

Решение логических задач

Введение

В презентации рассмотрены основные способы формализации условий задач и их решения: алгебраический, табличный, графический, метод диаграмм Эйлера-Венна.

При решении задачи №1 и №2 применен алгебраический метод. Наиболее трудным является перевод условия задачи на язык формальной логики, при этом необходимо знать законы логики и уметь преобразовывать логические выражения.

Решение задачи №3 предложено в виде таблицы. Этот метод нагляден, но требует анализа информации, представленной в таблице, умения сравнивать и сопоставлять данные.

Метод графов применяется тогда, когда между объектами существует много связей. Графы позволяют наглядно представить эти связи и определить, какие из них не противоречат условию задачи (задача №4).

Задача №5 решена с помощью диаграмм Эйлера-Венна на основе теории множеств.

Задача 1

Учитель математики просит поставить ему первый или второй урок, учитель информатики - первый или третий, а учитель физики - второй или третий уроки. Какие варианты расписания можно составить, учитывая пожелания учителей?

Логические переменные:

- M1 - математика 1 урок
- M2 - математика 2 урок
- I1 - информатика 1 урок
- I3 - информатика 3 урок
- F2 - физика 2 урок
- F3 - физика 3 урок

1) $M1 \text{ or } M2 = 1$

$I1 \text{ or } I3 = 1$

$F2 \text{ or } F3 = 1$

2) $M1 \text{ and } M2 = 0$

$I1 \text{ and } I3 = 0$

$F2 \text{ and } F3 = 0$

$M1 \text{ and } I1 = 0$

$M2 \text{ and } F2 = 0$

$I3 \text{ and } F3 = 0$

$M1 \text{ and } M2 = 0$

$\text{Not}(M1 \text{ and } M2 = 0) =$

$\text{not } M1 \text{ or not } M2 = 1$

1) $M1 \text{ or } M2 = 1$

$I1 \text{ or } I3 = 1$

$F2 \text{ or } F3 = 1$

2) $M1 \text{ and } M2 = 0$ 3) $\text{not } M1 \text{ or not } M2 = 1$

$I1 \text{ and } I3 = 0$

$\text{not } I1 \text{ or not } I3 = 1$

$F2 \text{ and } F3 = 0$

$\text{not } F2 \text{ or not } F3 = 1$

$M1 \text{ and } I1 = 0$

$\text{not } M1 \text{ or not } I1 = 1$

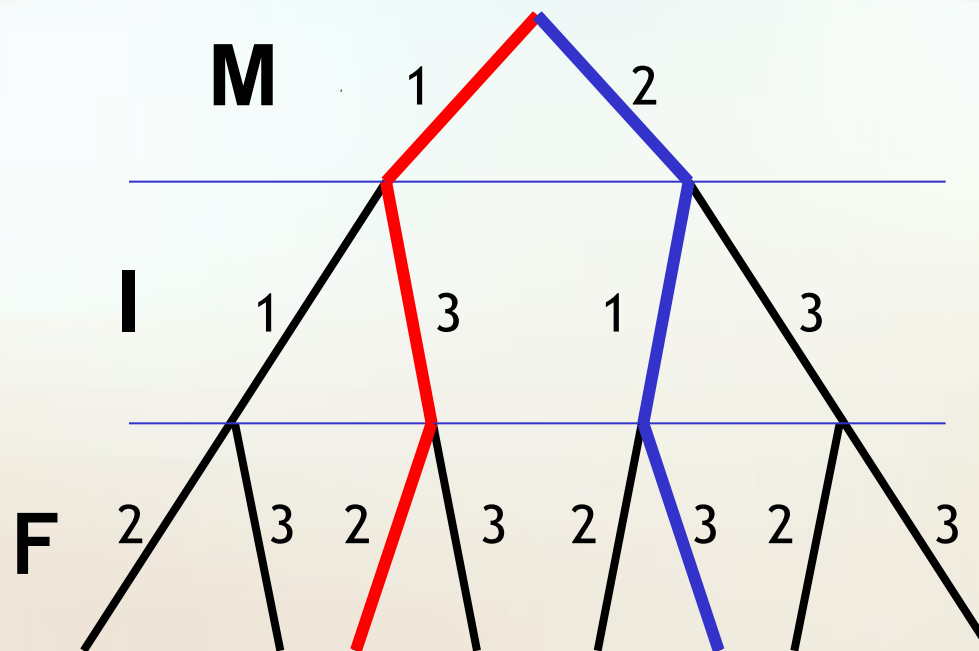
$M2 \text{ and } F2 = 0$

$\text{not } M2 \text{ or not } F2 = 1$

$I3 \text{ and } F3 = 0$

$\text{not } I3 \text{ or not } F3 = 1$

$(m1 \text{ or } m2) \text{ and } (i1 \text{ or } i3) \text{ and } (f2 \text{ or } f3)$
 $\text{and } (\text{not } m1 \text{ or not } m2) \text{ and } (\text{not } i1 \text{ or not } i3)$
 $\text{and } (\text{not } f2 \text{ or not } f3) \text{ and } (\text{not } m1 \text{ or not } i1)$
 $\text{and } (\text{not } m2 \text{ or not } f2) \text{ and } (\text{not } i3 \text{ or not } f3) = 1$



1 вариант M1, I3, F2

