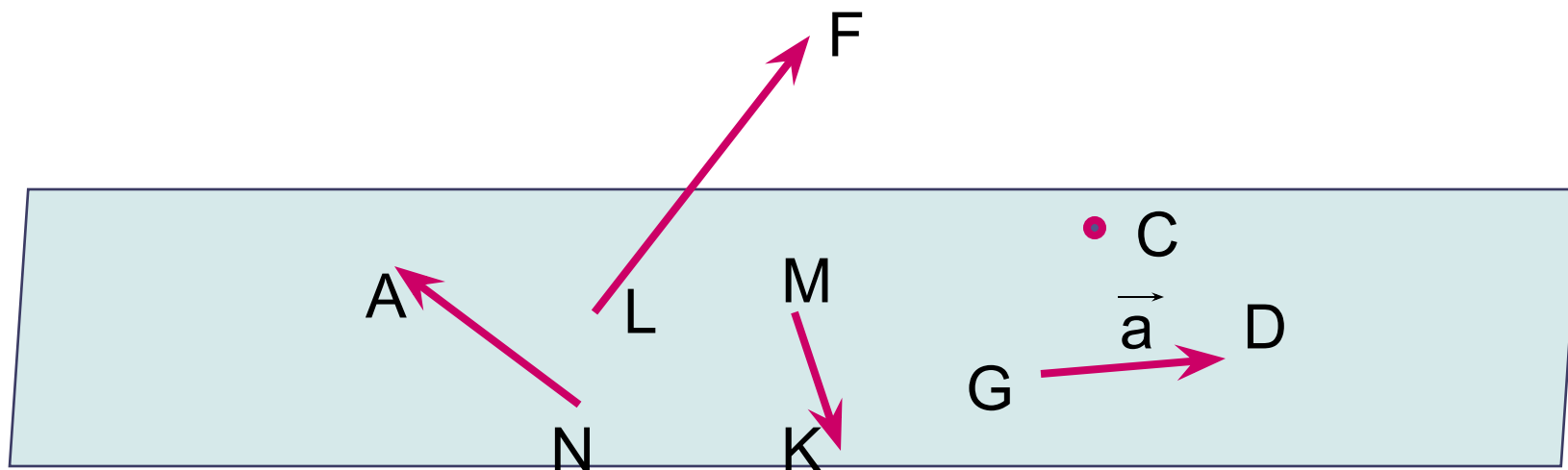


Векторы в пространстве

§ 1

***ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА
В ПРОСТРАНСТВЕ***

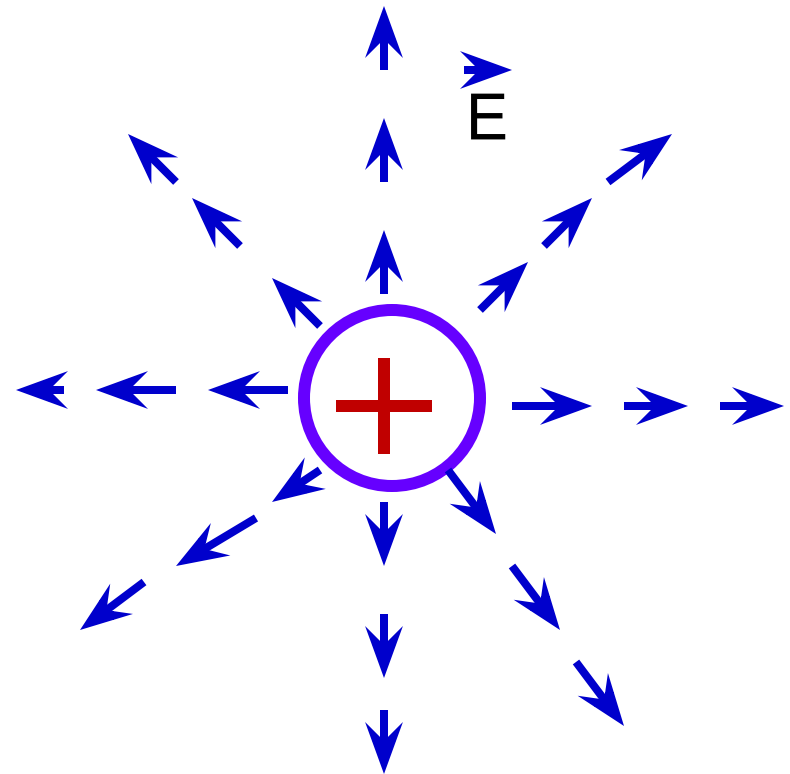
Вектор – отрезок, для которого указано, какой из его концов считается началом, а какой - концом.
Нулевой вектор – любая точка пространства.



$$\vec{NA}, \vec{LF}, \vec{a}, \vec{CC} = \vec{0}$$

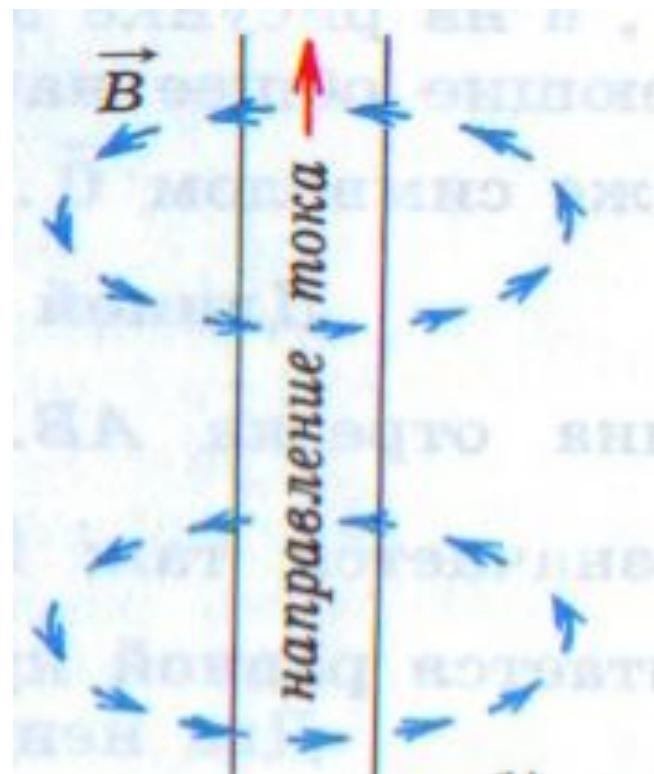
- **Электрическое поле, создаваемое в пространстве зарядами, характеризуется в каждой точке пространства вектором напряженности электрического поля.**

- **На рис. изображены векторы напряженности электрического поля положительного точечного заряда.**



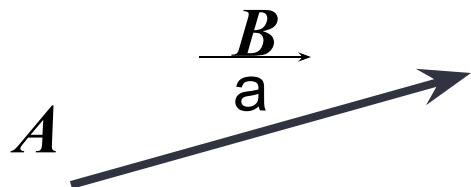
- **Электрический ток, т.е. направленное движение зарядов, создает в пространстве магнитное поле, которое характеризуется в каждой точке пространства вектором магнитной индукции.**

- **На рис. изображены векторы магнитной индукции магнитного поля прямого проводника с током.**



- *Длиной ненулевого вектора AB называется длина отрезка AB*

Обозначение : $|\vec{a}|$ или $|\vec{AB}|$



- *Длина нулевого вектора равна 0*

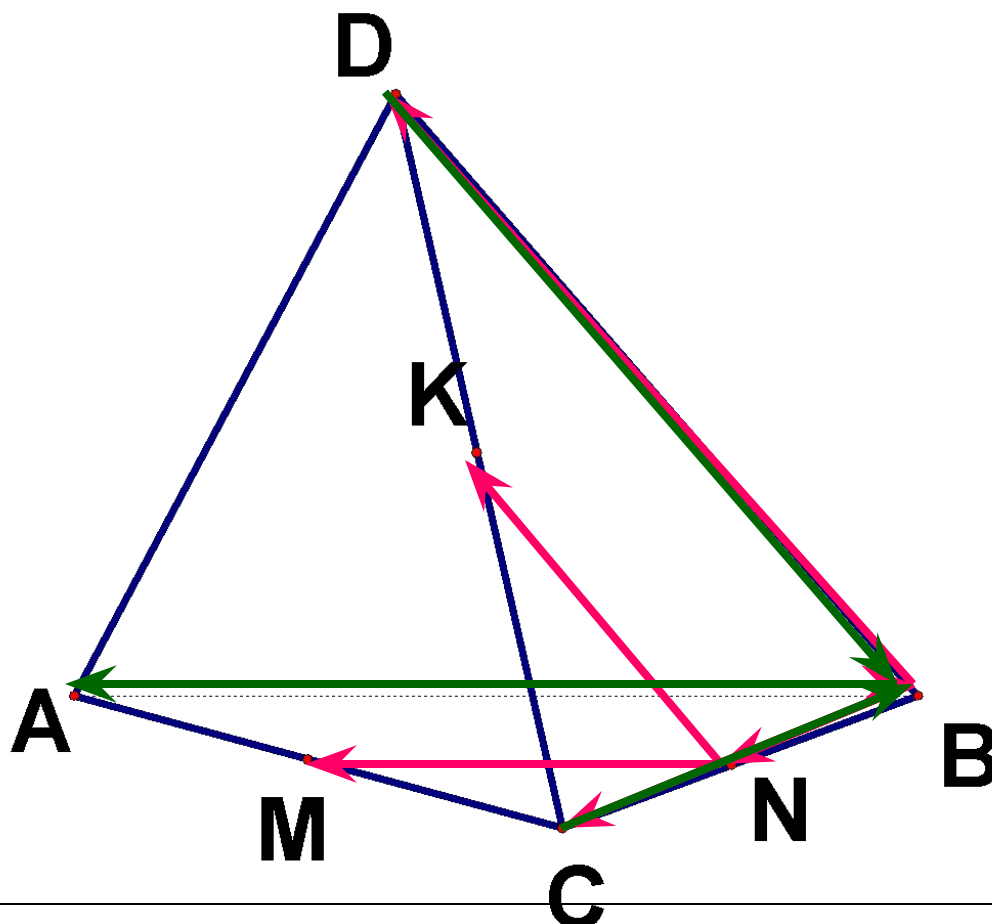
$$|\vec{0}| = 0, \quad |\vec{CC}| = 0$$

C
•

№ 320

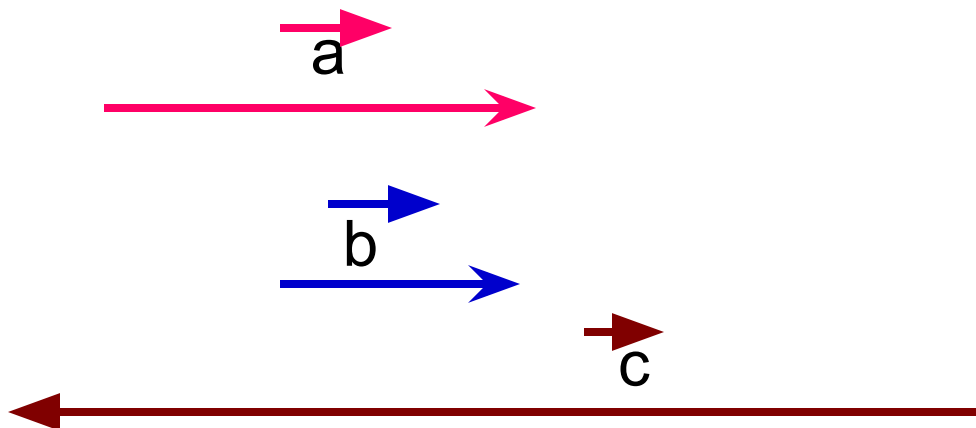
В тетраэдре $DABC$ точки M, N, K – середины ребер AC, BC, CD . $AB=3\text{см}$, $BC=4\text{см}$, $BD=5\text{см}$.

