ответ : -13.

12. Найдите корень уравнения: $\log_4(16 - 2x) = 2\log_4 3$.

Решение.

$$\log_4(16 - 2x) = 2\log_4 3$$

$$\log_4(16 - 2x) = \log_4 3^2$$

$$16 - 2x = 9$$

$$x = 3,5$$

Ответ : 3,5.

13. Найдите корень уравнения:

$$\sqrt{\frac{2}{4x - 58}} = \frac{1}{9}$$

Решение.

$$\sqrt{\frac{2}{4x - 58}} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\sqrt{\frac{2}{4x - 58}}\right)^2 = \left(\frac{1}{9}\right)^2$$

$$\frac{2}{4x - 58} = \frac{1}{81}$$

$$4x - 58 = 162$$

$$x = 55$$

Ответ : 55.

$$\begin{aligned} \text{ОДЗ : } 4x - 58 &> 0 \\ x &> 14,5 \end{aligned}$$

14. Найдите корень уравнения:

$$\sqrt{\frac{5x + 26}{6}} = 6.$$

Решение.

$$\sqrt{\frac{5x + 26}{6}} = 6$$

$$\left(\sqrt{\frac{5x + 26}{6}}\right)^2 = 6^2$$

$$\frac{5x + 26}{6} = 36$$

$$5x + 26 = 216$$

$$x = 38$$

Ответ : 38.

15. Найдите корень уравнения: $\frac{5}{8}x = -5\frac{5}{8}$.

Решение.

$$\frac{5}{8}x = -5\frac{5}{8}$$

$$\frac{5}{8}x = -\frac{45}{8}$$

$$x = -45 : 5$$

$$x = -9$$

Ответ : -9.

16. Найдите корень уравнения:

$$\frac{8}{9}x = 18 \frac{2}{3}$$

Решение.

$$\frac{8}{9}x = 18 \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{9}x = \frac{56}{3}$$

$$x = \frac{56}{3} : \frac{8}{9}$$

$$x = \frac{56 \cdot 9}{3 \cdot 8}$$

$$x = 21$$

Ответ : 21.

17. Найдите корень уравнения: $\frac{x + 5}{x - 1} = 4.$

Решение.

$$\frac{x + 5}{x - 1} = 4$$

$$\text{ОДЗ : } x \neq 1.$$

$$\frac{x + 5}{x - 1} = \frac{4}{1}$$

$$x + 5 = 4(x - 1)$$

$$x + 5 = 4x - 4$$

$$x = 3$$

Ответ : 3.

18. Найдите корень уравнения: $x = \frac{-8x + 15}{x - 10}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Решение.

$$x = \frac{-8x + 15}{x - 10}$$

$$\text{ОДЗ : } x \neq 10.$$

$$\frac{x}{1} = \frac{-8x + 15}{x - 10}$$

$$x(x - 10) = -8x + 15$$

$$x^2 - 10x = -8x + 15$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$\begin{cases} x = -3 \\ x = 5 \end{cases}$$

$$\text{Ответ : } -3.$$

19. Найдите корень уравнения: $\sqrt{59 - x} = 8.$

Решение.

$$\sqrt{59 - x} = 8$$

$$\left(\sqrt{59 - x}\right)^2 = 8^2$$

$$59 - x = 64$$

$$x = -5$$

Ответ : $-5.$

20. Найдите корень уравнения: $3^{5+x} = 9.$

Решение.

$$3^{5+x} = 9$$

$$3^{5+x} = 3^2$$

$$5 + x = 2$$

$$x = -3$$

Ответ : $-3.$

21. Найдите корень уравнения: $\sqrt{-72 + 17x} = x$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Решение. $\sqrt{-72 + 17x} = x$

$$\begin{cases} (\sqrt{-72 + 17x})^2 = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -72 + 17x = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 17x + 72 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 8 \\ x = 9 \end{cases}$$

Ответ : 8.

22. Найдите корень уравнения: $\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

В ответе запишите наибольший отрицательный корень.