2 вариант M2, I1, F3

Задача 2

Алеша, Боря и Гриша нашли в земле сосуд. Рассматривая в земле удивительную находку, каждый высказал по два предположения:

Алеша. Это сосуд греческий и изготовлен в V веке.

Боря. Это сосуд финикийский и изготовлен в III веке.

Гриша. Это сосуд не греческий и изготовлен в IV веке.

Учитель истории сказал ребятам, что каждый из них прав в только в одном из двух предположений.

Где и в каком веке изготовлен сосуд?

- **G = сосуд греческий**
- **F = сосуд финикийский**
- **V3 = изготовлен в III в.**
- **V4 = изготовлен в IV в.**
- **V5 = изготовлен в V в.**

A. $G \text{ and } (\text{not } V5) \text{ or } (\text{not } G) \text{ and } V5 = 1$

Б. $F \text{ and } (\text{not } V3) \text{ or } (\text{not } F) \text{ and } V3 = 1$

Г. $(\text{not } G) \text{ and } (\text{not } V4) \text{ or } G \text{ and } V4 = 1$

$$V3 * (\text{not } V4) * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * V4 * (\text{not } V5) + \\ + (\text{not } V3) * (\text{not } V4) * V5 = 1$$

$$F * (\text{not } G) + (\text{not } F) * G = 1$$

Имеем 5 тождественно истинных высказываний.
Перемножим их.

$$\begin{aligned}
 &(G * (\text{not } V5) + (\text{not } G) * V5)^* \\
 &(F * (\text{not } V3) + (\text{not } F) * V3)^* \\
 &((\text{not } G) * (\text{not } V4) + G * V4)^* \\
 &(V3 * (\text{not } V4) * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * V4 * (\text{not } V5) \\
 &+ (\text{not } V3) * (\text{not } V4) * V5)^* \\
 &(F * (\text{not } G) + (\text{not } F) * G) = 1
 \end{aligned}$$

перемножим 1 и 3 скобки, затем 2 и 5,
 упростим выражения, учитывая $G * (\text{not } G) = 0$
 $G * G = G$, $(\text{not } G) * (\text{not } G) = (\text{not } G)$

$$\begin{aligned}
 & (G * (\text{not } V5) * V4 + (\text{not } G) * V5 * (\text{not } V4)) * \\
 & (F * (\text{not } V3) * (\text{not } G) + (\text{not } F) * V3 * G) * \\
 & (V3 * (\text{not } V4) * (\text{not } V5) + (\text{not } V3) * V4 * (\text{not } V5) \\
 & + (\text{not } V3) * (\text{not } V4) * V5) = 1
 \end{aligned}$$

$$(\text{not } G) * F * (\text{not } V3) * (\text{not } V4) * V5 = 1$$

$$F = 1, V5 = 1$$

Сосуд финикийский и изготовлен в Vв.

Задача 3

В одном доме живут Воронов, Павлов, Журавлев, Синицын. Один из них -математик, другой - художник, третий - писатель, а четвертый - баянист.

- 1) ни Воронов, ни Журавлев не умеют играть на баяне;
- 2) Журавлев не знаком с Вороновым;
- 3) писатель и художник в воскресенье уезжают на дачу к Павлову;
- 4) писатель собирается написать очерк о Синицыне и Воронове.

Кто есть кто?