Найти длины векторов: а) $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{NM}$, $\overrightarrow{BN}$, $\overrightarrow{NK}$
б) $\overrightarrow{CB}$, $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{DB}$, $\overrightarrow{NC}$, $\overrightarrow{KN}$

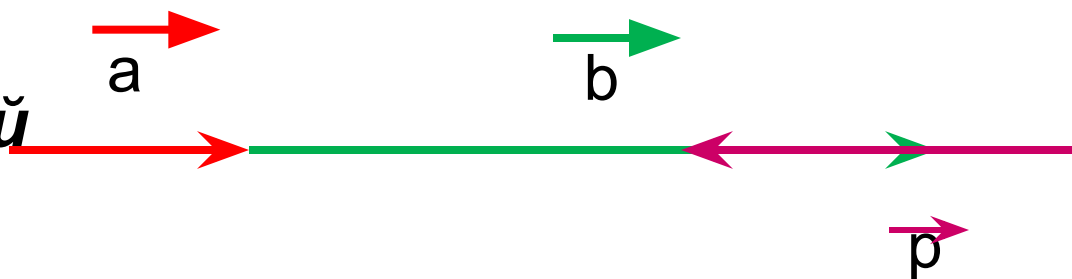


Коллинеарные векторы (от лат. *com* — совместно и *linea* — линия)

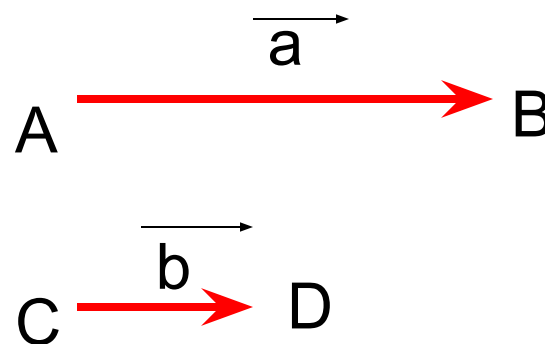
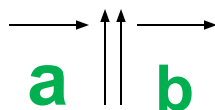
- **Лежат на параллельных прямых**



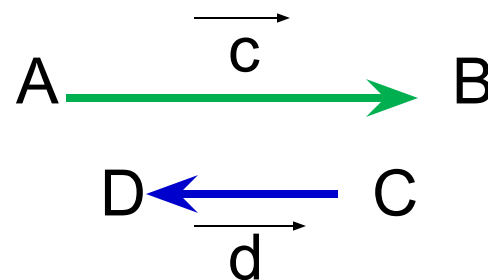
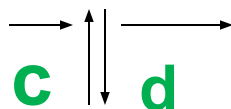
- **Лежат на одной прямой.**



Два ненулевых вектора называются **сонаправленными**, если они коллинеарны и лучи AB и CD сонаправлены

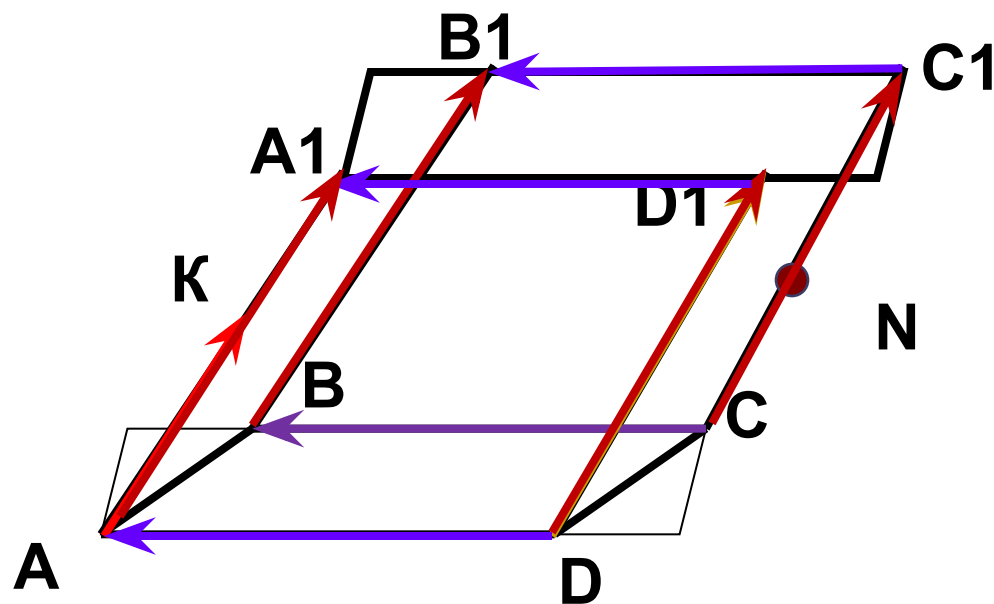


Два ненулевых вектора называются **противоположно направленными**, если они коллинеарны и лучи AB и CD противоположно направлены



Укажите векторы, сонаправленные с $\vec{AK}$, $\vec{CB}$

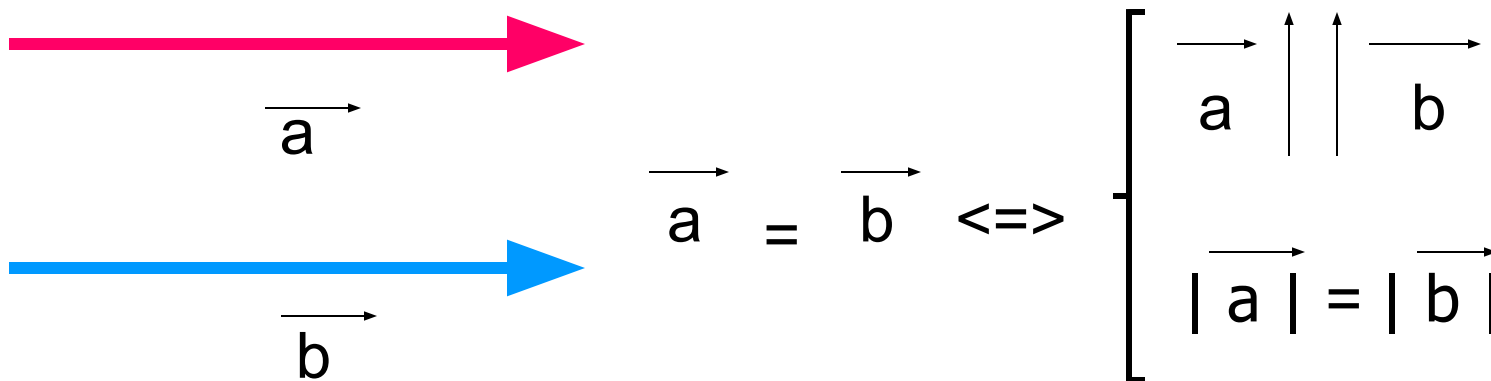
Противоположно направлены $\vec{DD_1}$



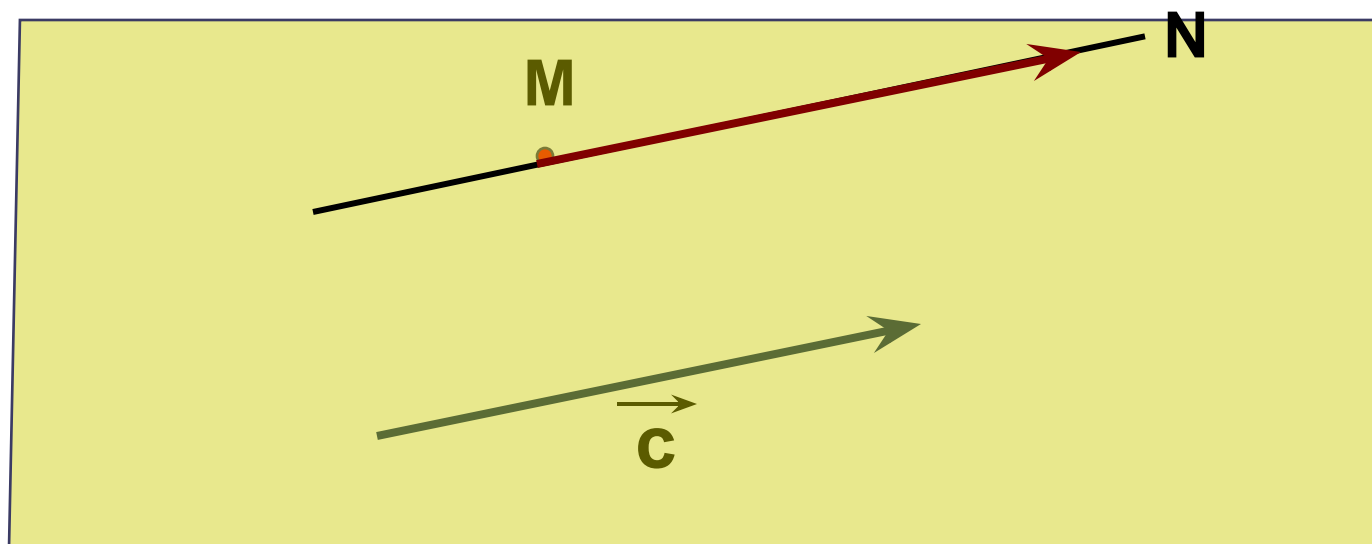
Векторы называются **РАВНЫМИ**, если они:

