

Взаимное расположение Прямых и Плоскостей в пространстве

- Взаимное расположение Прямых в пространстве
- Взаимное расположение Прямых и Плоскостей в пространстве
- Взаимное расположение Плоскостей в пространстве

ЦЕЛИ ЗАНЯТИЯ:

- Образовательные:

- 1) сформировать представление о взаимных расположениях прямых, прямых и плоскостей в окружающем мире;
- 2) изучить понятия параллельных, скрещивающихся прямых в пространстве; параллельности прямой и плоскости, параллельности плоскостей и свойств;
- 3) формировать навыки чтения и построения чертежей, применения, полученных теоретических знаний при решении задач;

ЦЕЛИ ЗАНЯТИЯ:

- Развивающие:

1) развивать пространственное воображение у обучающихся, умение переносить пространственные ситуации на плоскость, интерес к предмету, математическую речь.

- Воспитательные:

воспитывать у обучающихся культуру математической речи, аккуратность в построении чертежа, формировать культуру общения.

- Методическая цель:

показать формы и методы активизация мыслительной деятельности студентов.

ПЕРЕД НАЧАЛОМ РАБОТЫ МЫСЛЕННО ПРОГОВАРИВАЕМ:

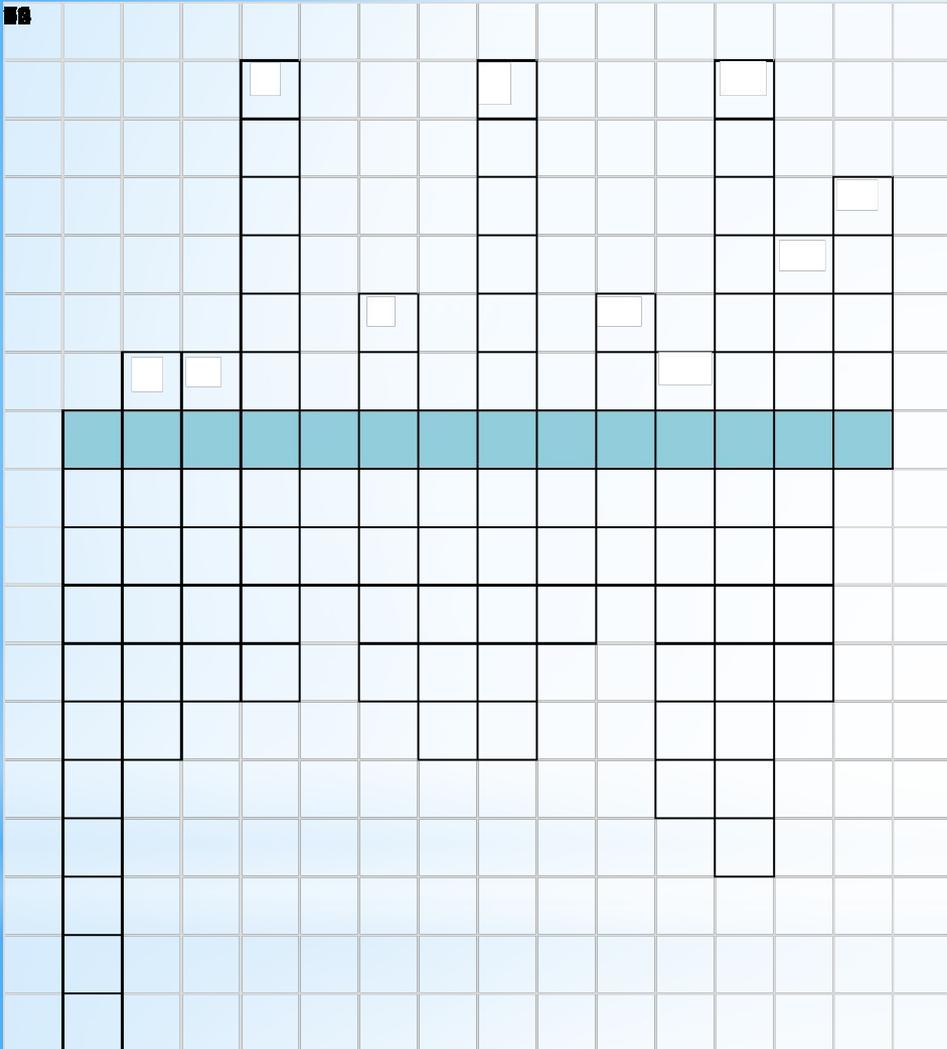
*Я настрой себе нашел,
Чтобы быть везучим.
Повторю сто раз его-
Разойдутся тучи.
У меня все хорошо-
А будет еще лучше!*

