МОАУ «Гимназия №2»
г.Оренбург

Математические парадоксы и софизмы

Автор проекта:
Бобылев Илья
Ученик 8 «А» класса

Руководитель проекта:
Губина Клара Владимировна
учитель математики
гимназии №2 г.Оренбурга

Песенка, сочинённая английским студентом

Чем больше учишься, тем больше знаешь.

Чем больше знаешь, тем больше забываешь.

Чем больше забываешь, тем меньше знаешь.

Чем меньше знаешь, тем меньше забываешь.

Но чем меньше забываешь, тем больше знаешь.

Так для чего учиться?

Не философия, а мечта лентяев!

Почему я взялся за эту работу?

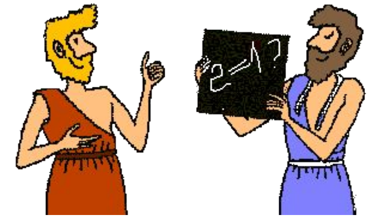
Я люблю решать задачи и разгадывать математические ребусы, но в математике есть задачи, которые не похожи на другие. Это софизмы и парадоксы.

Цель: изучить данную тему и создать презентацию для использования ее на уроках.

Задачи:

1. Дать определение понятиям «софизм» и «парадоксы»; узнать, в чем их отличие.
2. Классифицировать различные виды софизмов и парадоксов.
3. Понять, как найти в них ошибку.
4. Составить компьютерную презентацию

Математические софизмы



Софизм- формально кажущееся правильным, но по существу ложное умозаключение, основанное на неправильном подборе исходных положений (словарь Ожегова)

Математический софизм – удивительное утверждение, в доказательстве которого кроются незаметные, а подчас и довольно тонкие ошибки.

Особенно часто в **софизмах** выполняют "запрещенные" действия или не учитываются условия применимости теорем, формул и правил.

Парадоксы

Парадокс (греч. "пара" - "против", "докса" - "мнение") близок к софизму. Но от него он отличается тем, что это не преднамеренно полученный противоречивый результат.

Парадокс - странное, расходящееся с общепринятым мнением, высказывание, а также мнение, противоречащее (иногда только на первый взгляд) здравому смыслу (словарь Ожегова).

Математический парадокс – высказывание, которое может быть доказано и как истинна, и как ложь.

А теперь немного истории…

В Греции софистами называли и простых ораторов-философов-учителей, задачей которых было научить своих учеников «мыслить, говорить и делать».

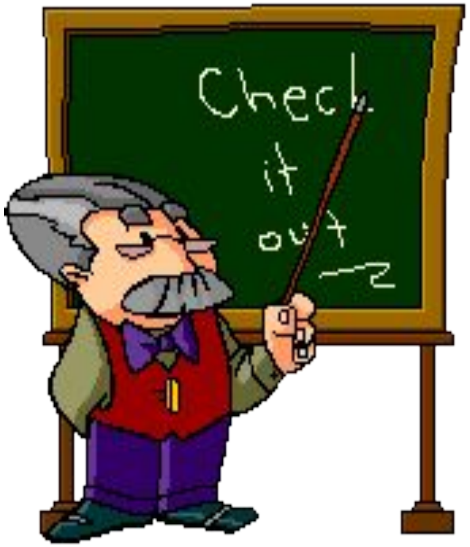
Их задачей обычно было научить убедительно защитить любую точку зрения.

Парадоксы были типичными способами постановки вопроса в античном мышлении. За свою историю математика испытала три сильнейших потрясения, три кризиса, которые касались ее основ. И все три сопровождались обнаружением парадоксов.

Математические софизмы

- арифметические
- геометрические
- алгебраические

В своей работе я рассмотрел много математических софизмов и сейчас приведу примеры некоторых из них.



Алгебраические софизмы.

Алгебра — один из больших разделов математики, принадлежащий наряду с арифметикой и геометрией к числу старейших ветвей этой науки. Алгебраические софизмы – намеренно скрытые ошибки в уравнениях и числовых выражениях.