1. сонаправлены

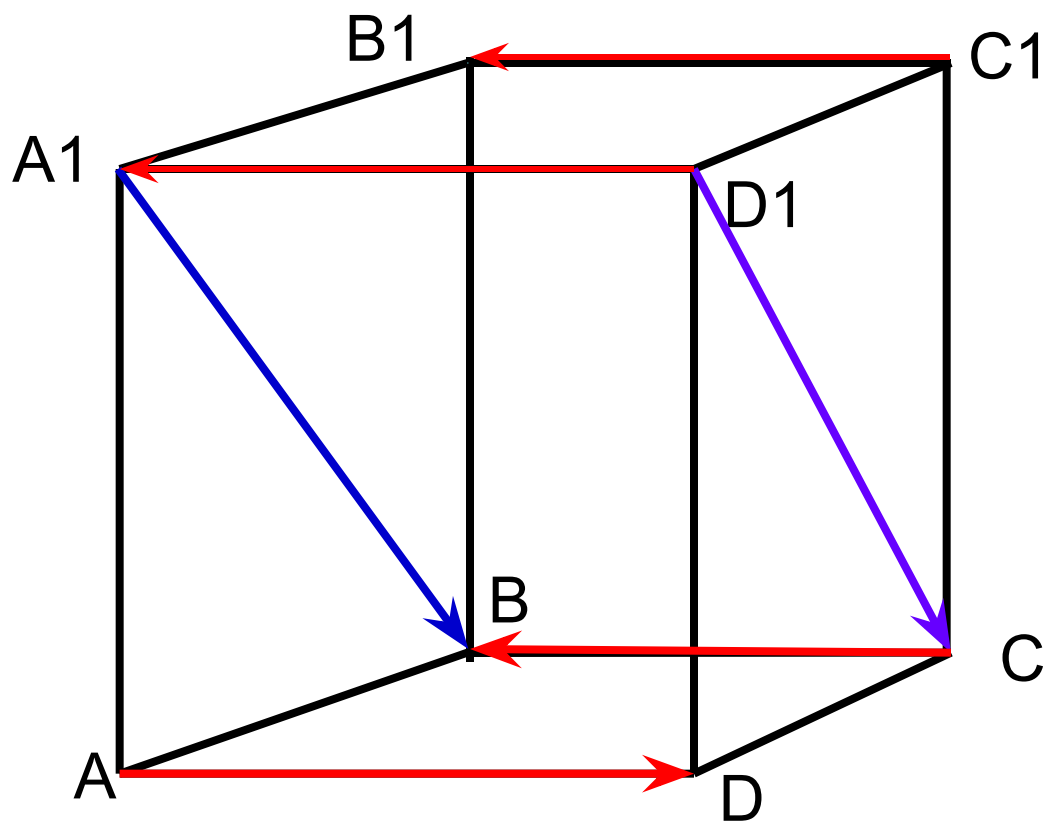
2. их длины равны.



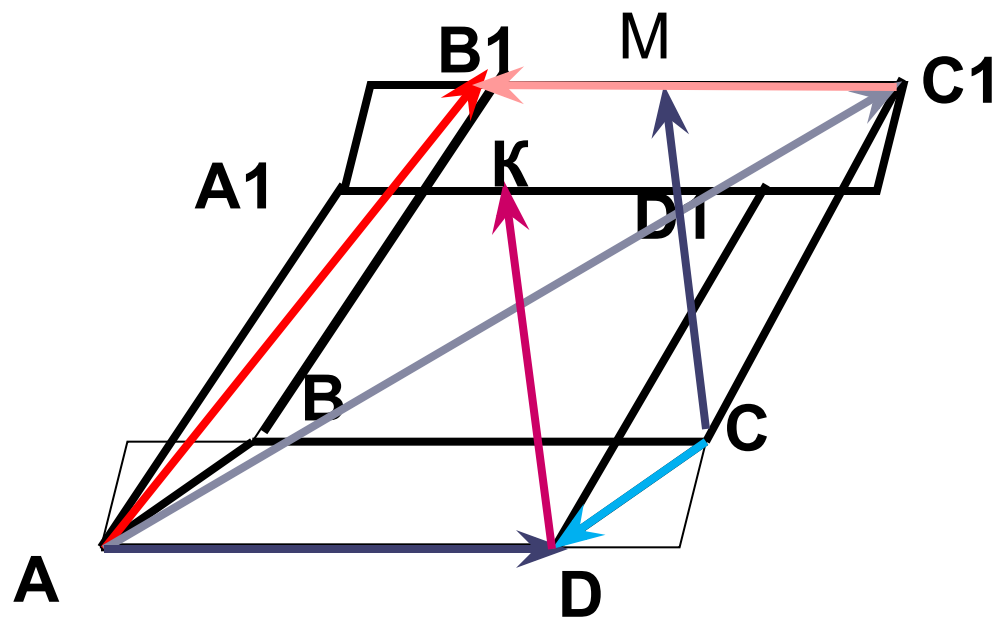
***От любой точки пространства можно
отложить вектор, равный данному и
при этом только один***



**Постройте 1) вектор с началом в точке D_1 ,
равный вектору A_1B ;
2) два вектора с началом и концом в вершинах
куба, коллинеарные с вектором AD , но не равные
ему.**



№322

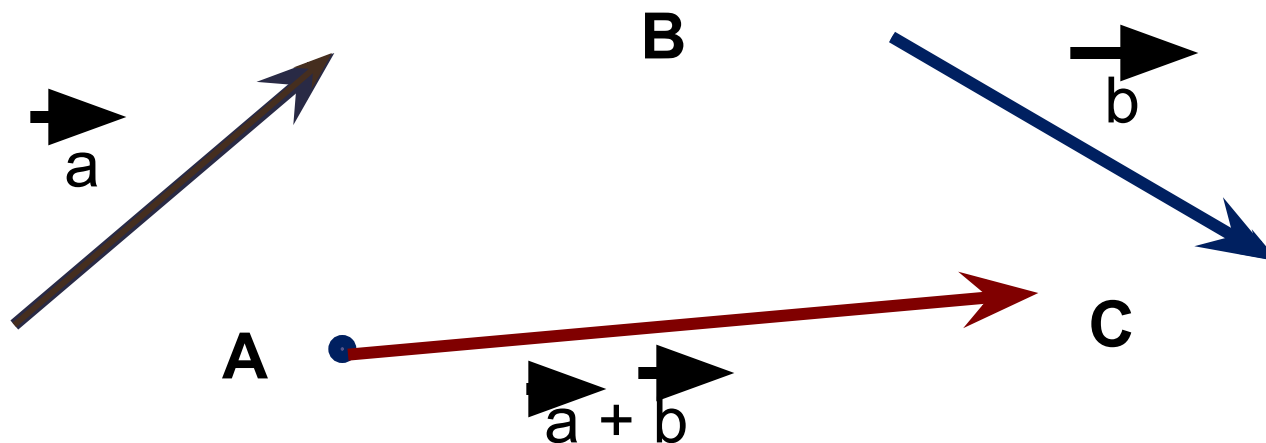


Указать все пары:

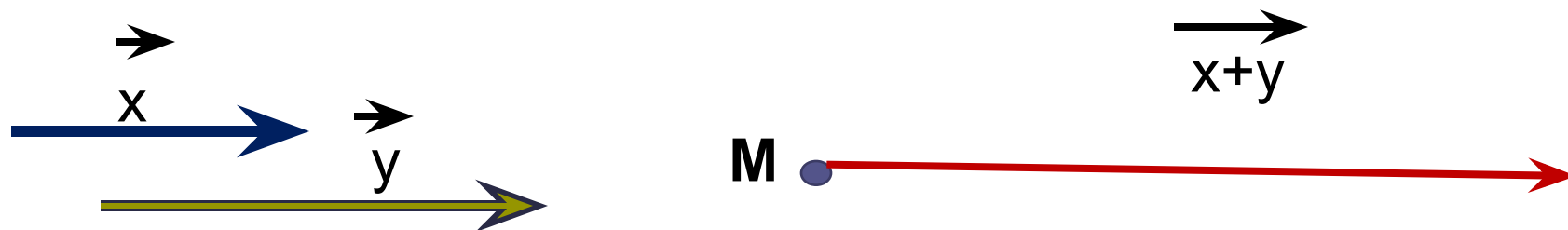
- 1. сонаправленных векторов;**
- 2. Противоположно направленных векторов;**
- 3. Равных векторов**

