

ЗАДАЧИ НА КОНЦЕНТРАЦИЮ, СМЕСИ И СПЛАВЫ

Подготовка к ГИА

Вебинар №4 кафедры ЕМД и ИТ
2016 год

Задачи на смеси и сплавы вызывают трудности, связанные с не пониманием химических процессов. Необходимо иметь ввиду, что в задачах такого рода, предлагаемых на ГИА по математике, никаких химических процессов, влияющих на количественные соотношения задачи, не происходит.

- Задачи на смеси и сплавы вызывают трудности, связанные с не пониманием химических процессов. Необходимо иметь ввиду, что в задачах такого рода, предлагаемых на ГИА по математике, никаких химических процессов, влияющих на количественные соотношения задачи, не происходит.

Способов решения таких задач много. Эти способы разнообразны.

Старинный способ решения задач на концентрацию по правилу «креста»

- В верхней строке записываются процентные содержания основного вещества в имеющихся растворах
- Посредине записываем процентное содержание растворов в полученной смеси
- В нижней строчке записываем разности процентных содержаний (вычитаем из большего числа меньшее и записываем на ту диагональ, где находятся соответственно уменьшаемое и вычитаемое)

Старинный способ решения задач на концентрацию по правилу «креста»

- В верхней строке записываются процентные содержания основного вещества в имеющихся растворах
- Посредине записываем процентное содержание растворов в полученной смеси
- В нижней строчке записываем разности процентных содержаний (вычитаем из большего числа меньшее и записываем на ту диагональ, где находятся соответственно уменьшаемое и вычитаемое)

Задача.

В каких пропорциях надо смешать m -процентную и n -процентную кислоты, чтобы получить p -процентный раствор.

РЕШЕНИ

Е:

$m\%$				$n\%$
		$p\%$		
$p - n$				$p - m$

(от большего , естественно, отнимаем меньшее)

1. Один раствор содержит 20% кислот, а второй - 70% кислот. Сколько литров первого и второго раствора нужно взять, чтобы получить 100 л раствора с 50% содержанием кислот?

20%				70%
		50%		
70-50				50-20

1 способ

Объемы искомым
растворов

относятся как $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

Т.е. 2 части первого и 3
части второго раствора

$$2x + 3x = 100$$

$x = 20$. 20л приходится на одну часть. Значит, первого раствора надо взять 40 л, а второго 60 л.

Ответ: 40 л и 60 л

1. Один раствор содержит 20% кислот, а второй - 70% кислот. Сколько литров первого и второго раствора нужно взять, чтобы получить 100 л раствора с 50%

20%				70%
		50%		
70-50				50-20

1 способ

Объемы искомым
растворов

относятся как $\frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

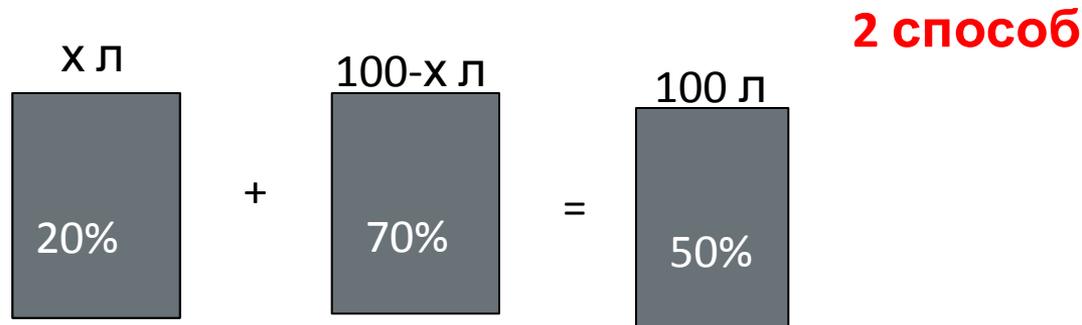
Т.е. 2 части первого и 3
части второго раствора

$$2x + 3x = 100$$

$x = 20$. 20л приходится на одну часть. Значит, первого
раствора надо взять 40 л, а второго 60 л.