«Два неодинаковых натуральных числа равны между собой»

решим систему двух уравнений

$$\begin{cases} x + 2y = 6 \ (1) \\ y = 4 - \frac{x}{2} \ (2) \end{cases}$$

Сделаем это подстановкой y из 2-го уравнения в 1, получаем x+8-x=6, откуда 8=6

Где ошибка

Уравнение (2) можно записать как x+2y=8, так что исходная система запишется в виде:

X+2y=6, X+2y=8

В этой системе уравнений коэффициенты при переменных одинаковы, а правые части не равны между собой, из этого следует, что система несовместна, т.е. не имеет ни одного решения. Графически это означает, что прямые

y=3-x/2 и y=4-x/2 параллельны и не совпадают.

Перед тем, как решать систему линейных уравнений, полезно проанализировать, имеет ли система единственное решение, бесконечно много решений или не имеет решений вообще.

«Уравнение x-a=0 не имеет корней»

Дано уравнение x-a=0. Разделив обе части этого уравнения на x-a, получим, что 1=0. Поскольку это равенство неверное, то это означает, что исходное уравнение не имеет корней.

Где ошибка?

Поскольку x=a – корень уравнения, то, разделив на выражение x-a обе его части, мы потеряли этот корень и поэтому получили неверное равенство 1=0.

«Все числа равны между собой»

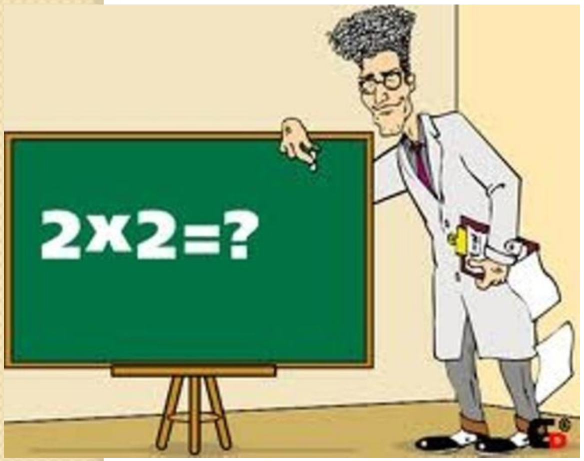
- возьмём числа $a < b$,
- тогда существует такое $c > 0$, что: $a + c = b$
- умножим обе части на $(a - b)$, имеем: $(a + c)(a - b) = b(a - b)$
- $a^2 + ca - ab - cb = ba - b^2$
- cb переносим вправо, имеем:
- $a^2 + ca - ab = ba - b^2 + cb$

$a(a + c - b) = b(a - b + c)$ отсюда $\underline{a = b}$

- *Где ошибка?*
- По определению : $a + c = b$
- Значит, $a + c - b = 0$
- И выражение $a(a + c - b) = b(a + c - b)$
- Тождественно $a \cdot 0 = b \cdot 0$.

Арифметика - (греч. arithmetika, от arithmys — число), наука о числах, в первую очередь о натуральных (целых положительных) числах и (рациональных) дробях, и действиях над ними. Так что же такое арифметические софизмы?

Арифметические софизмы – это числовые выражения, имеющие неточность или ошибку, не заметную с первого взгляда.



«Дважды два - пять»

Напишем тождество 4:4=5:5.

Вынесем из каждой части тождества общие множители за скобки, получаем: 4(1:1)=5(1:1) или

Так как 1:1=1, то сократим и получим

$$(2\cdot 2)\cdot(1:1)=5(1:1)$$

Где ошибка?

Ошибка сделана при вынесении общих множителей 4 из левой части и 5 из правой. Действительно, 4:4=1:1, но 4:4≠4(1:1).

«Пять равно шести»

Возьмем тождество 35+10-45=42+12-54.

В каждой части вынесем за скобки общий множитель:

5(7+2-9)=6(7+2-9).

Теперь, получим, что 5=6.

Где ошибка?

Ошибка допущена при делении верного равенства 5(7+2-9)=6(7+2-9) на число

7+2-9, равное 0. Этого нельзя делать.

Любое равенство можно делить только на число, отличное от 0.

«Один рубль не равен ста копейкам»

Известно, что любые два равенства можно перемножить почленно, не нарушая при этом равенства, т. е.если

$a = b$ и $c = d$, то $ac = bd$.