Ни Воронов, ни Журавлев не умеют играть на баяне(1)
Писатель и художник уезжают на дачу к Павлову(3)

Фамилия	Профессия			
	математик	художник	писатель	баянист
Воронов		2 3	4	1
Павлов		3	3	
Журавлев				1
Синицын			4	

Писатель напишет очерк о Синицыне и Воронове(4)
Писатель Журавлев и художник на даче у Павлова(3)
но Журавлев не знаком с Вороновым(2)

Воронов - математик, Павлов - баянист,
Журавлев - писатель, Синицын - художник.

Задача 4

На соревнованиях по легкой атлетике Андрей, Боря, Сережа и Володя заняли первые четыре места. Мнения девочек разошлись, как места распределились между победителями.

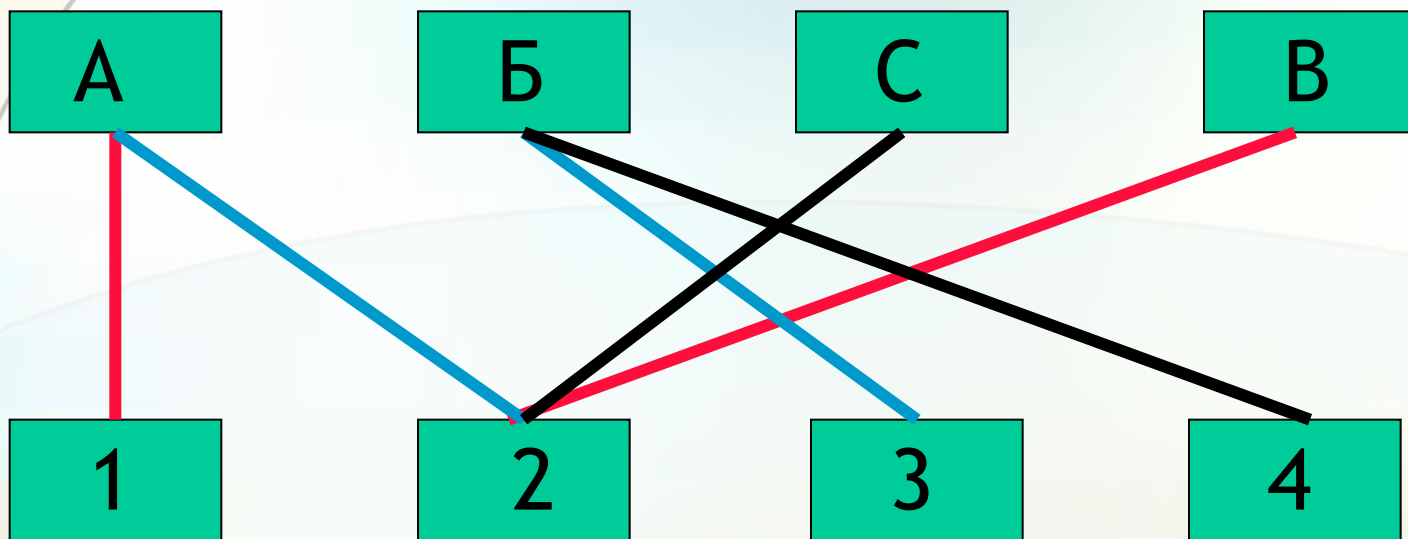
Даша. Андрей был первым, Володя - вторым

Галя. Андрей был вторым, Борис - третьим

Лена. Боря был четвертым, Сережа - вторым.

Ася, которая была судьей на этих соревнованиях, сказала, что каждая из девочек сделала одно правильное и одно неправильное заявление.

Кто из мальчиков какое место занял?