Ответ: 40 л и 60 л

Один раствор содержит 20% кислот, а второй - 70% кислот. Сколько литров первого и второго раствора нужно взять, чтобы получить 100 л раствора с 50% содержанием кислот?



$$20x + 70(100-x) = 50 \cdot 100$$

$$20x + 7000 - 70x = 5000$$

$$-50x = -2000$$

$$x = 40$$

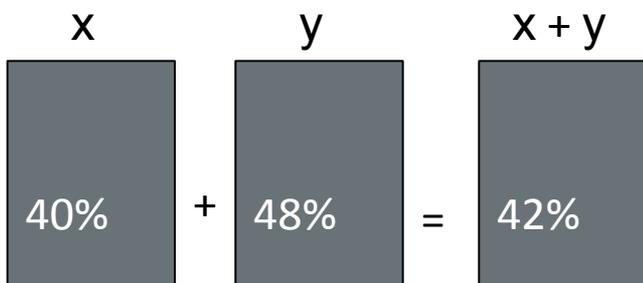
Значит, первого раствора надо взять 40 л, а второго 60 л.

Ответ: 40 л и 60 л

З
а
д
а
ч
а
2

При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты оба раствора?

1 способ



$$40x + 48y = 42(x + y)$$

$$40x + 48y = 42x + 42y$$

$$40x - 42x = 42y - 48y$$

$$-2x = -6y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$$

Ответ : в отношении 3 : 1

2 способ

40%				48%
		42%		
6				2

З
а
д
а
ч
а
2

При смешивании первого раствора соли, концентрация которого 40%, и второго раствора этой же соли, концентрация которого 48%, получился раствор с концентрацией 42%. В каком отношении были взяты оба раствора?

3 способ

Первый раствор 40%	Второй раствор 48%	Смесь 42%
0,4 x	0,48 y	0,42(x+y)

$$0,4x + 0,48y = 0,42(x + y)$$

$$0,4x + 0,48y = 0,42x + 0,42y$$

$$0,4x - 0,42x = 0,42y - 0,48y$$

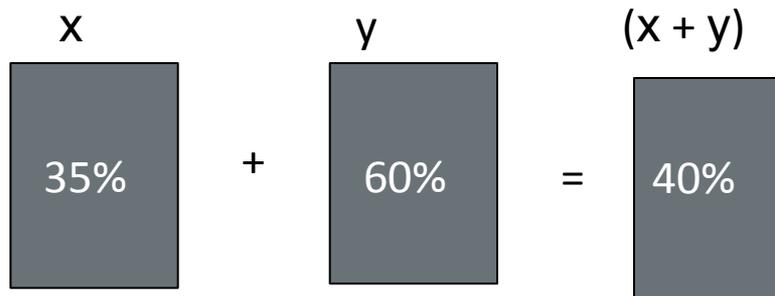
$$-0,02x = -0,06y$$

$$\frac{x}{y} = \frac{3}{1}$$

Ответ : в отношении 3 : 1

Имеются два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35 %, во втором - 60% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить новый сплав, содержащий 40% золота?

1 способ



$$\begin{aligned} 35x + 60y &= 40 \cdot (x + y) \\ 35x + 60y &= 40x + 40y \\ 35x - 40x &= 40y - 60y \\ -5x &= -20y \\ x &= 4y \end{aligned}$$

Ответ: $x : y = 4 : 1$

Имеются два сплава с разным содержанием золота. В первом сплаве содержится 35 %, во втором - 60% золота. В каком отношении надо взять первый и второй сплавы, чтобы получить новый сплав, содержащий 40% золота.

2
способ

Пусть x – масса 1 сплава, а y – масса 2 сплава. Количество золота в 1 сплаве $0,35x$, а $0,6y$ – во втором сплаве. Масса нового сплава $(x + y)$, а количество золота в нем $0,4(x + y)$