Применим это положение к двум очевидным равенствам: 1 рубль = 100 копейкам и

10 рублей = 1000 копеек

Перемножая эти равенства почленно, получим

10 рублей = 100 000 копеек

и разделив последнее равенство на 10, получим, что

1 рубль = 10 000 копеек

Таким образом,

один рубль не равен ста копейкам.

«Один рубль не равен ста копейкам»

Где ошибка?

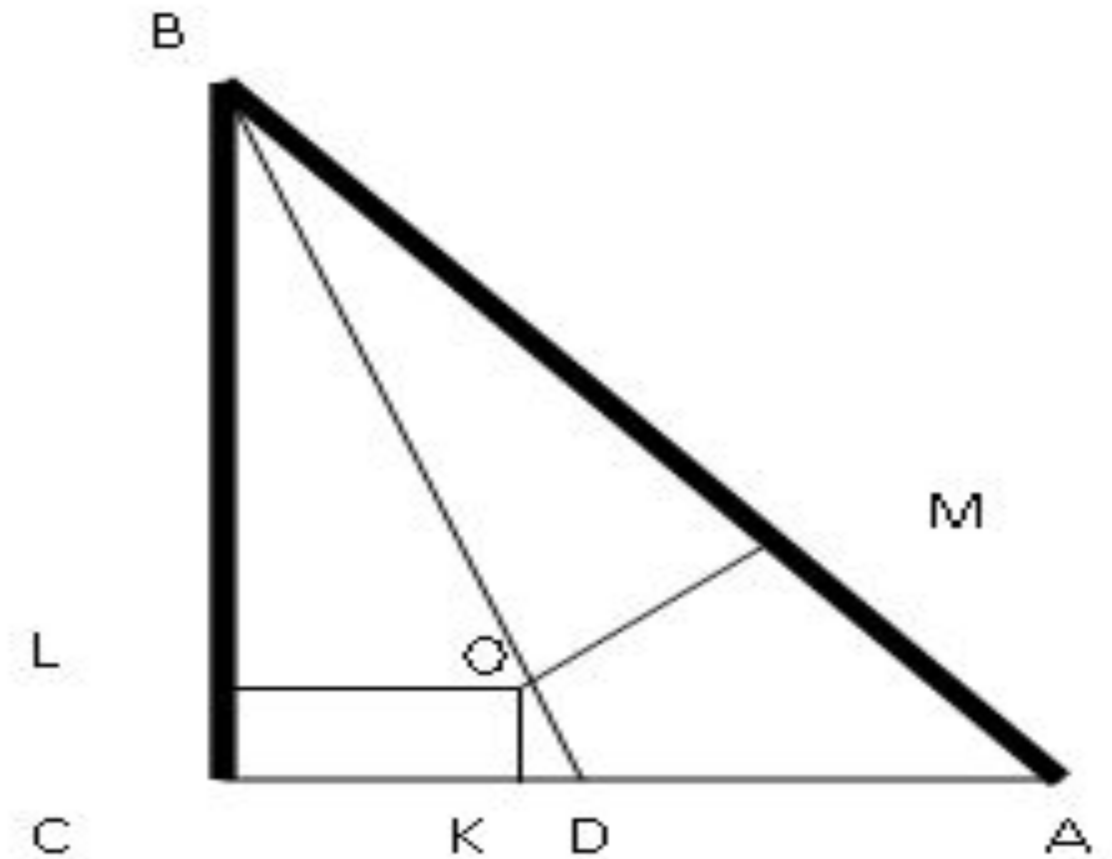
Ошибка, допущенная в этом софизме, состоит в нарушении правила действий с именованными величинами: все действия, совершаемые над величинами, необходимо совершать также и над их размерностями.

Геометрические софизмы

Это умозаключения или рассуждения, обосновывающие какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или противоречивое утверждение, связанное с геометрическими фигурами и действиями над ними