—

Д

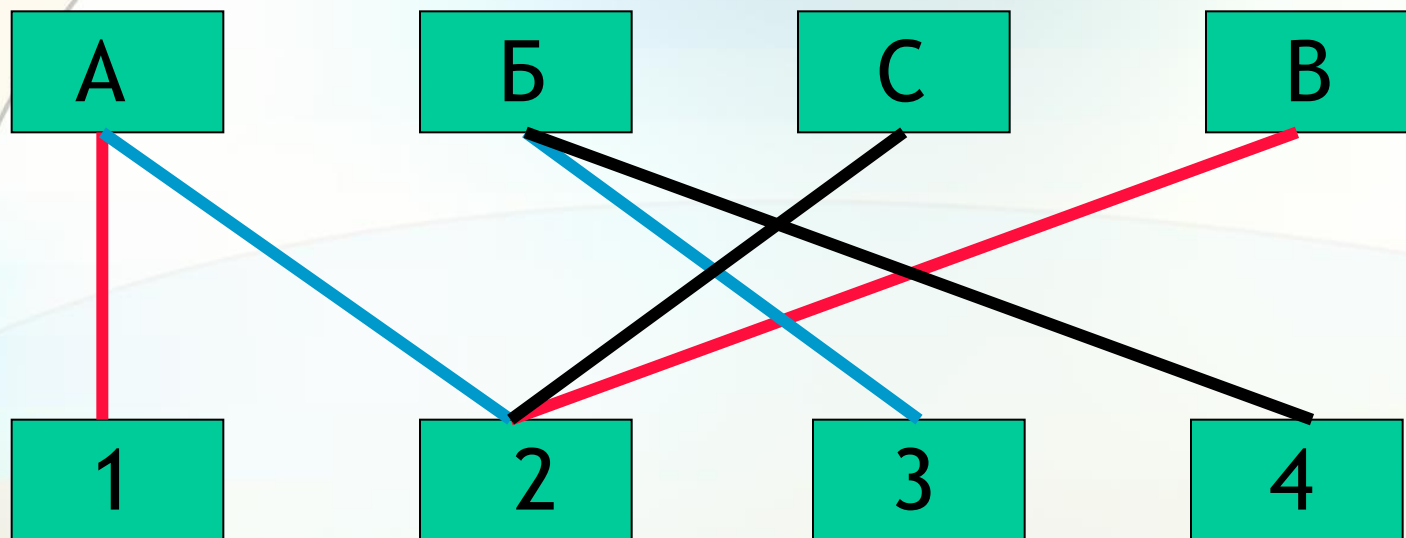
—

Г

—

Л

Предположим, истина В - 2

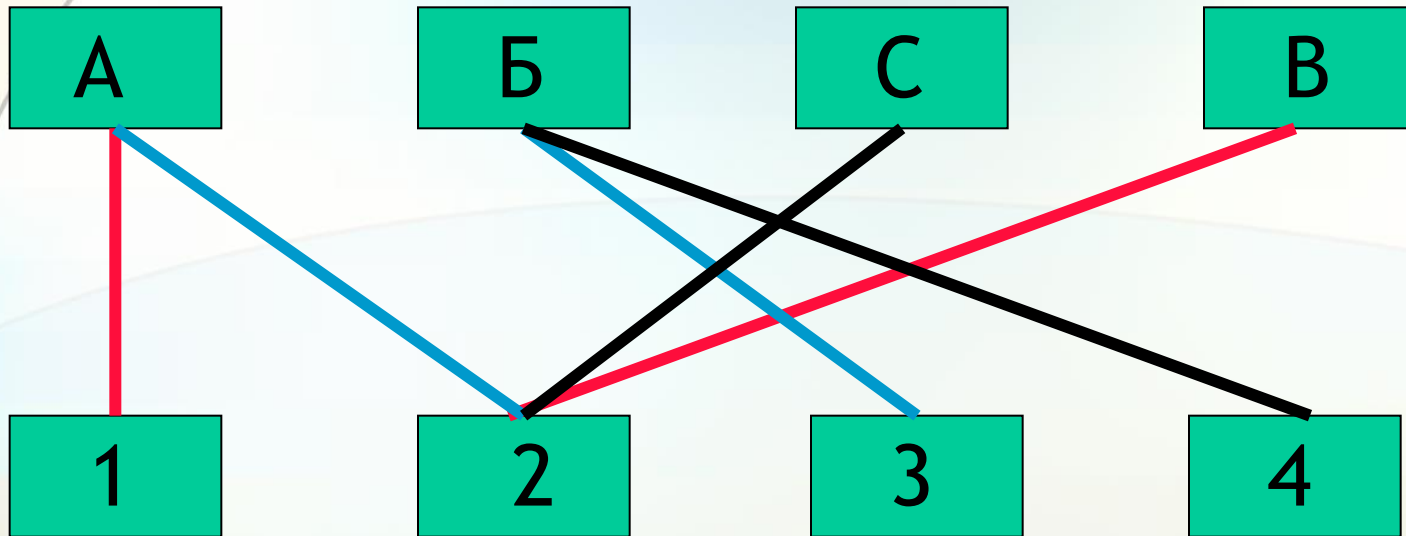


Д

Г

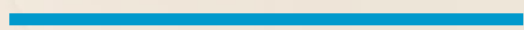
Л

Следовательно, истина А - 1



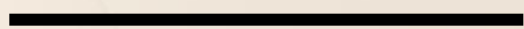
Д

А - 1 место