$$0,35x + 0,6y = 0,4(x + y)$$

$$0,35x + 0,6y = 0,4x + 0,4y$$

$$0,35x - 0,4x = 0,4y - 0,6y$$

$$-0,05x = -0,2y$$

$$x = 4y$$

Ответ: $x : y = 4 : 1$

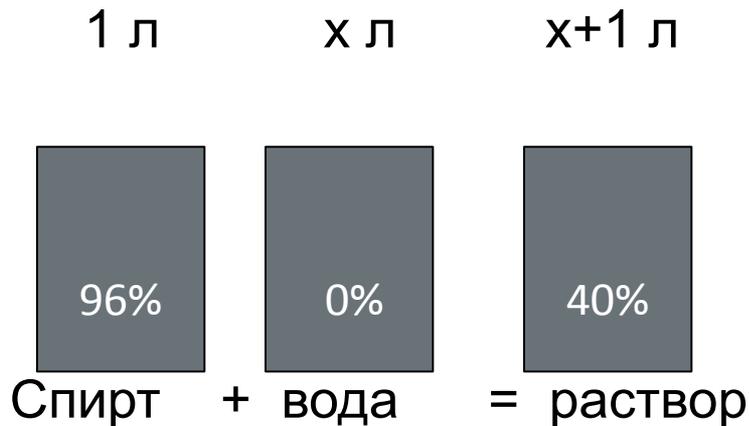
З
а
д
а
ч
а
4

Сколько воды надо добавить в 1 л раствора, содержащего 96% спирта, чтобы получить раствор с содержанием спирта 40 %?

1 способ 1 л раствора, в котором содержится 96% спирта содержит этого спирта $1 \cdot 0,96 = 0,96$ л. Это же количество спирта должны содержать и x л раствора с содержанием спирта 40%.

Следовательно, $0,96 = x \cdot 0,4$, $x = 2,4$ л, и надо добавить $2,4 - 1 = 1,4$ л. Ответ: 1,4 л.

2 способ



$$96 \cdot 1 + 0 \cdot x = 40(x+1)$$
$$96 = 40x + 40$$

$$40x = 96 - 40$$
$$40x = 56$$
$$x = 1,4$$

Ответ: 1,4 л.

З

Процент содержания меди в первом сплаве на 40% меньше, чем во втором сплаве. После того, как эти слитки сплавили вместе, получили новый сплав с содержанием меди 36%. Определить процентное содержание меди в первоначальных сплавах, если в первом сплаве меди было 6 кг, а во втором 12 кг.

1 способ

а

Пусть $x\%$ меди содержалось в первом сплаве, тогда $x + 40\%$ её содержалось во втором. В первом сплаве меди было 6 кг, а во втором 12 кг, следовательно, 1% первого и второго сплавов имели массы $6:x$ и $12:(x + 40)$ кг соответственно. Поскольку каждый сплав составляет 100%, то их массы будут $M_1 = 6:x$ кг и $M_2 = 12:(x+40)$ соответственно.

д

а

Новый сплав содержит меди то же количество, которое было до сплавления в двух слитках, т.е. $6+12=18$ кг. Это по условию задачи составляет 36% нового сплава, поэтому масса нового сплава есть: $18:36 \cdot 100 = 50$ кг.

ч

Масса нового сплава состоит из масс двух старых сплавов, так что $50 = (6:x) + 12:(x+40)$

а

$$1 = (12:x) + 24:(x+40).$$

$$x_1 = 20, x_2 = -24; \quad x > 0, \text{ то } x = 20. \quad 20\% + 40\% = 60\%$$

Ответ: 20%, 60%

5

З Процент содержания меди в первом сплаве на 40% меньше, чем во втором сплаве. После того, как эти слитки сплавляли вместе, получили новый сплав с содержанием меди 36%. Определить процентное содержание меди в первоначальных сплавах, если в первом сплаве меди было 6 кг, а во втором 12 кг.

а **2 способ**

Д

$M_1 = 6:x$ <div style="background-color: #cccccc; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px auto;"> $x\%$ </div>	+	$M_2 = 12:(x+40)$ <div style="background-color: #cccccc; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px auto;"> $x + 40\%$ </div>	=	$6:x + 12:(x+40)$ <div style="background-color: #cccccc; width: 100px; height: 100px; display: flex; align-items: center; justify-content: center; margin: 10px auto;"> 36% </div>	$18:36 = 0,5$ М нового сплава $6:x + 12:(x+40) = 0,5$
Меди 6 кг		Меди 12 кг		Меди 18 кг	$\frac{12}{x} + \frac{24}{x+40} = 1$

а

$$12(x+40) + 24x = x(x+40)$$

$$12x + 480 + 24x = x^2 + 40x$$

$$x^2 + 4x + 480 = 0$$

5

$x_1 = 20,$
 $x_2 = -24$ – посторонний корень
 Значит, 20% меди в 1 сплаве, $20\% + 40\% = 60\%$ - во втором

Задача 6. Сироп содержит 18% сахара. Сколько кг воды нужно добавить к 40 кг сиропа, чтобы содержание сахара составило 15% ?