Проверь себя:

ЗАДАНИЕ 1.

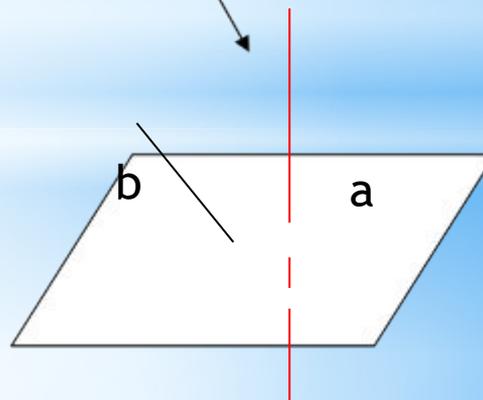
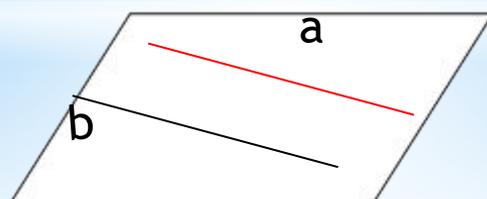
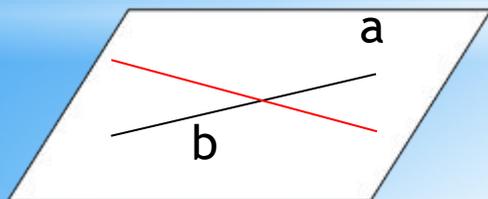
Впишите слова, пропущенные в предложениях.

- 1) Через три точки, **не лежащие** на одной прямой, проходит единственная плоскость.
- 2) Если **две** точки прямой принадлежат плоскости, то и вся прямая принадлежит плоскости.
- 3) Две различные плоскости могут иметь только одну общую **прямую**.
- 4) Через прямую и не лежащую на ней точку проходит **единственная плоскость**.
- 5) Через две **пересекающиеся** прямые проходит единственная плоскость.



1. Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве.
2. Математическое утверждение не требующее доказательства.
3. Одна из простейших фигур и планиметрии и стереометрии.
4. Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур на плоскости.
5. Защитное приспособление воина в виде круга, овала, прямоугольника.
6. Теорема, в которой по заданному свойству нужно определить предмет
7. Направленный отрезок
8. Планиметрия - плоскость, стереометрия - ...
9. Женская одежда в форме трапеции.
10. Одна точка, принадлежащая обеим прямым.
11. Какую форму имеют гробницы фараонов в Египте?
12. Какую форму имеет кирпич?
13. Одна из основных фигур в стереометрии.
14. Она может быть прямой, кривой, ломаной.