§ 2 СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

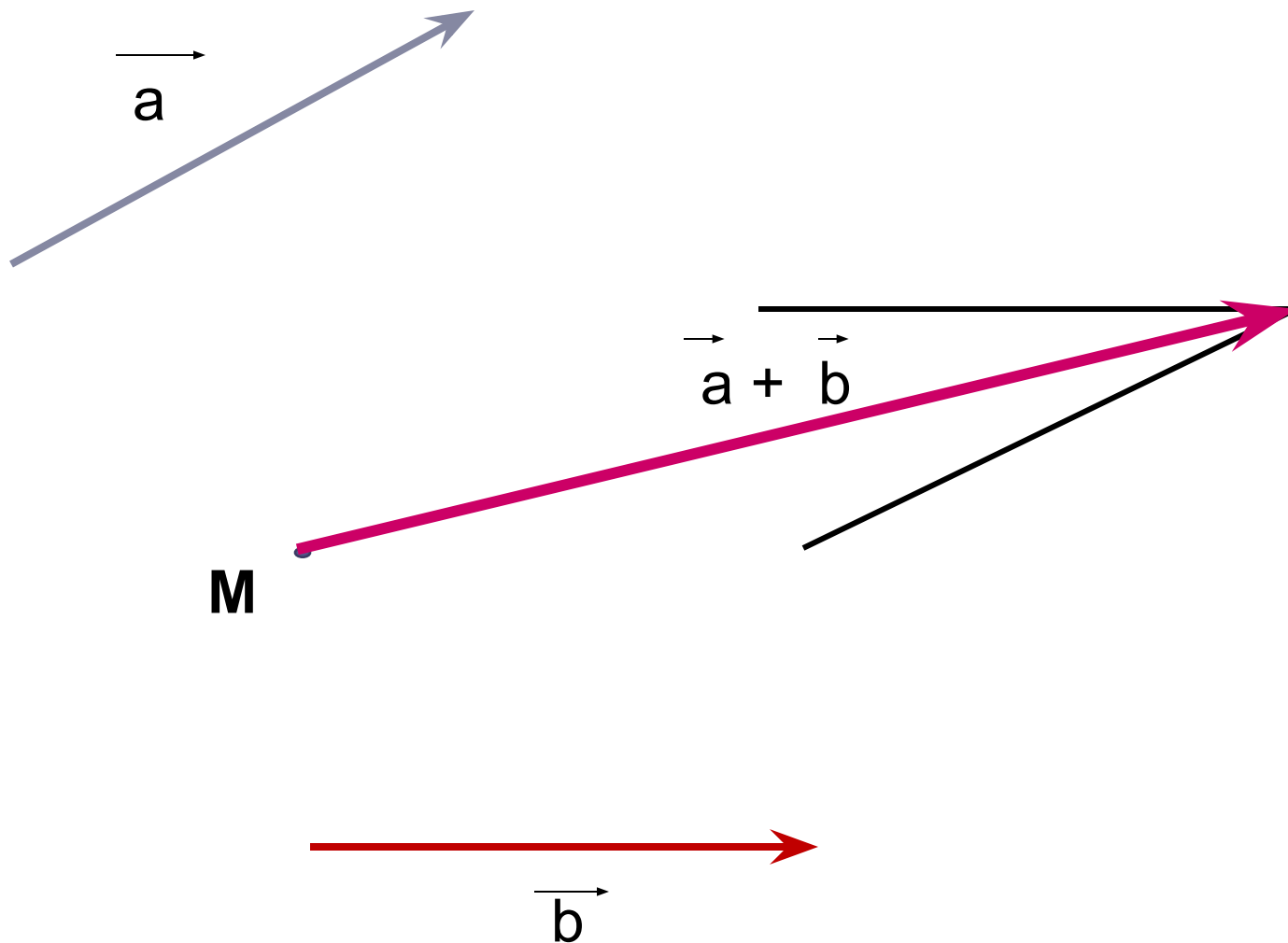
Правило треугольника



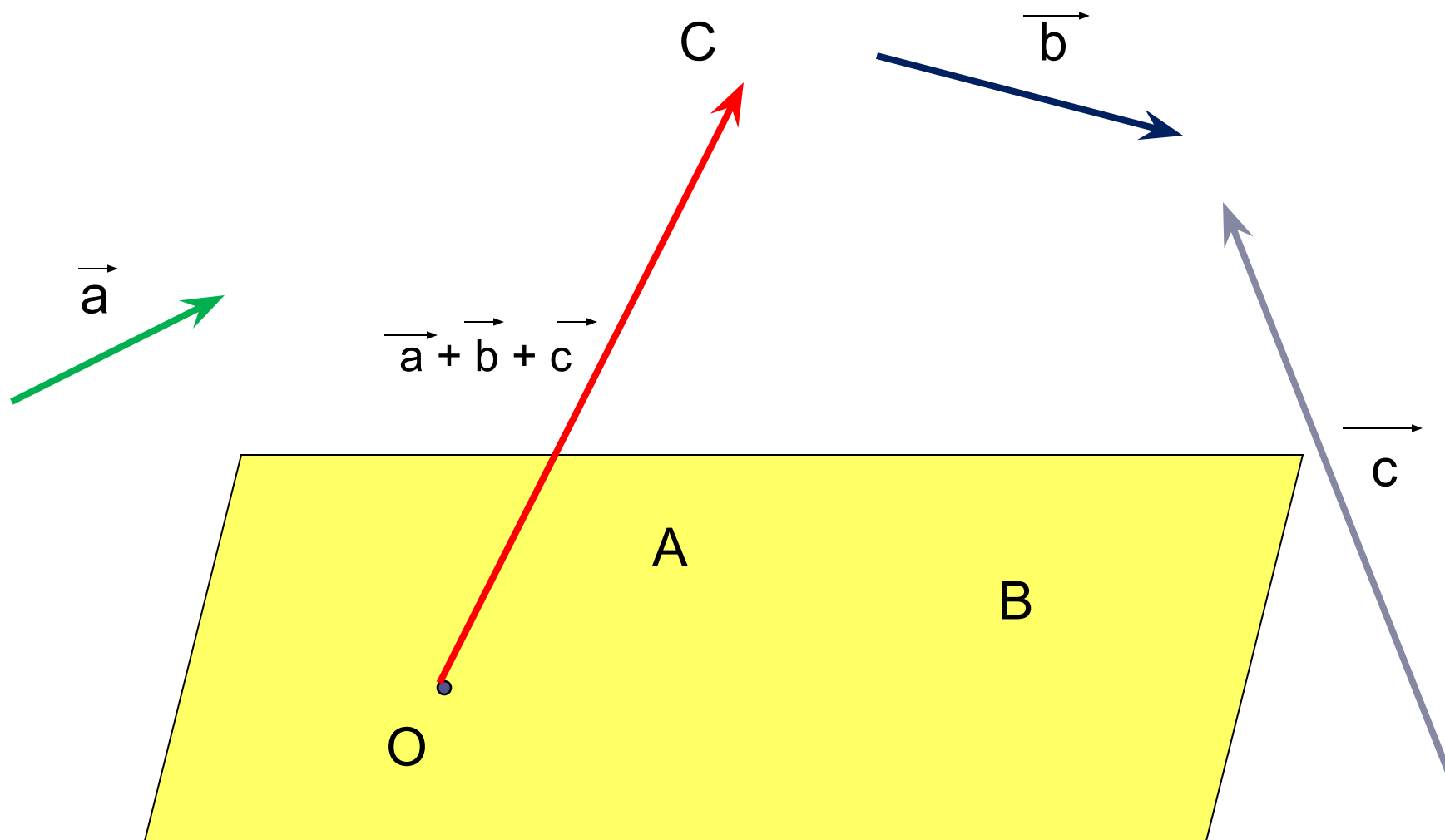
$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$



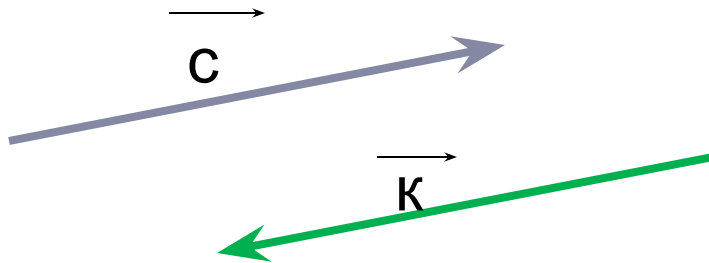
Правило параллелограмма



Правило многоугольника



Противоположные векторы

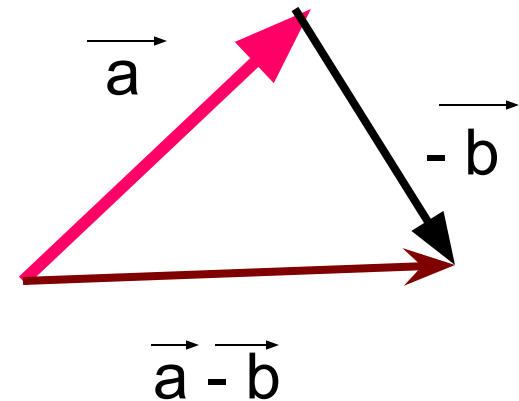
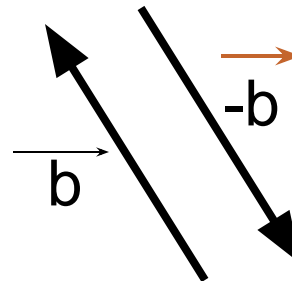
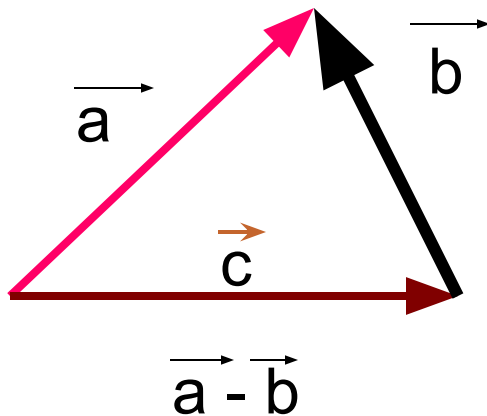


Векторы $\vec{c}$ и $\vec{k}$
противоположны, если
 $\vec{c} \parallel \vec{k}$ и $|\vec{c}| = |\vec{k}|$

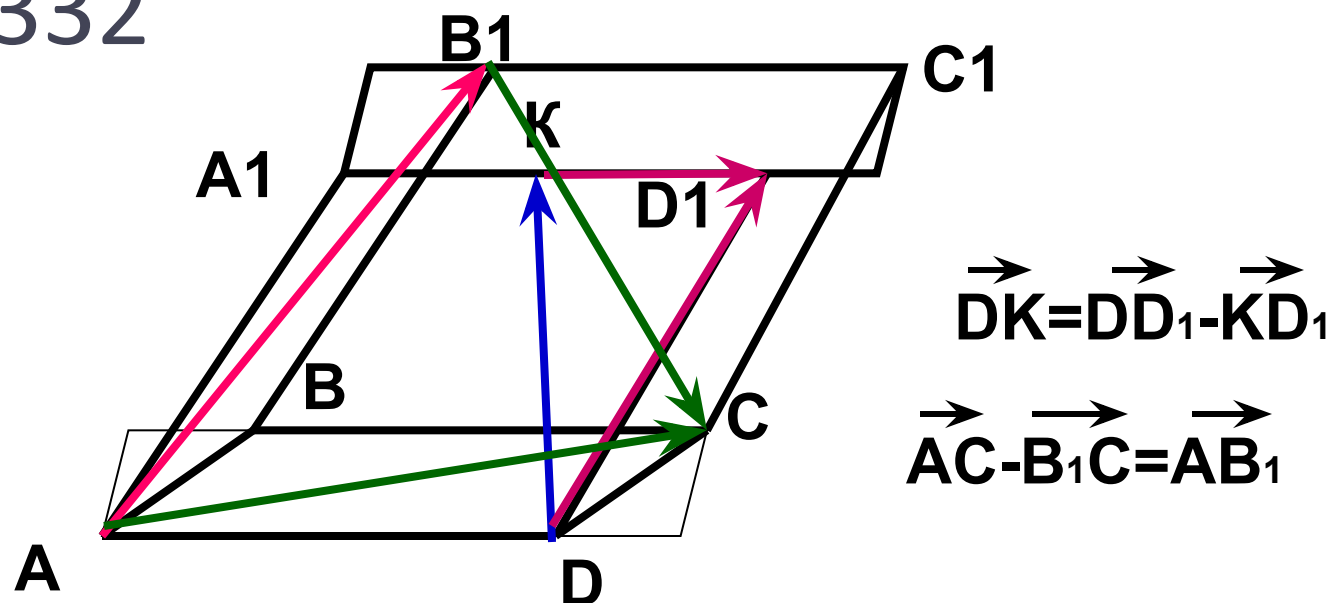
Вычитание векторов

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{c} \Leftrightarrow \vec{b} + \vec{c} = \vec{a}$$