I. Пусть надо добавить x кг воды.
Заполним таблицу по условию задачи.

	α	$M(\text{кг})$	m (кг)
Было	$18\%=0,18$	40	$0,18 \cdot 40$
Стало	$15\%=0,15$	$40+x$	$0,15(40+x)$

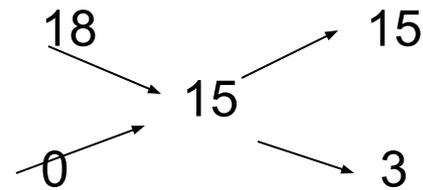
Составим и решим уравнение:

$$0,15(40+x)=0,18 \cdot 40$$

$$x=8$$

Ответ: 8 кг.

II. Правило «креста»



Значит, 40 кг – 15 частей,
тогда, чтобы получить 15% р-р,
нужно добавить 3 части воды
 $40:15 \cdot 3=8$ кг.

Ответ: 8 кг

Задача 7 (прототип 99571)

В сосуд, содержащий 5 л 12%-го водного раствора некоторого вещества, добавили 7 л воды. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора? (Ответ: 5%)



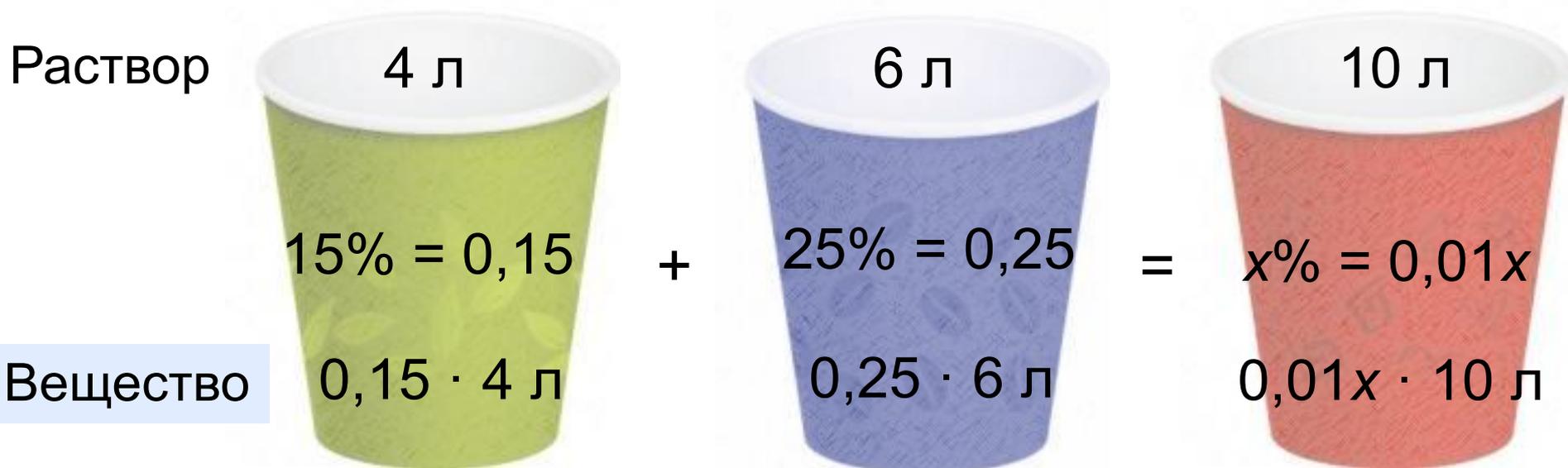
Задача 8 (прототип №99572)

Смешали некоторое количество 15%-го раствора некоторого вещества с таким же количеством 19%-го раствора этого вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?

Раствор	100 г		100 г		200 г
	15% = 0,15	+	19% = 0,19	=	x% = 0,01x
Вещество	0,15 · 100 г		0,19 · 100 г		0,01x · 200 г

. Задача 9 (прототип №99573)

Смешали 4 л 15%-го водного раствора некоторого вещества с 6 л 25%-го водного раствора этого же вещества. Сколько процентов составляет концентрация получившегося раствора?