Решение.

$$\cos \frac{8\pi x}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{8\pi x}{6} = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{1}{8} + \frac{3n}{2}, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{1}{8} + \frac{3n}{2} < 0$$

$$n < -\frac{3}{4}$$

$$n = -1$$

$$x_1 = \frac{1}{8} - \frac{3}{2} = -\frac{11}{8}$$

$$-\frac{1}{8} + \frac{3n}{2} < 0$$

$$n < \frac{1}{12}$$

$$n = 0$$

$$x_2 = -\frac{1}{8}$$

Наибольший отрицательный корень $x = -\frac{1}{8} = -0,125$.

Ответ : $-0,125$.

23. Найдите корень уравнения: $\sqrt[3]{x+4} = 3$.

Решение.

$$\sqrt[3]{x+4} = 3$$
$$\left(\sqrt[3]{x+4}\right)^3 = 3^3$$
$$x+4 = 27$$
$$x = 23$$

Ответ : 23.

24. Найдите корень уравнения: $x^2 - 9 = (x+3)^2$.

Решение.

1 способ :

$$x^2 - 9 = (x+3)^2$$
$$x^2 - 9 = x^2 + 6x + 9$$
$$6x = -18$$
$$x = -3$$

2 способ :

$$x^2 - 9 = (x+3)^2$$
$$(x-3)(x+3) - (x+3)^2 = 0$$
$$(x+3)(x-3 - (x+3)) = 0$$
$$(x+3)(-6) = 0$$
$$x = -3$$

Ответ : -3.

25. Найдите корень уравнения: $\frac{6}{x^2 + 2} = 1$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Решение.

$$\frac{6}{x^2 + 2} = 1$$

$$x^2 + 2 = 6$$

$$x^2 = 4$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ x = 2 \end{cases}$$

Ответ : 2.

26. Найдите корень уравнения: $\frac{3x}{x^2 - 4} = 1.$

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Решение.

$$\frac{3x}{x^2 - 4} = 1$$

$$\text{ОДЗ : } x \neq \pm 2.$$

$$x^2 - 4 = 3x$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$\begin{cases} x = -1 \\ x = 4 \end{cases}$$

Ответ : 4.

27. Найдите корень уравнения: $(5x - 3)^2 = (5x + 13)^2$.

Решение.

1 способ :

$$(5x - 3)^2 = (5x + 13)^2$$

$$\left[\begin{array}{l} 5x - 3 = 5x + 13 \\ 5x - 3 = -5x - 13 \end{array} \right.$$

$\left[\begin{array}{l} \text{нет решений} \end{array} \right.$

$$\left[\begin{array}{l} x = -1 \end{array} \right.$$

2 способ :

$$(5x - 3)^2 = (5x + 13)^2$$

$$25x^2 - 30x + 9 = 25x^2 + 130x + 169$$

$$-160x = 160$$

$$x = -1$$

Ответ : -1 .

28. Найдите корень уравнения: $(x - 6)^2 = -24x$.

Решение.

$$(x - 6)^2 = -24x$$

$$x^2 - 12x + 36 = -24x$$

$$x^2 + 12x + 36 = 0$$

$$(x + 6)^2 = 0$$

$$x = -6$$

Ответ : -6 .

29. Найдите корень уравнения: $\frac{6}{13}x^2 = 19\frac{1}{2}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из корней.

Решение.
$$\frac{6}{13}x^2 = 19\frac{1}{2}$$

$$\frac{6}{13}x^2 = \frac{39}{2}$$

$$x^2 = \frac{39}{2} : \frac{6}{13}$$

$$x^2 = \frac{39 \cdot 13}{2 \cdot 6}$$

$$x^2 = \frac{169}{4}$$

$$x = \pm \frac{13}{2}$$

Ответ : $-6,5$.

30. Найдите корень уравнения: $\frac{x-6}{7x+3} = \frac{x-6}{5x-1}$.

Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из корней.

Решение. ОДЗ : $x \neq 0,2; x \neq -\frac{3}{7}$.

1 способ :

$$\frac{x-6}{7x+3} = \frac{x-6}{5x-1}$$

$$\begin{cases} 7x+3 = 5x-1 \\ x-6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 \end{cases}$$

2 способ :

$$\frac{x-6}{7x+3} = \frac{x-6}{5x-1}$$

$$(x-6)(5x-1) = (x-6)(7x+3)$$

$$(x-6)((5x-1)-(7x+3)) = 0$$

$$(x-6)(-2x-4) = 0$$

$$\begin{cases} x-6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2x-4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \end{cases}$$

Ответ : 6.

31. Найдите корень уравнения: $\operatorname{tg} \frac{\pi(x-6)}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

В ответе запишите наименьший положительный корень.

Решение.

$$\operatorname{tg} \frac{\pi(x-6)}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$7 + 6n > 0$$

$$6n > -7$$

$$\frac{\pi(x-6)}{6} = \frac{\pi}{6} + \pi n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$n > -\frac{7}{6}$$

$$x - 6 = 1 + 6n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$n = -1$$

$$x = 7 + 6n, \quad n \in \mathbb{Z}$$

$$x = 7 + 6 \cdot (-1) = 1$$

Наименьший положительный корень $x = 1$.

Ответ : 1.

31. Найдите корень уравнения: $\sin \frac{\pi(2x - 3)}{6} = -0,5$.

В ответе запишите наименьший положительный корень.

Решение.

$$\sin \frac{\pi(2x - 3)}{6} = -0,5$$

$$\left[\frac{\pi(2x - 3)}{6} = -\frac{\pi}{6} + 2\pi n, \right.$$

$$\left. \frac{\pi(2x - 3)}{6} = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi n, \quad n \in Z \right.$$

$$\left[2x - 3 = -1 + 12n, \right.$$

$$\left. 2x - 3 = -5 + 12n, \quad n \in Z \right.$$

$$\left[x = 1 + 6n, \right.$$

$$\left. x = -1 + 6n, \quad n \in Z \quad (\text{продолжение следует}) \right.$$

31. Найдите корень уравнения: $\sin \frac{\pi(2x - 3)}{6} = -0,5$.

В ответе запишите наименьший положительный корень.

Решение.

(продолжение)

$$\begin{cases} x = 1 + 6n, \\ x = -1 + 6n, \quad n \in Z \end{cases}$$

$$1 + 6n > 0$$

$$-1 + 6n > 0$$

$$6n > -1$$

$$6n > 1$$

$$n > -\frac{1}{6}$$

$$n > \frac{1}{6}$$

$$n = 0$$

$$n = 1$$

$$x_1 = 1 + 6 \cdot 0 = 1$$

$$x_2 = -1 + 6 \cdot 1 = 5$$

Наименьший положительный корень $x = 1$.

Ответ : 1.

32. Найдите корень уравнения: $9^{7-x} = 81^{2x}$.

Решение. $9^{7-x} = 81^{2x}$

$$9^{7-x} = 9^{4x}$$

$$7 - x = 4x$$

$$5x = 7$$

$$x = 1,4$$

Ответ : 1,4.

33. Найдите корень уравнения: $8^{3-2x} = 0,64 \cdot 10^{3-2x}$.

Решение. $8^{3-2x} = 0,64 \cdot 10^{3-2x} \quad | : 10^{3-2x}$

$$\frac{8^{3-2x}}{10^{3-2x}} = 0,64$$

$$\left(\frac{8}{10}\right)^{3-2x} = \frac{64}{100}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{3-2x} = \frac{16}{25}$$

$$\left(\frac{4}{5}\right)^{3-2x} = \left(\frac{4}{5}\right)^2$$

$$3 - 2x = 2$$

$$x = 0,5$$

Ответ : 0,5.