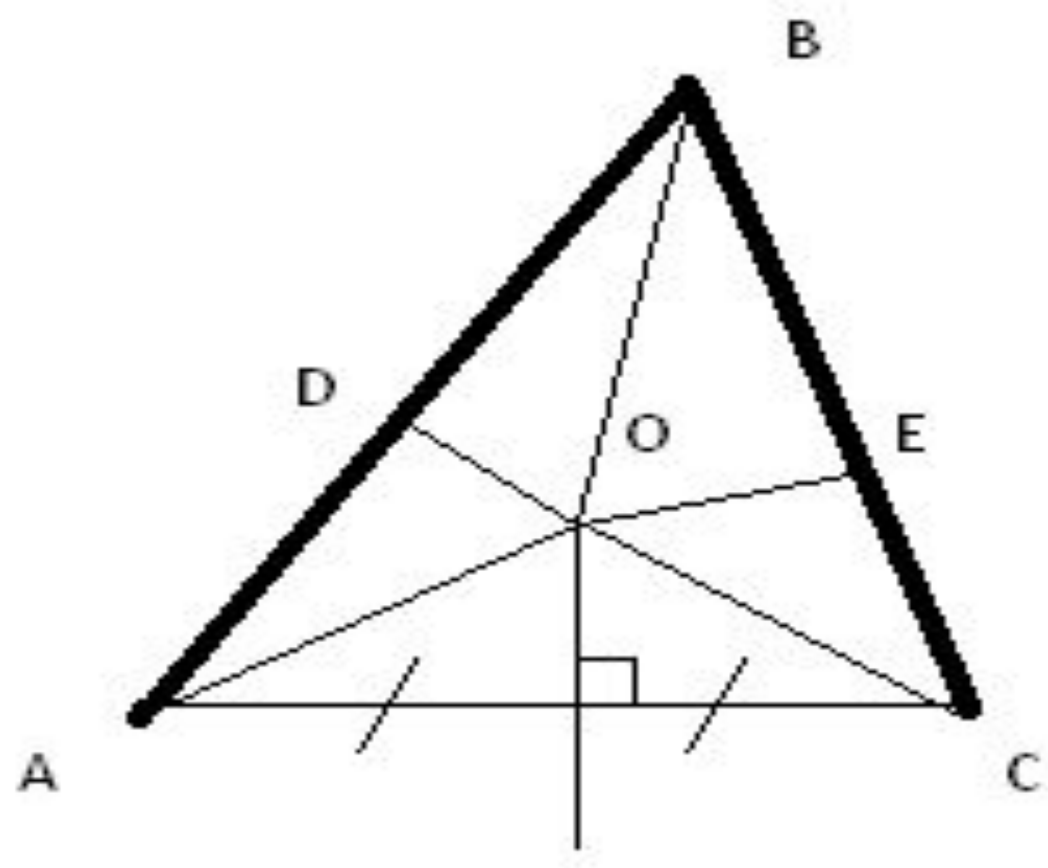
.

«Катет равен гипотенузе»