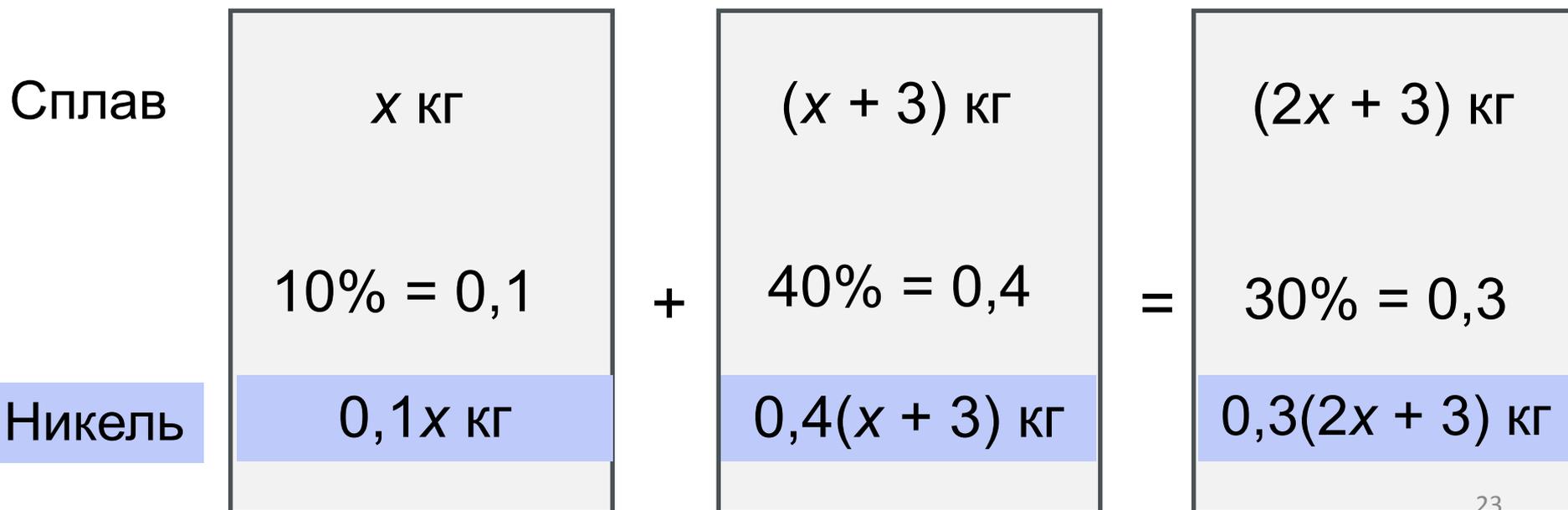
Задача 10

Имеется два сплава. Первый сплав содержит 10% никеля, второй — 30% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

Сплав	x кг	$(200 - x)$ кг	200 кг
	$10\% = 0,1$	$30\% = 0,3$	$25\% = 0,25$
Никель	$0,1x$ кг	$0,3(200 - x)$ кг	$0,25 \cdot 200$ кг
		кг	

Задача 11

Первый сплав содержит 10% меди, второй — 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найдите массу третьего сплава. Ответ дайте в килограммах.



Задача 12

Смешав 30%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 10 кг чистой воды, получили 36%-й раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50%-го раствора той же кислоты, то получили бы 41%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 30%-го раствора использовали для получения смеси?

Решение задачи12

$$\begin{array}{ccccccc} x \text{ кг} & & y \text{ кг} & & 10 \text{ кг} & & (x + y + 10) \text{ кг} \\ 30\% = 0,3 & + & 60\% = 0,6 & + & 0\% & = & 36\% = 0,36 \\ 0,3x \text{ кг} & & 0,6y \text{ кг} & & 0 \cdot 10 \text{ кг} & & 0,36(x + y + 10) \text{ кг} \end{array}$$

$$\begin{array}{ccccccc} x \text{ кг} & & y \text{ кг} & & 10 \text{ кг} & & (x + y + 10) \text{ кг} \\ 30\% = 0,3 & + & 60\% = 0,6 & + & 50\% = 0,5 & = & 41\% = 0,41 \\ 0,3x \text{ кг} & & 0,6y \text{ кг} & & 0,5 \cdot 10 \text{ кг} & & 0,36(x + y + 10) \text{ кг} \end{array}$$

Задача 13

Имеется два сосуда. Первый содержит 30 кг, а второй — 20 кг раствора кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 68% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 70% кислоты. Сколько килограммов кислоты содержится в первом сосуде?