Г

С - 2 место



Л

Б - 3 место

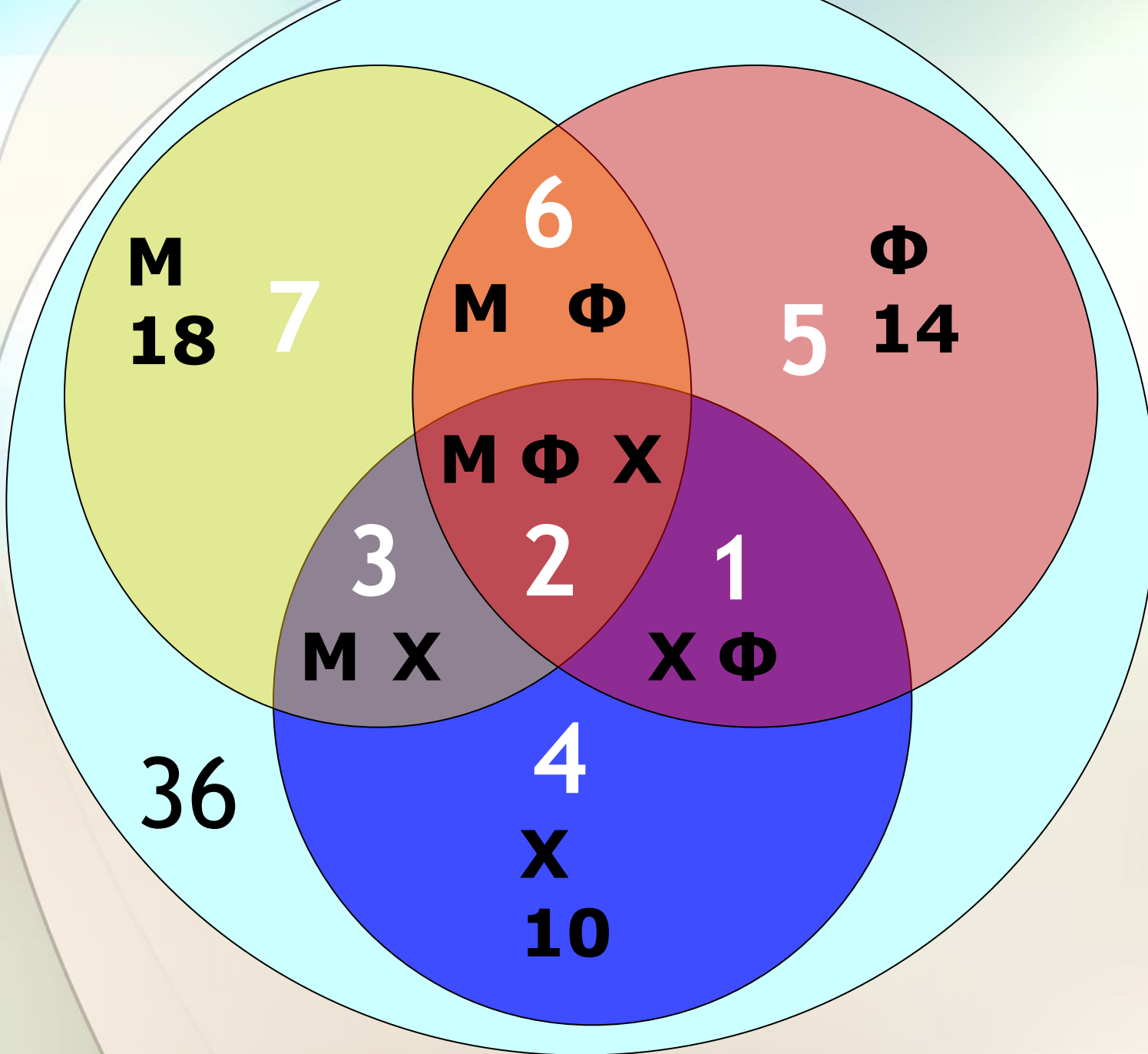
В - 4 место

Задача 5

В классе 36 человек. Ученики посещают математический, физический и химический кружки. Математический посещают 18 человек, физический - 14, химический - 10.