$$\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$$

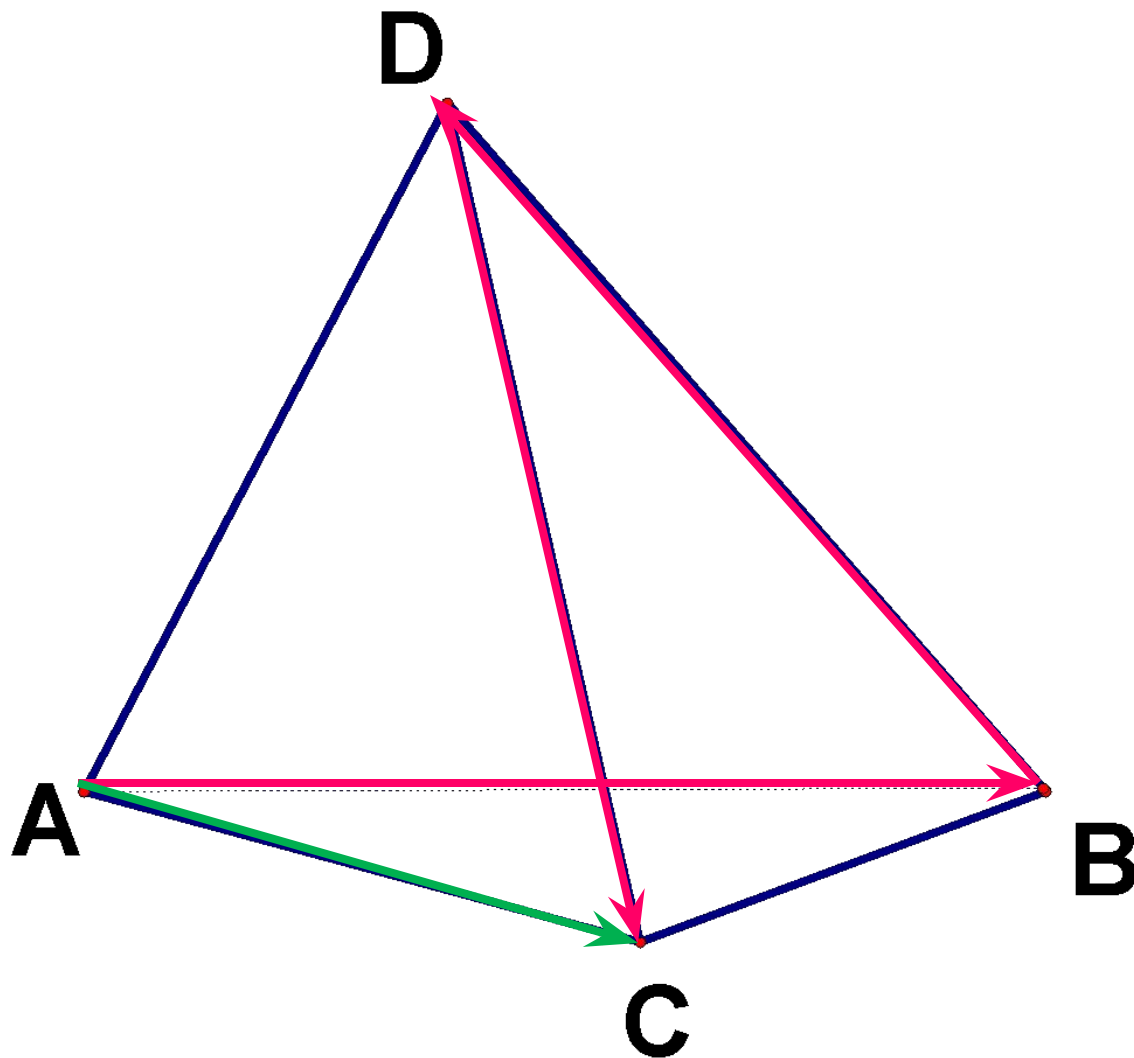


№ 332



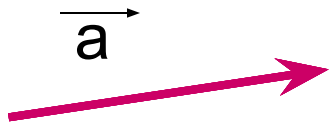
Представьте векторы AB_1 и DK в виде разности двух векторов с началом и концом в указанных на рисунке точках

Найдите сумму векторов $\vec{AB} + \vec{BD} + \vec{DC}$.



Умножение вектора на число

Произведением ненулевого вектора $\vec{a}$ на число k называется такой вектор $\vec{b}$, длина которого равна $|k| \cdot |\vec{a}|$, причем

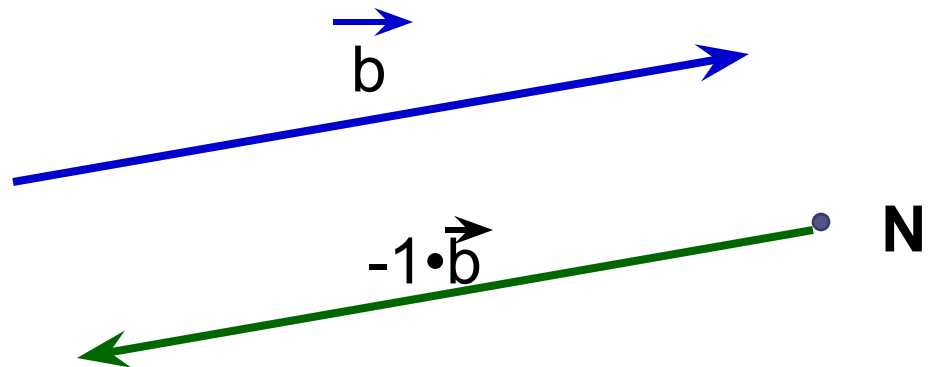


При $k > 0$ векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ сонаправлены

M •

$$3\vec{a} = \vec{b}$$

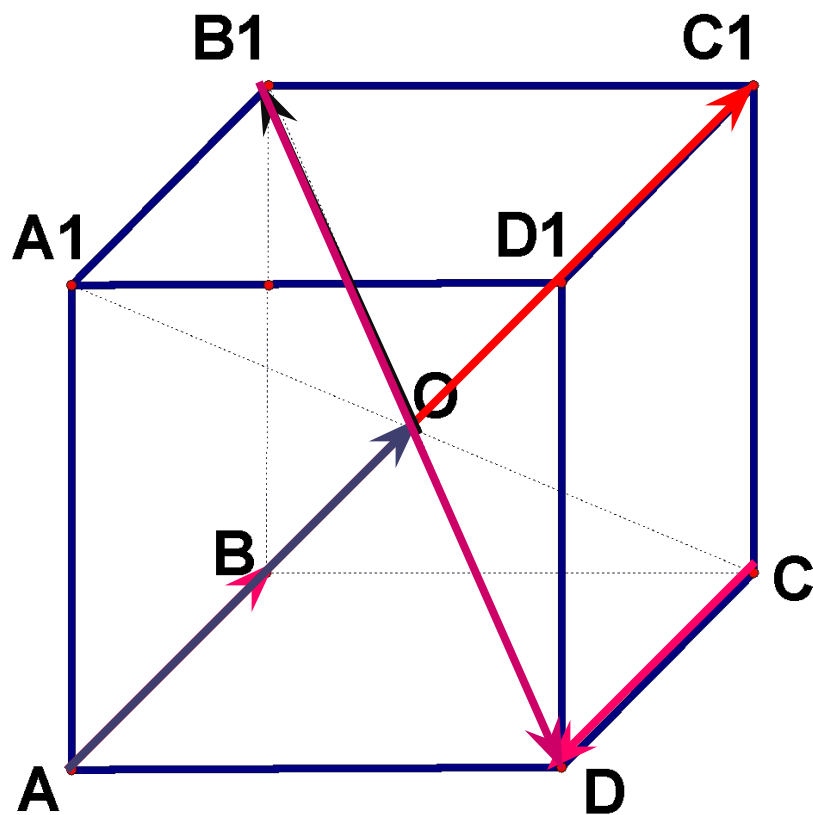
При $k < 0$ векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ противоположно направлены



Законы сложения и умножения вектора на число

1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (переместительный)
2. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$ (сочетательный)
3. $(k \cdot n) \vec{a} = k (n \vec{a})$ (сочетательный)
4. $k (\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ (распределительный)
5. $(k + n) \vec{a} = k\vec{a} + n\vec{a}$ (распределительный)

№344 Диагонали куба $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ пересекаются в точке O . Найдите число k такое, чтобы равенства были верны.



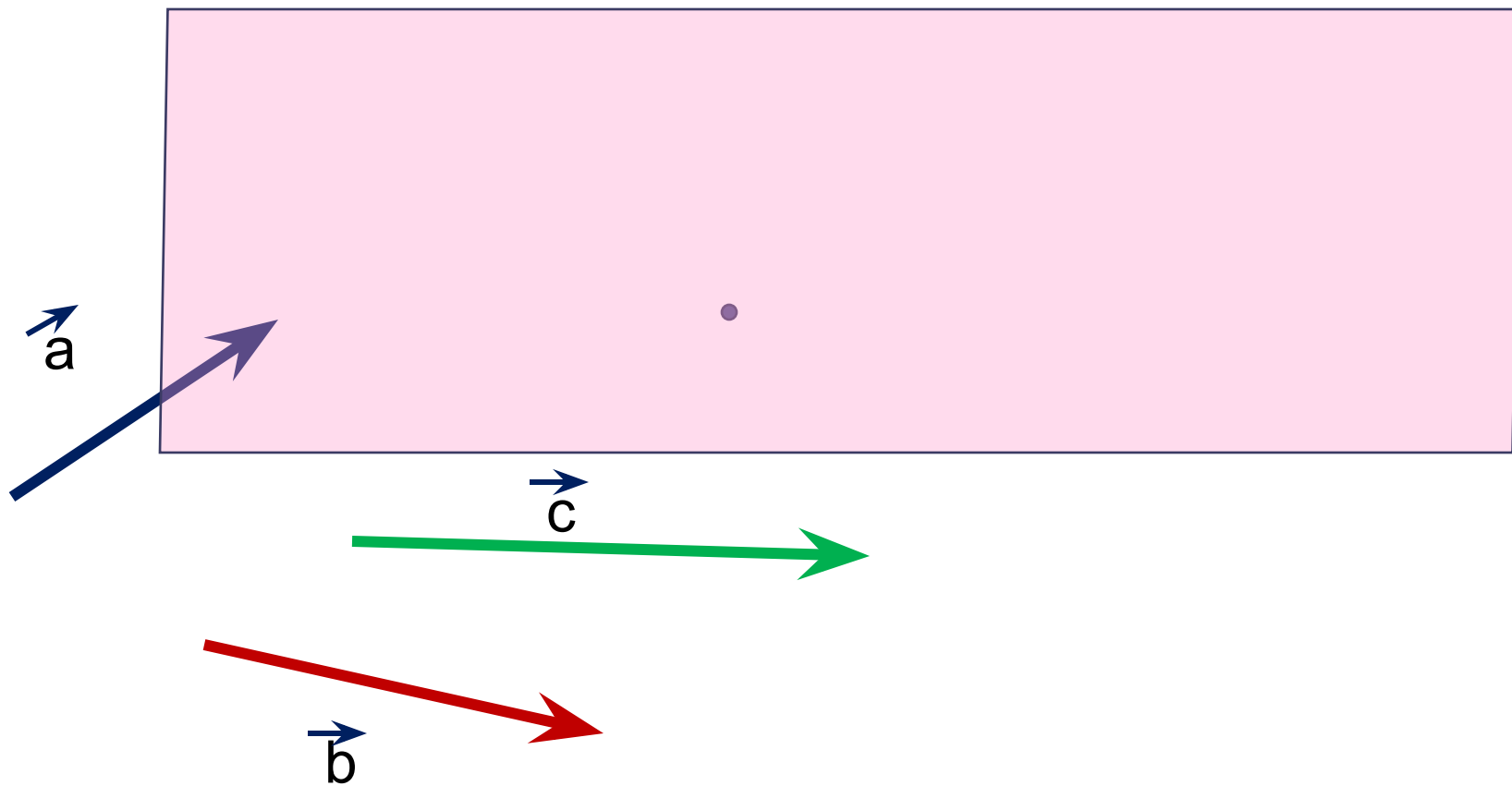
$$1) \overrightarrow{AB} = k \cdot \overrightarrow{CD} \quad K = -1$$