К задаче 13

1 случай

Раствор

30 кг

$$x\% = 0,01x$$

+

20 кг

$$y\% = 0,01y$$

=

50 кг

$$68\% = 0,7$$

Кислота

$$0,01x \cdot 30 \text{ кг}$$

$$0,01y \cdot 20 \text{ кг}$$

$$0,68 \cdot 50 \text{ кг}$$

К задаче 13

2 случай

Раствор

100 кг

$x\% = 0,01x$

+

100 кг

$y\% = 0,01y$

=

200 кг

$70\% = 0,7$

Кислота

$0,01x \cdot 100$ кг

$0,01y \cdot 100$ кг

$0,7 \cdot 200$ кг

Задача 14

Виноград содержит 90% влаги, изюм — 5%. Сколько кг винограда требуется для получения 20 кг изюма?

Решение.

Так как в изюме воды 5%, то сухого вещества 95% от общей массы изюма.

$$20 \cdot 0,95 = 19 \text{ кг сухого вещества.}$$

Так как в винограде воды 90%, то сухого вещества 10% от общей массы.

Значит, в винограде 19 кг сухого вещества, что составляет 10%.

$$19 : 0,1 = 190 \text{ кг — требуется взять винограда.}$$

САМОСТОЯТЕЛЬНО

1. Даны два куска с различным содержанием олова. Первый, массой 300 г. содержит 20% олова. Второй, массой 200 г, содержит 40% олова. Сколько % олова будет содержать сплав, полученный из этих кусков? (28%)
2. В сосуд, содержащий 5 л 12% водного раствора кислоты, добавили 7л воды. Сколько % составляет концентрация, получившегося раствора? (5%)

САМОСТОЯТЕЛЬНО

3. Торговец продает орехи двух сортов. Первый по 90 центов, второй по 60 центов за 1 кг. Он хочет получить 50 кг смеси по 72 цента за кг. Сколько потребуется взять орехов каждого сорта? (20 кг, 30 кг)
4. Сколько фунтов меди надо сплавить с 75 фунтами серебра 72-й пробы, чтобы получить серебро 64-й пробы? (9,375 фунта)

САМОСТОЯТЕЛЬНО

5. Торговец продает вино двух сортов: по 10 и по 6 гривен за ведро. Какие части этих вин ему надо взять, чтобы получить вино ценой в 7 гривен за ведро? ($\frac{1}{4}$ ведра и $\frac{3}{4}$ ведра)
6. Сколько томатной пасты, содержащей 30% воды, получится из 28 тонн томатов, содержащих 95% воды? (2 т)

САМОСТОЯТЕЛЬНО

5. Торговец продает вино двух сортов: по 10 и по 6 гривен за ведро. Какие части этих вин ему надо взять, чтобы получить вино ценой в 7 гривен за ведро? ($\frac{1}{4}$ ведра и $\frac{3}{4}$ ведра)
6. Сколько томатной пасты, содержащей 30% воды, получится из 28 тонн томатов, содержащих 95% воды? (2 т)

САМОСТОЯТЕЛЬНО

14. Смешав 30% и 60% растворы кислоты и добавив 10кг чистой воды, получили 36% раствор кислоты. Если бы вместо 10 кг воды добавили 10 кг 50% раствора этой же кислоты, то получили бы 41% раствор кислоты. Сколько килограммов 30% раствора использовали для получения смеси? (60 кг)
15. При смешивании первого раствора кислоты 20% концентрации со вторым - 50% концентрации, получили 30% раствор кислоты. В каком отношении были взяты первый и второй растворы?(2 : 1)

САМОСТОЯТЕЛЬНО

8. Смешав 70%-й и 60% -й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50% раствор кислоты. Если бы вместо 2кг воды добавили 2 кг 90% раствора той же кислоты, то получили бы 70% раствор кислоты. Сколько кг 70% раствора использовали для получения смеси? (3 кг)
9. Первый сплав содержит 5% меди, второй - 13% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 2 кг. Сплавив их вместе, получили третий сплав, содержащий 10% меди. Найти массу третьего сплава. (8 кг)