Кроме того, 2 человека посещают все 3 кружка, 8 - и математический и физический, 5 - и математический и химический, 3 - и физический и химический.

Сколько учеников не посещают никаких кружков?



$$36 - (7 + 6 + 5 + 3 + 2 + 1 + 4) = 8$$

8 учеников не посещают кружки.

Задачи для самостоятельного решения

1) В очереди стоят Вика, Соня, Боря, Денис и Алла. Вика стоит впереди Сони, но после Аллы. Боря и Алла не стоят рядом; Денис не находится рядом ни с Аллой, ни с Викой, ни с Борей. Третьим в очереди стоит:

1.Боря 2.Соня 3.Вика 4.Алла 5.Денис

2) Три фигуры вырезали из бумаги, окрасили сверху и снизу в зеленый, красный и синий цвет, причем каждый цвет и сверху и снизу использовали по одному разу. Известно, что только у круга обе стороны одного цвета. Ромб ни с одной стороны не синий. Квадрат сверху красный, а снизу -

1. зеленый
2. красный
3. синий
4. не зеленый
5. определенно сказать нельзя

3) На одном заводе работали три друга: слесарь, токарь и сварщик. Их фамилии Борисов, Иванов и Семенов. У слесаря нет ни братьев, ни сестер. Он - самый младший из друзей. Семенов, женатый на сестре Борисова, старше токаря.

Назовите фамилии слесаря, токаря и сварщика.

4) В одной семье было много детей. Семеро из них любили капусту, шестеро - морковь, пятеро - горох. Четверо любили капусту и морковь, трое - капусту и горох. двое - морковь и горох. А охотно один ел и капусту, и морковь, и горох.

Сколько в семье детей?

5) В семье Семеновых пять человек: муж, жена, их сын, сестра мужа и отец жены. Все они работают. Один - инженер. Другой - юрист, третий - слесарь, четвертый - экономист, пятый - учитель. Вот что еще известно о них. Юрист и учитель не кровные родственники. Слесарь хороший спортсмен. Он пошел по стопам экономиста и играет в футбол за сборную завода. Инженер старше жены брата, но моложе, чем учитель. Экономист старше, чем слесарь.

Назовите профессии каждого члена семьи Семеновых.

6) В авиационном подразделении служат Потапов, Щедрин, Семенов, Коновалов и Самойлов. Их специальности (они перечислены не в том же порядке, что и фамилии): пилот, штурман, бортмеханик, радист и синоптик. Об этих людях известно следующее:

Щедрин и Коновалов не умеют управлять самолетом. Потапов и Коновалов готовятся стать штурманами. Щедрин и Самойлов живут в одном доме с радистом.

Семенов был в доме отдыха вместе со Щедриным и сыном синоптика. Потапов и Щедрин в свободное время любят играть в шахматы с бортмехаником. Коновалов, Семенов и синоптик увлекаются боксом. Радист боксом не увлекается.

Какую специальность имеет Семенов?

7) На столе 3 совершенно одинаковых ящичка. В одном из них лежат 2 черных шарика, в другом - черный и белый, в третьем - 2 белых. На крышках ящичков есть надписи: «2 черных», «2 белых», «черный и белый». Однако известно, что ни одна из этих надписей не соответствует действительности.

Сможете ли вы, вынув наугад шарик (и не заглядывая в ящички) определить, где какие шарiki лежат?

8) Четверо друзей: Алексей Иванович, Федор Семенович, Валентин Петрович и Григорий Аркадьевич - были как-то раз со своими детьми в парке культуры и отдыха. Они катались на «колесе обозрения». В кабинах колеса оказались вместе: Леня с Алексеем Ивановичем, Андрей с отцом Коли, Тима с отцом Андрея, Федор Семенович с сыном Валентина Петровича, а Валентин Петрович с сыном Алексея Ивановича.

Назовите кто чей сын и кто с кем катался, если ни один из мальчиков не катался со своим отцом.

Удачи!