$$2) \overrightarrow{AC1} = k \cdot \overrightarrow{AO} \quad K = 2$$

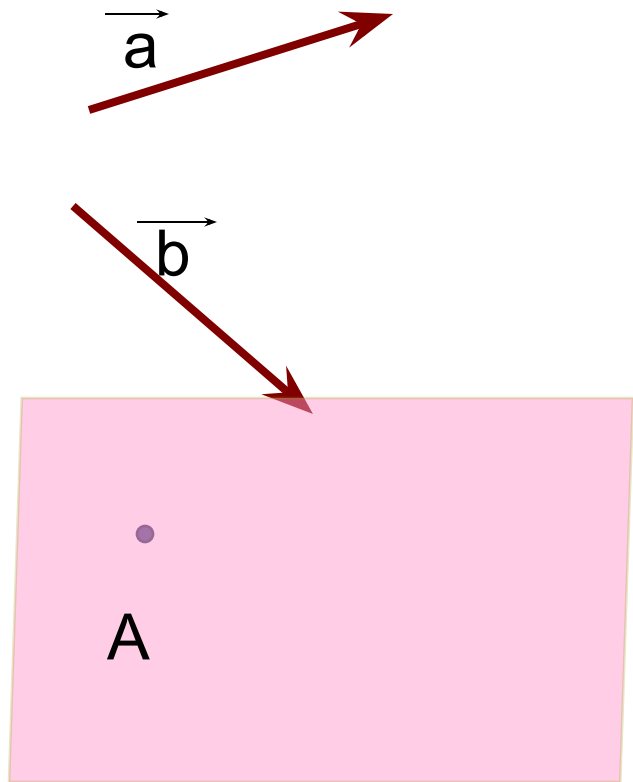
$$3) \overrightarrow{OB1} = k \cdot \overrightarrow{B1D} \quad K = -0,5$$

§ 3 КОМПЛАНАРНЫЕ ВЕКТОРЫ

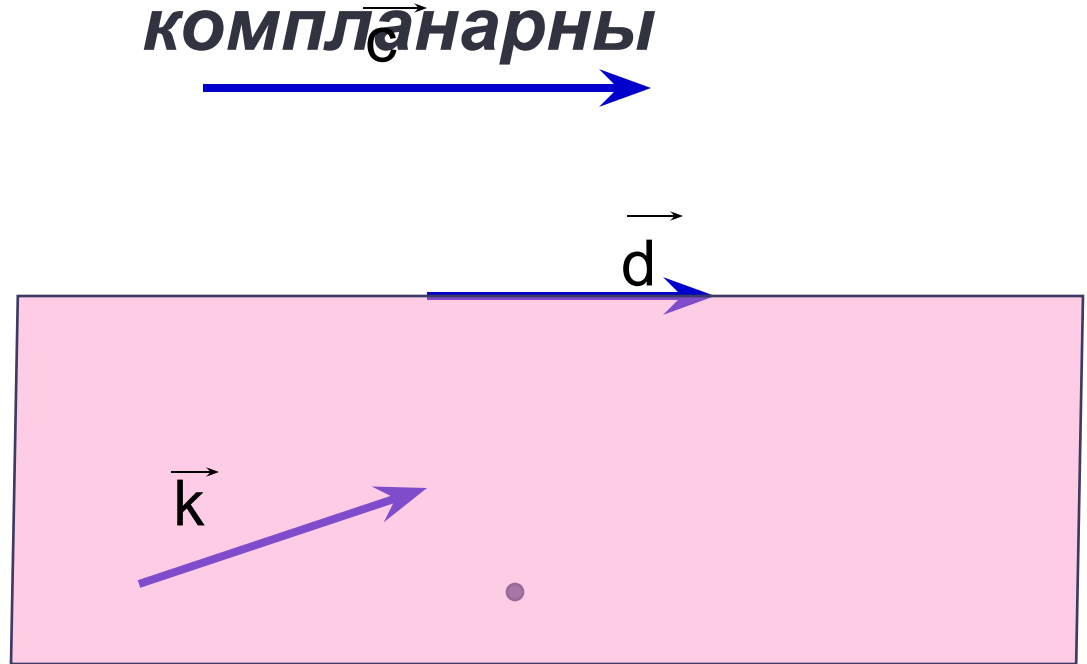
Компланарные векторы (от лат. *com* — совместно и *planum* — плоскость)