Взаимное расположение прямых



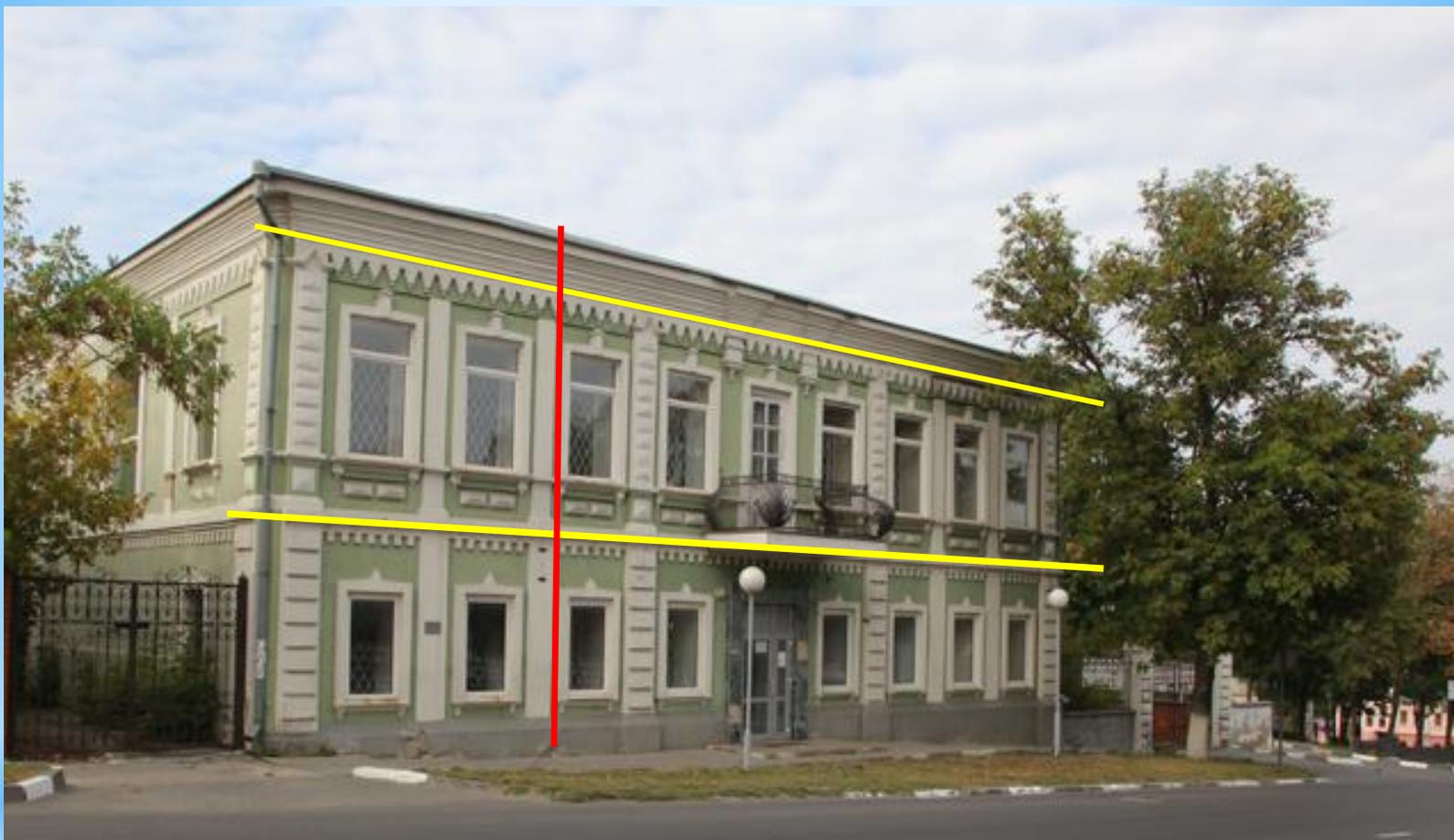
Две прямые в пространстве a и b

Лежат в одной
плоскости

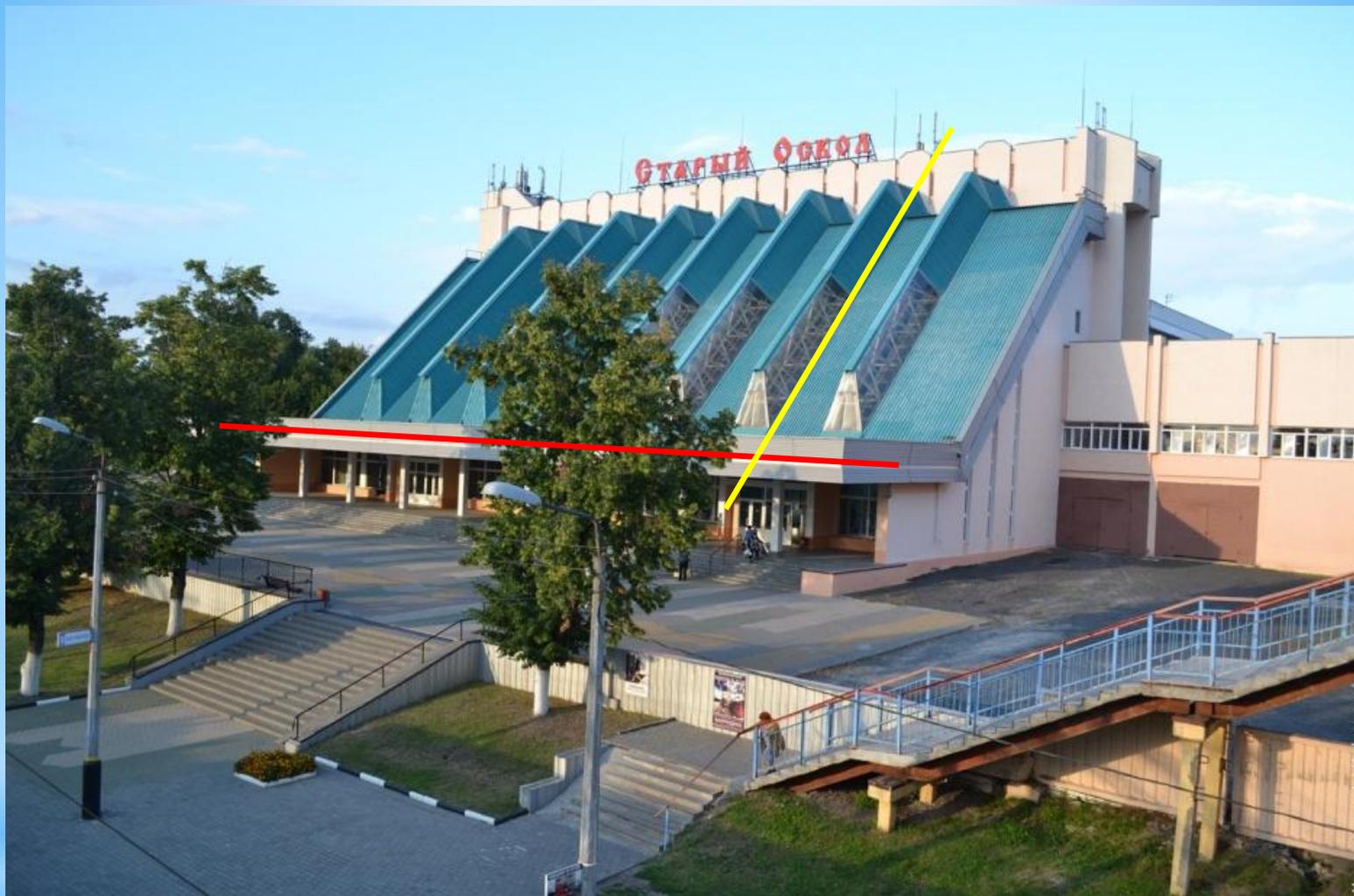
Не лежат в одной плоскости
Скрещивающиеся
 $a \div b$

Имеют одну общую точку
Пересекаются
 $A \cap b$

Не имеют общих точек
 $a \parallel b$



Одной из достопримечательностью Старого Оскола являются купеческие домики XIX века. К примеру, дом № 66, в котором сейчас располагается Промышленная палата.



А это современное здание Железнодорожного вокзала Старого Оскола. Оно признано одним из самых необычных в стране.