САМОСТОЯТЕЛЬНО

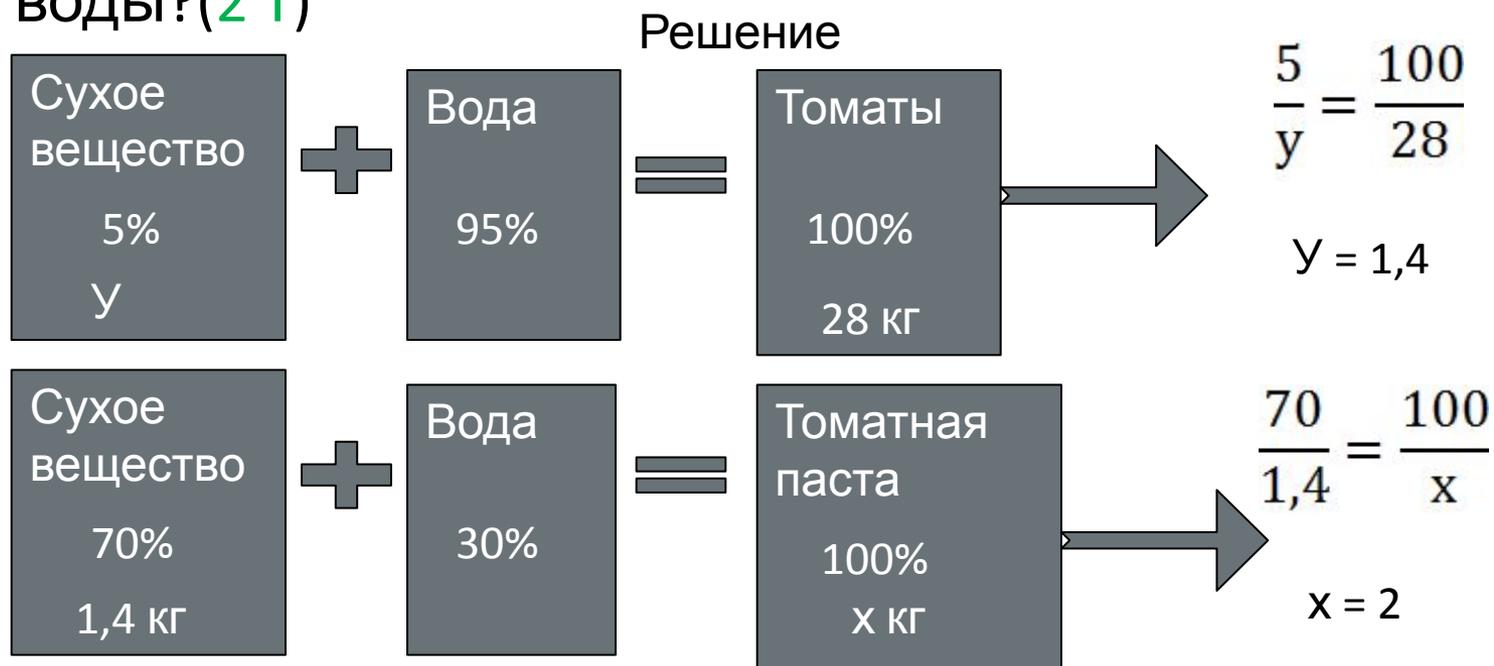
10. Смешали 4 л 15% водного раствора некоторого вещества с 6 л 25% водного раствора этого же вещества. Сколько % составляет концентрация получившегося раствора? (21%)
11. Смешали некоторое количество 15% раствора некоторого вещества с таким же количеством 19% раствора этого же вещества. Сколько % составляет концентрация получившегося раствора? (17%)

САМОСТОЯТЕЛЬНО

12. Имеются два сплава. Первый содержит 10% никеля, второй – 30% никеля, из этих двух сплавов получили третий сплав, массой 200 кг, содержащий 25% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго сплава? (на 100 кг)
13. Первый сплав содержит 10 % меди, второй сплав – 40% меди. Масса второго сплава больше массы первого на 3 кг. Из этих двух сплавов получили третий сплав, содержащий 30% меди. Найти массу третьего сплава. (9кг)

РАЗБОР задачи № 6

Сколько томатной пасты, содержащей 30% воды, получится из 28 тонн томатов, содержащих 95% воды?(2 т)



Ответ: 2 т