*Любые два
вектора
компланарны*

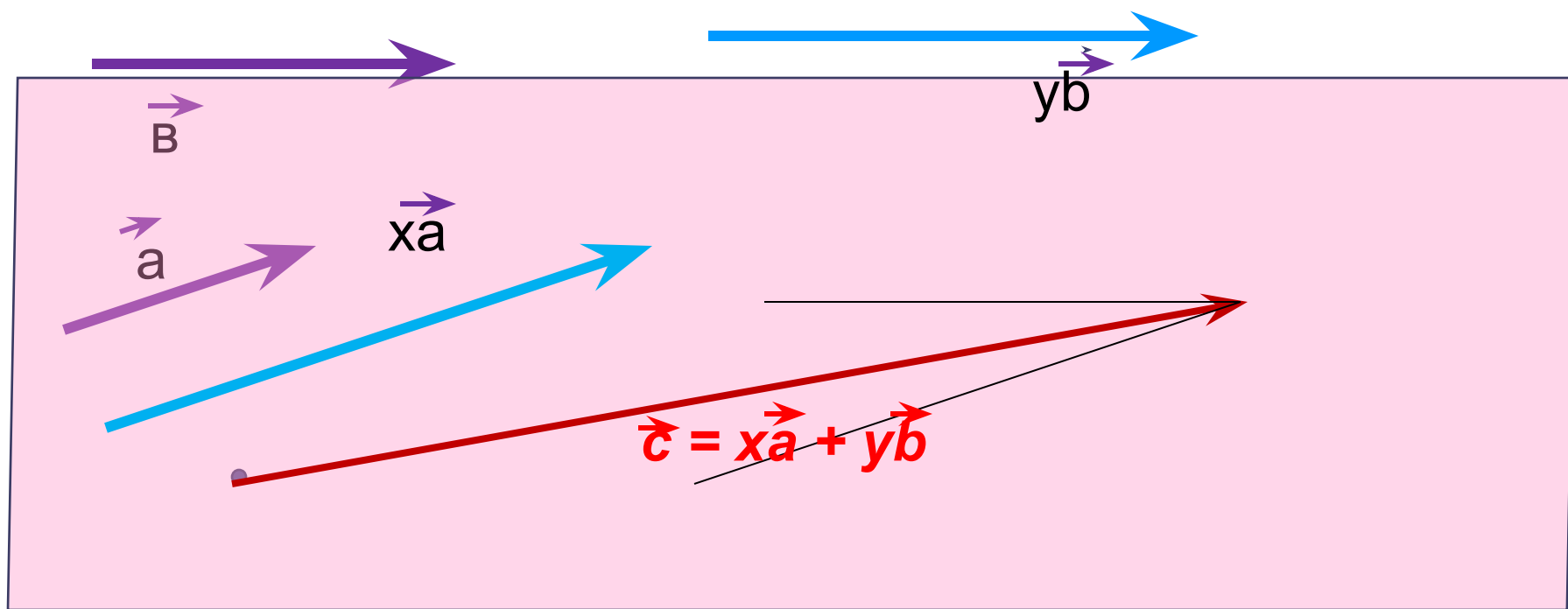


*Любые три вектора, два
из которых
коллинеарные,
компланарны*



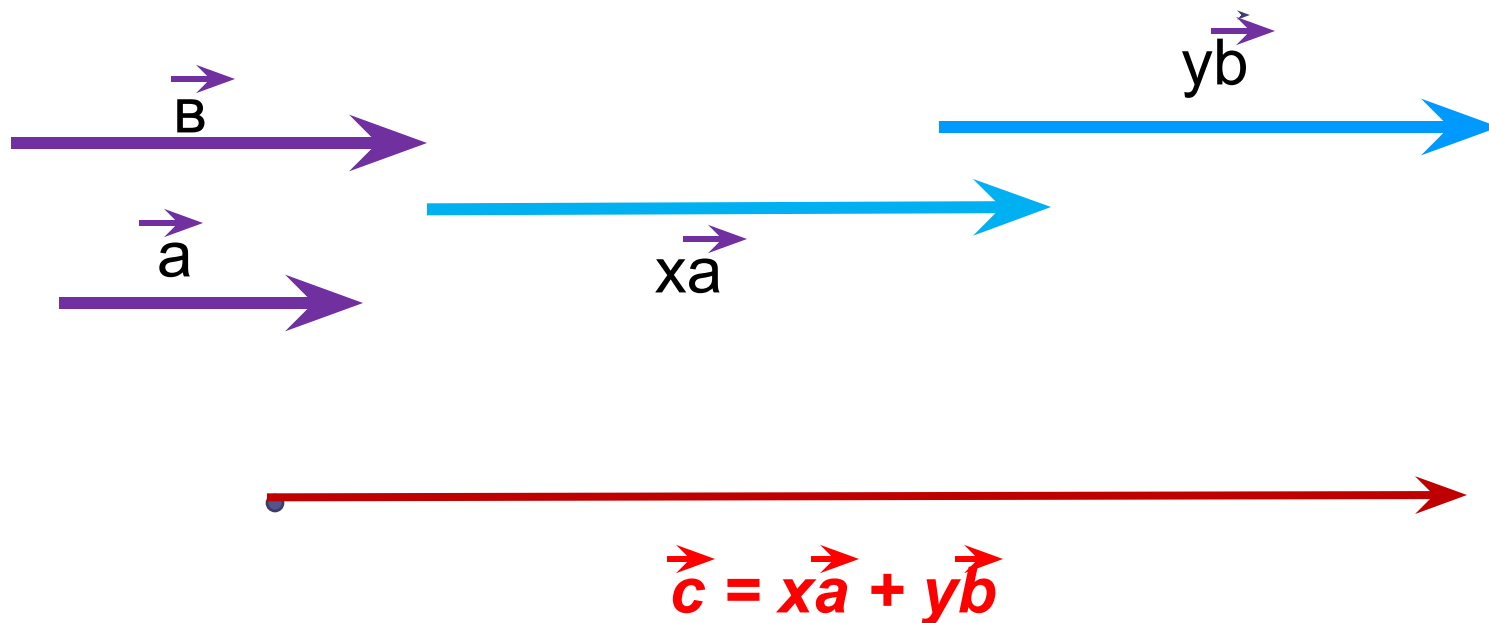
Признак компланарности векторов

Если $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – некоторые числа, то $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны



Признак компланарности векторов

Если $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – некоторые числа, то $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны

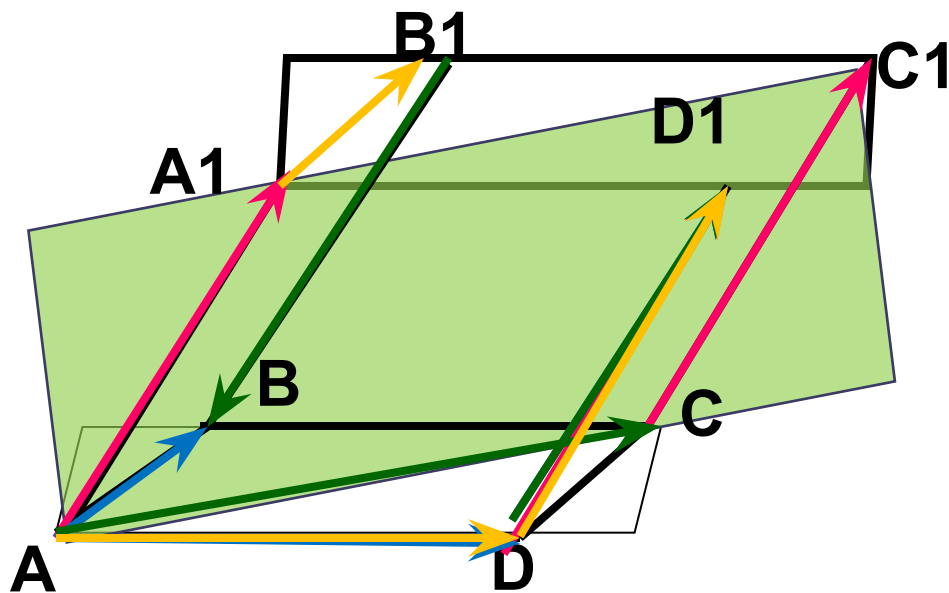


Верно и обратное утверждение

***Если векторы $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ компланарны, то вектор $\vec{c}$ можно разложить по векторам $\vec{a}$ и $\vec{b}$, т.е.
 $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b}$, где x и y – числа***

№355 Дан параллелепипед.

Какие из следующих трех векторов компланарны?