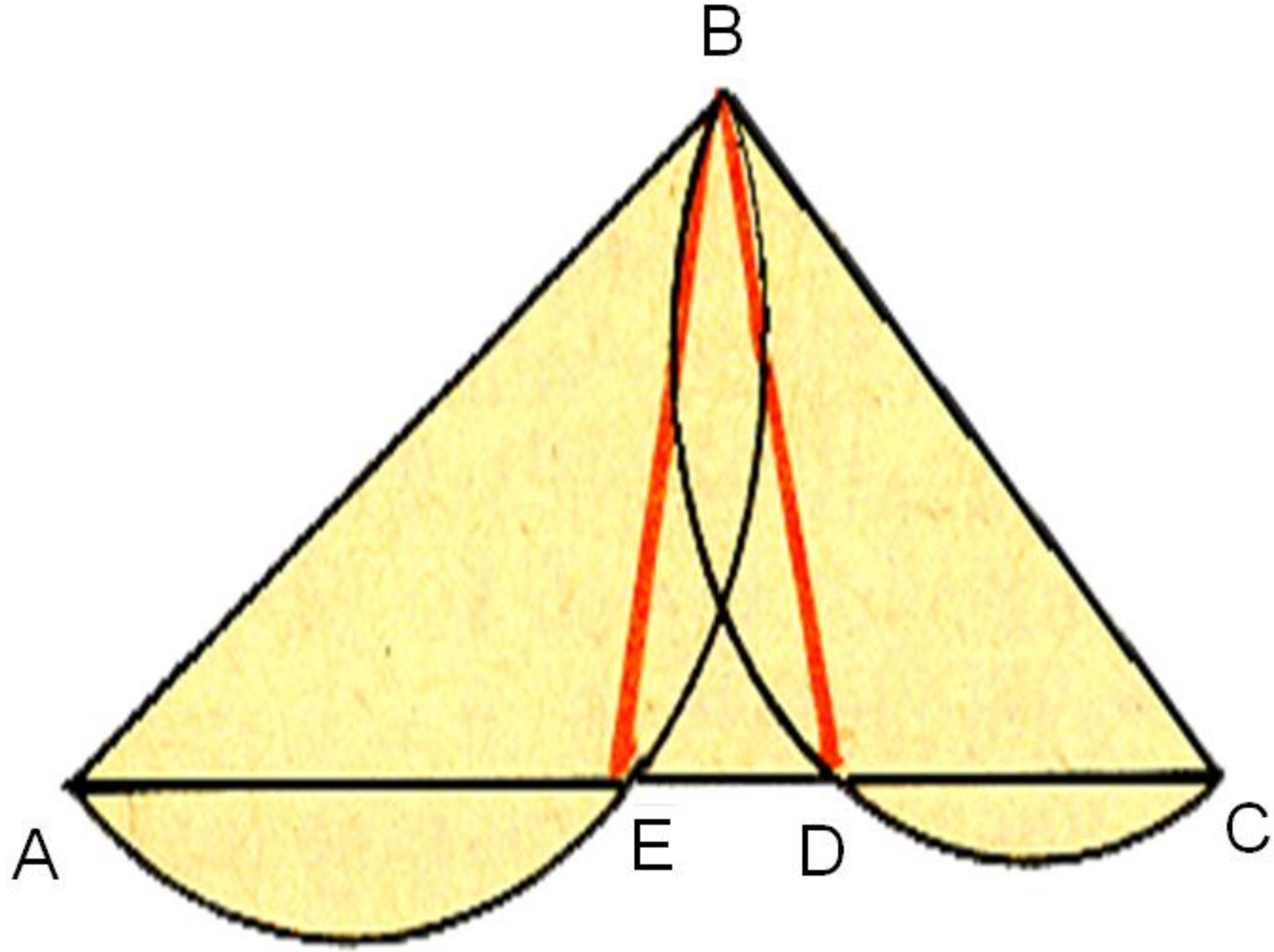


.

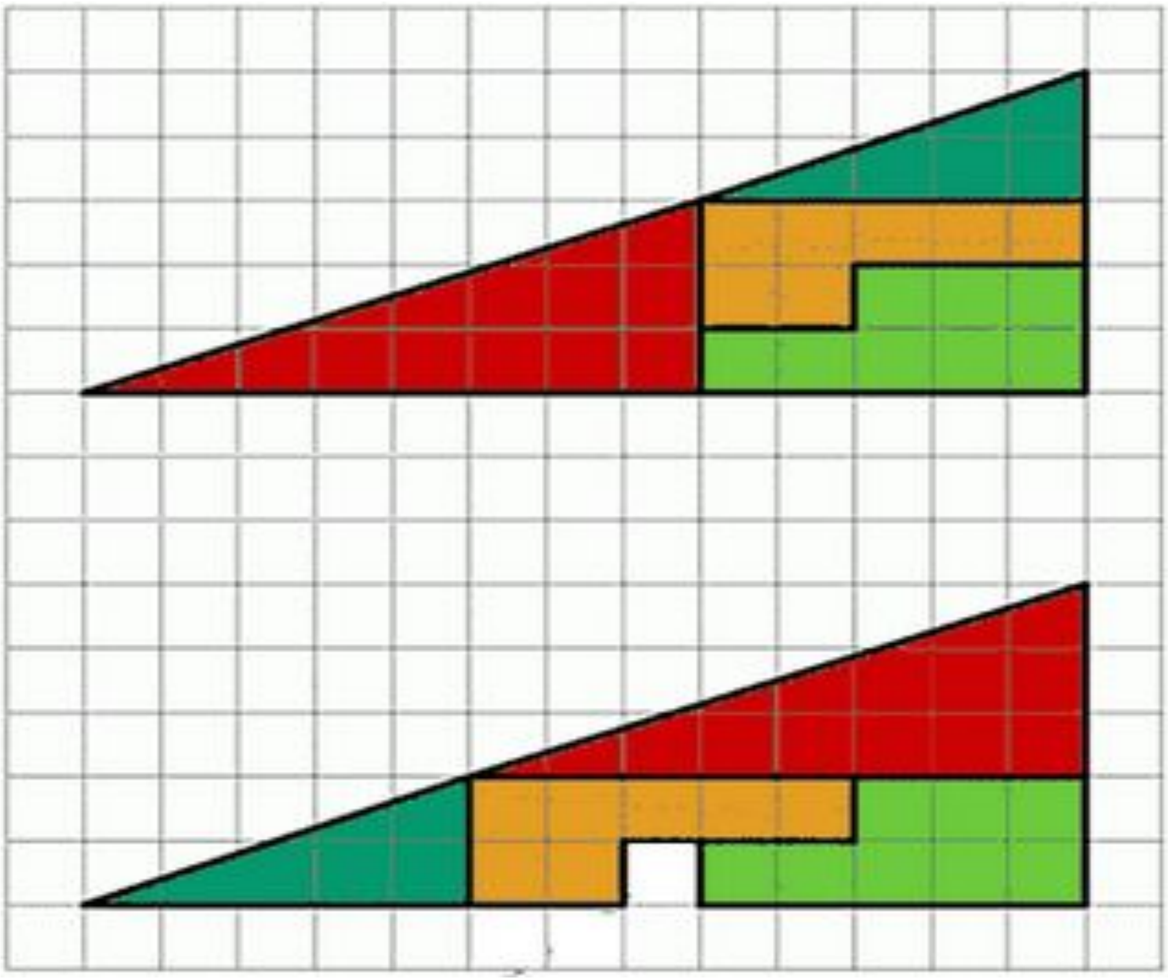
«Все треугольники равнобедренные»