34. Найдите корень уравнения:

$$\log_7(x^2 - 4x) = \log_7(x^2 + 1)$$

Решение.

$$\log_7(x^2 - 4x) = \log_7(x^2 + 1)$$

$$\begin{cases} x^2 - 4x = x^2 + 1, \\ x^2 - 4x > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x = 1, \\ x(x - 4) > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -0,25, \\ \begin{cases} x < 0, \\ x > 4. \end{cases} \end{cases}$$

$$x = -0,25.$$

Ответ : - 0,25.

35. Найдите корень уравнения:

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + 2.$$

Решение.

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + 2$$

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2(7 - 6x) + \log_2 4$$

$$\log_2(7 + 6x) = \log_2 4(7 - 6x)$$

$$\begin{cases} 7 + 6x = 28 - 24x, \\ 7 + 6x > 0, \\ 7 - 6x > 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 30x = 21, \\ -\frac{7}{6} < x < \frac{7}{6}; \end{cases}$$

$$x = 0,7.$$

Ответ : 0,7.

36. Найдите корень уравнения: $\log_{x-1} 81 = 2$.

Решение.

1 способ :

$$\log_{x-1} 81 = 2$$

$$(x - 1)^2 = 81$$

$$\begin{cases} (x - 1)^2 = 81, \\ x - 1 > 0, \\ x - 1 \neq 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1, \\ \begin{cases} x - 1 = 9, \\ x - 1 = -9 \end{cases} \\ x \neq 2; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > 1, \\ \begin{cases} x = 10, \\ x = -8, \end{cases} \\ x \neq 2; \end{cases} \quad x = 10.$$

2 способ :

$$\log_{x-1} 81 = 2$$

$$\log_{x-1} 9^2 = 2$$

$$2 \log_{x-1} 9 = 2$$

$$\log_{x-1} 9 = 1$$

$$x - 1 = 9$$

$$x = 10.$$

Ответ : 10.

37. Найдите корень уравнения: $\frac{1}{2x-11} = \frac{1}{3}$.

Решение.

$$\frac{1}{2x-11} = \frac{1}{3}$$

$$2x-11 = 3$$

$$2x = 14$$

$$x = 7$$

Ответ : 7.

$$\text{ОДЗ : } x \neq 5,5.$$

38. Найдите корень уравнения: $(x+2)^5 = 32$.

Решение.

$$(x+2)^5 = 32$$

$$(x+2)^5 = 2^5$$

$$x+2 = 2$$

$$x = 0$$

Ответ : 0.

39. Найдите корень уравнения: $\frac{1}{5x+14} = \frac{1}{7x+3}$.

Решение.

$$\frac{1}{5x+14} = \frac{1}{7x+3}$$

$$5x+14 = 7x+3$$

$$2x = 11$$

$$x = 5,5$$

Ответ : 5,5.

$$\text{ОДЗ : } x \neq -2,8; x \neq -\frac{3}{7}.$$

40. Найдите корень уравнения: $(x+1)^3 = -1000$.

Решение.

$$(x+1)^3 = -1000$$

$$(x+1)^3 = (-10)^3$$

$$x+1 = -10$$

$$x = -11$$

Ответ : -11.

41. Найдите корень уравнения: $\log_{81} 3^{2x-3} = 3.$

Решение. $\log_{81} 3^{2x-3} = 3$
 $(2x - 3) \log_{3^4} 3 = 3$

$$\frac{2x - 3}{4} = 3$$

$$2x - 3 = 12$$

$$x = 7,5$$

Ответ : 7,5.

42. Найдите корень уравнения: $2^{\log_4(2x+6)} = 4.$

Решение. $2^{\log_4(2x+6)} = 4$
 $2^{\log_4(2x+6)} = 2^2$
 $\log_4(2x+6) = 2$

$$2x + 6 = 4^2$$

$$x = 5$$

Ответ : 5.

Используемые материалы

- <http://mathege.ru/or/ege/Main.html> – Материалы открытого банка заданий по математике 2016 года