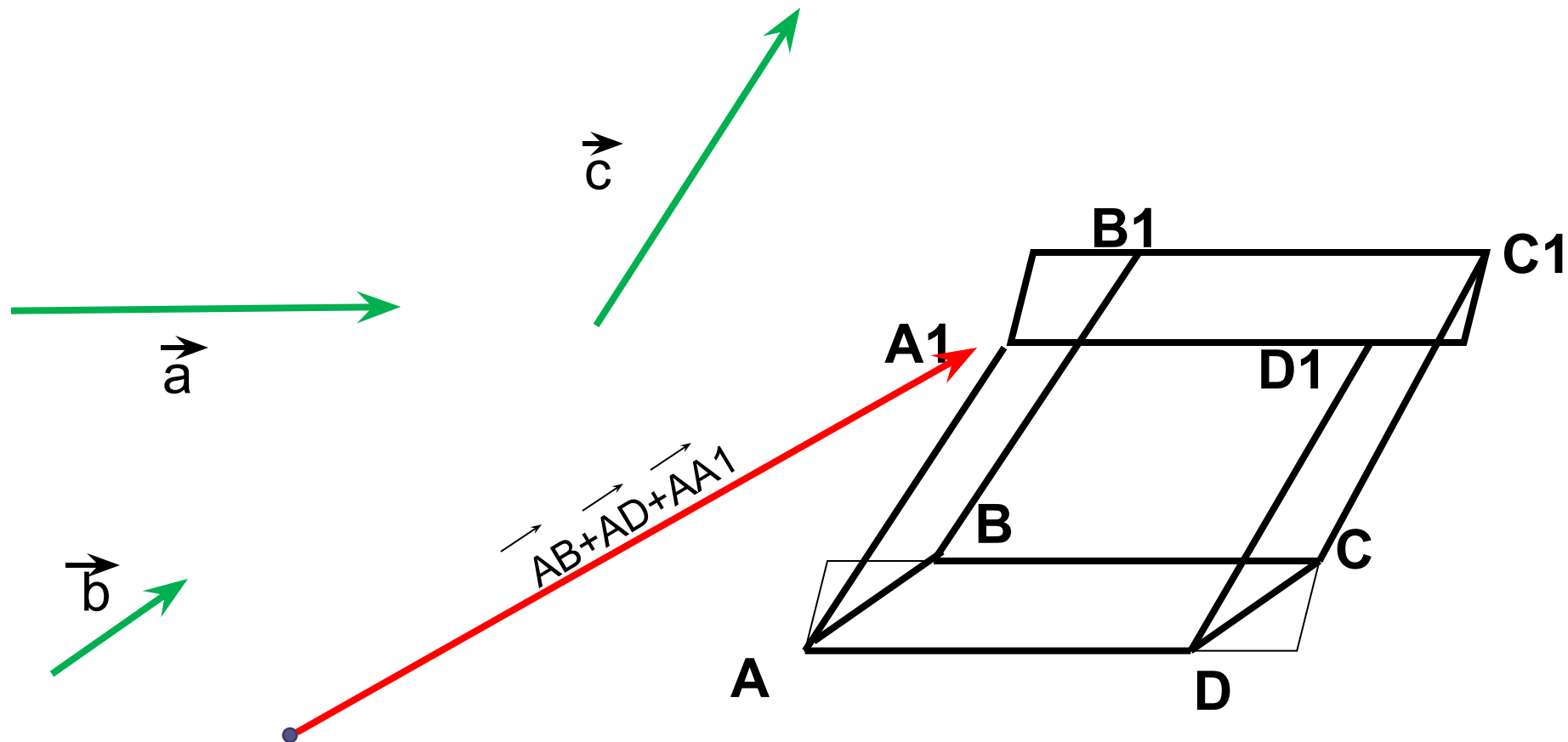
А) $\vec{AA_1}, \vec{CC_1}, \vec{DD_1}$

Б) $\vec{AB}, \vec{AD}, \vec{AA_1}$

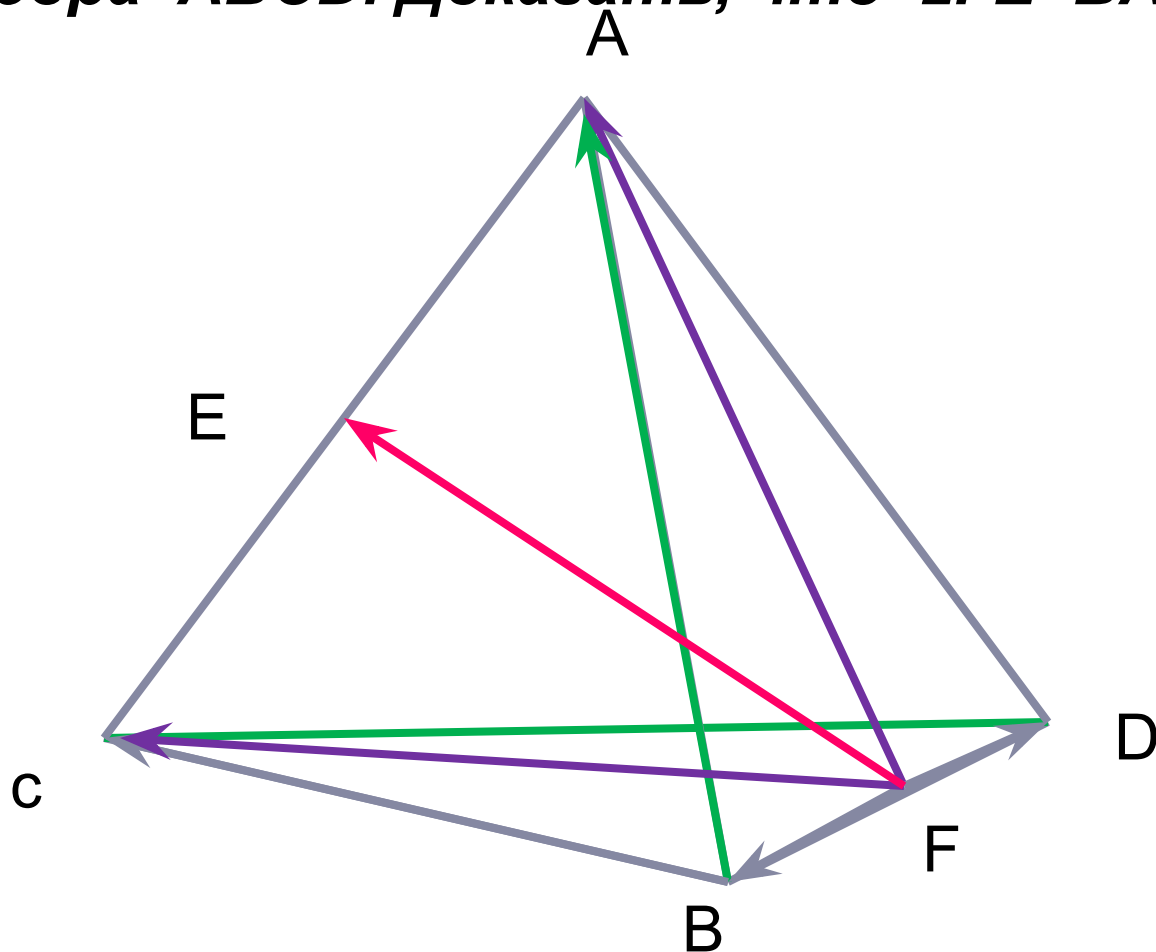
В) $\vec{B_1B}, \vec{AC}, \vec{DD_1}$

Г) $\vec{AD}, \vec{CC_1}, \vec{A_1B_1}$

Правило параллелепипеда



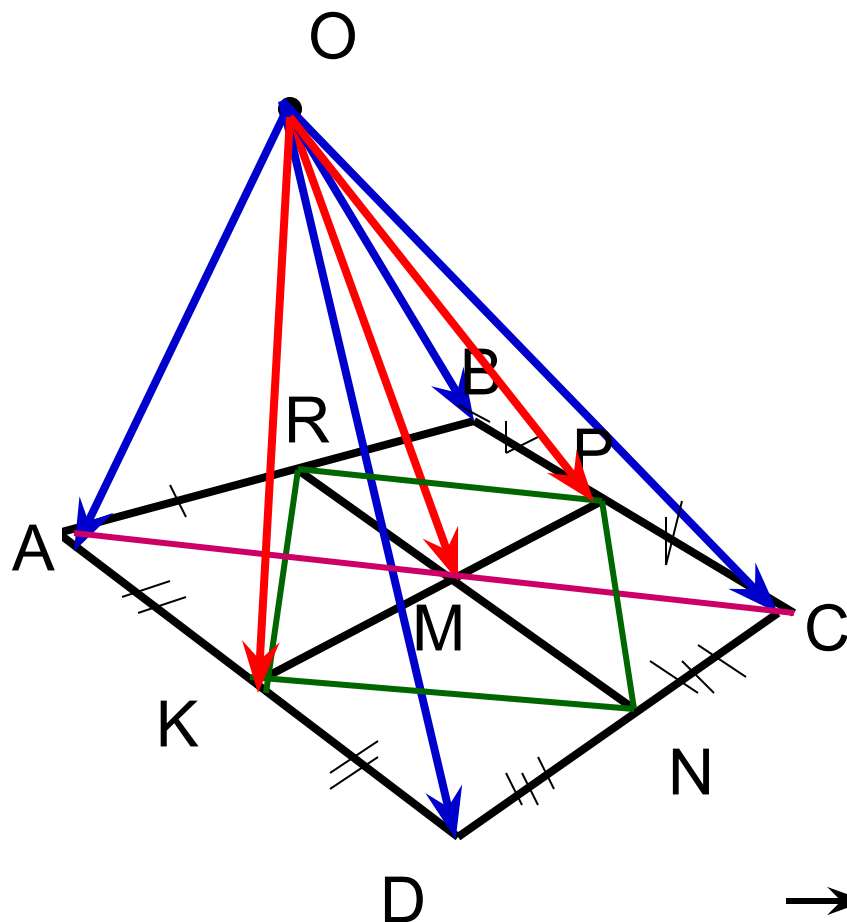
№ 356 Точки E и F - середины ребер $\overrightarrow{AC}$ и $\overrightarrow{BD}$ тетраэдра $ABCD$. Доказать, что $2\overrightarrow{FE} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{DC}$



Компланарны ли векторы $\overrightarrow{FE}$, $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{DC}$

№ 385

Доказать, $\vec{OM} = \frac{1}{4} (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$



Определите вид
многоугольника
KRPN

M- середина KP

$$\vec{OM} = \frac{1}{2} (\vec{OK} + \vec{OP})$$

$$\vec{OK} = \frac{1}{2} (\vec{OA} + \vec{OD})$$

$$\vec{OP} = \frac{1}{2} (\vec{OB} + \vec{OC})$$

$$\vec{OM} = \frac{1}{4} (\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$$

Разложение вектора по трем некомпланарным векторам

Если вектор $\vec{r}$ представлен в виде

$$\vec{r} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c},$$

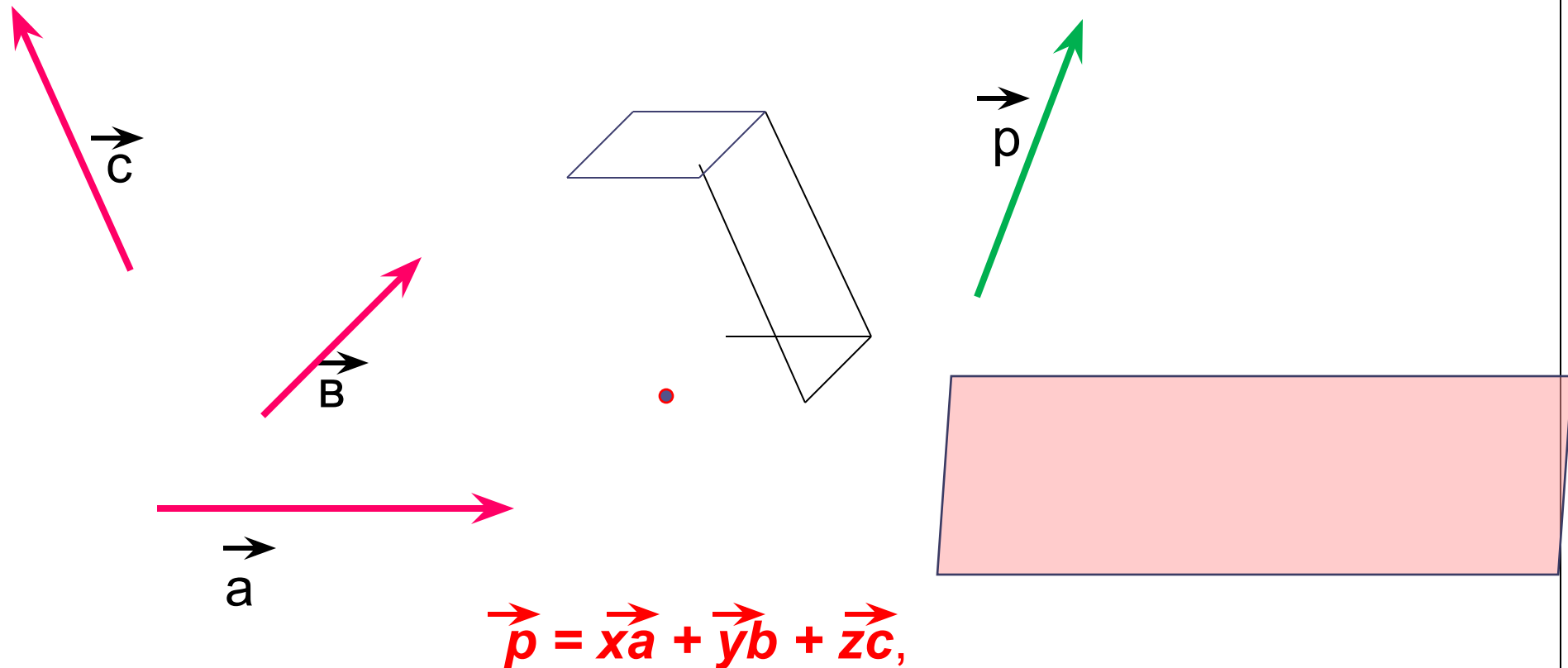
где x , y и z — некоторые числа, то говорят, что $\vec{r}$ разложен по векторам $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

Любой вектор можно разложить по трем некомпланарным векторам.

Причем коэффициенты разложения определяются единственным образом

Разложение вектора по трем некомпланарным векторам

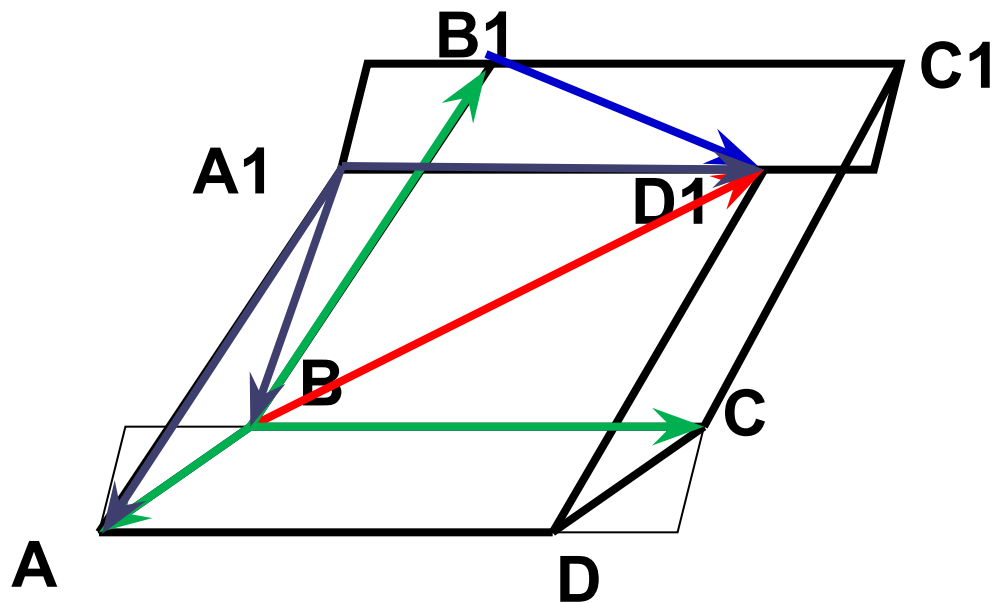
Докажем, что $\vec{p} = x\vec{a} + y\vec{b} + z\vec{c}$, где x, y и z – некоторые числа, а $\vec{a}, \vec{b}$ и $\vec{c}$ некомпланарны



№ 359. Дан параллелепипед.

А) Разложите вектор $\overrightarrow{BD_1}$ по векторам $\overrightarrow{BA}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BB_1}$

Б) Разложите вектор $\overrightarrow{B_1D_1}$ по векторам $\overrightarrow{A_1A}$, $\overrightarrow{A_1B}$, $\overrightarrow{A_1D_1}$



Источники

- 1.Геометрия 10-11 учебник для общеобразовательных учреждений . Авторы : Атанасян Л.С. , Бутузов В.Ф. и др.
- 2.Microsoft Office Power Point 2007