«Через точку на прямую можно опустить два перпендикуляра»



Задача о треугольнике



Парадокс «Разность квадратов»

1) $a^2-a^2 = a^2-a^2$ - имеем равенство
2) $a(a-a) = (a+a)(a-a)$ – в первой части вынесем общий множитель за скобки, а во второй воспользуемся формулой
3) $a = a+a$ – сократим на общий множитель $(a-a)$
4) $a = 2a$.

Парадокс «Закономерность»

Какое число следующее?

1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, …

Ответ: 144, т.к.

данный ряд является числами Фибоначчи, где каждое число – сумма двух предыдущих.

Анкетирование

1. Укажите ваш пол.

2. Знакомы ли вам понятия математический «софизм» и «парадокс»?

3. Если, отвечая на предыдущий вопрос, вы ответили положительно, постарайтесь дать определения этих понятий.

4. Приводились ли примеры софизмов и парадоксов на уроках математики?

(Ответ при условии положительного ответа на предыдущий вопрос)

5. Хотели бы вы больше узнать о математических парадоксах и софизмах?

Вывод!

Заключение

Я познакомился с увлекательной темой, узнал много нового, научился решать задачки на софизмы, находить в них ошибку, разбираться в парадоксах.

Тема моей работы далеко не исчерпана. Я рассмотрел лишь некоторые, самые известные примеры софизмов и парадоксов. На самом деле их намного больше.

Развитая логика мышления поможет не только в решении каких-нибудь математических задач, но еще может пригодиться в жизни.

Литература

1. Lietzman W. Wo steckt der Fehler? Mathematische Trugschlüsse und Warnzeichen. – Leipzig? 1952

2. Аменицкий Н. Математические развлечения и любопытные приемы мышления. – М., 1912

3. Богомолов С. А. Актуальная бесконечность. – М.; Л., 1934

4. Больцано Б. Парадоксы бесконечного. – Одесса, 1911

5. Брадис В. М., Харчева А. К. Ошибки в математических рассуждениях. – М., 1938

6. Горячев Д. Н., Воронец А. М. Задачи, вопросы и софизмы для любителей математики. – М., 1903

7. Литцман В., Трир Ф. Где ошибка? – СПб., 1919

8. Лямин А. А. Математические парадоксы и интересные задачи. – М., 1911

9. Мадера А.Г., Мадера Д.А. Математические софизмы. – М.: Просвещение, 2003

10. Обреимов В. И. Математические софизмы. – 2-е изд. – СПб., 1889.

Спасибо за внимание !