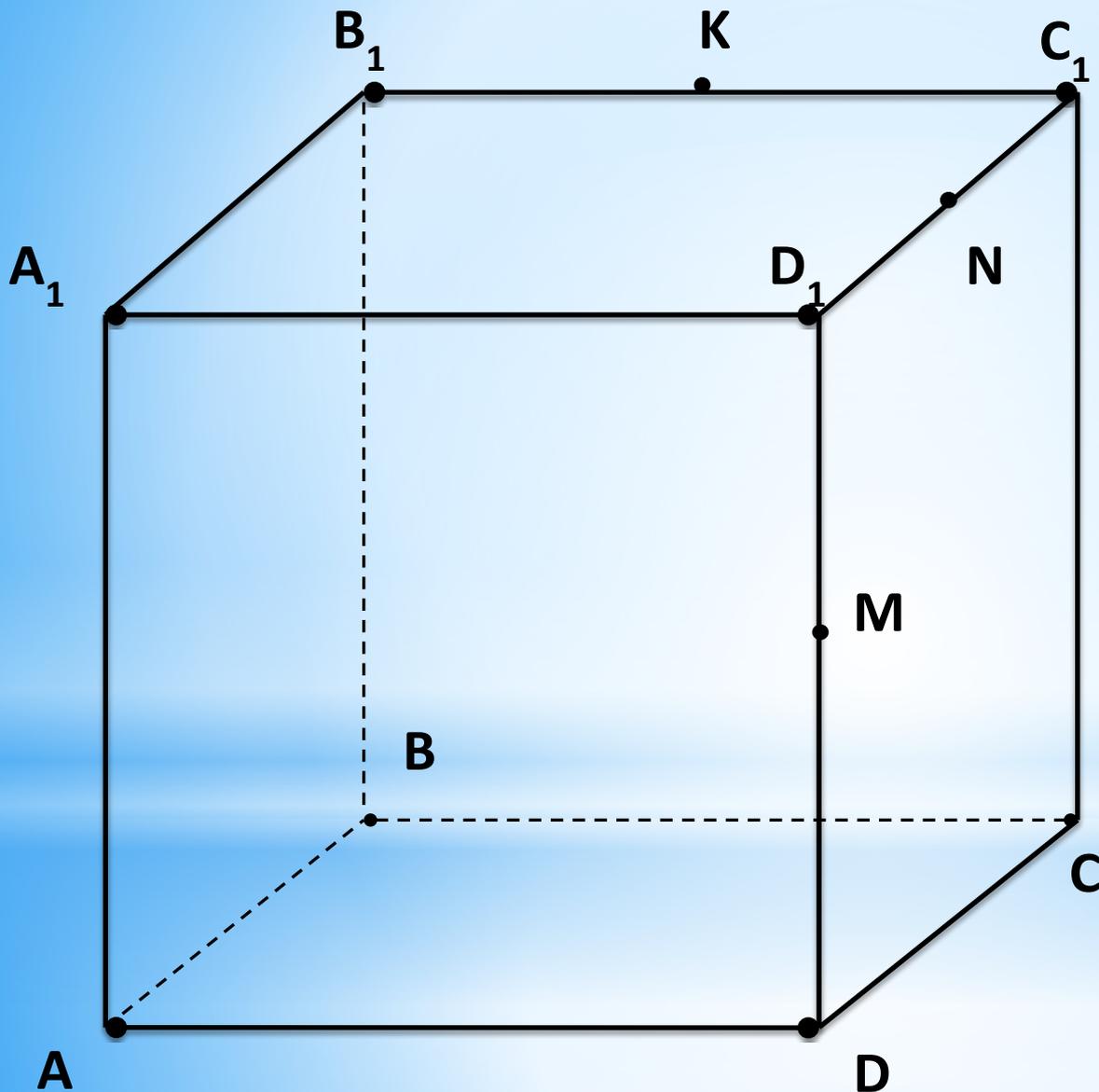


Alex 31 @mail.ru





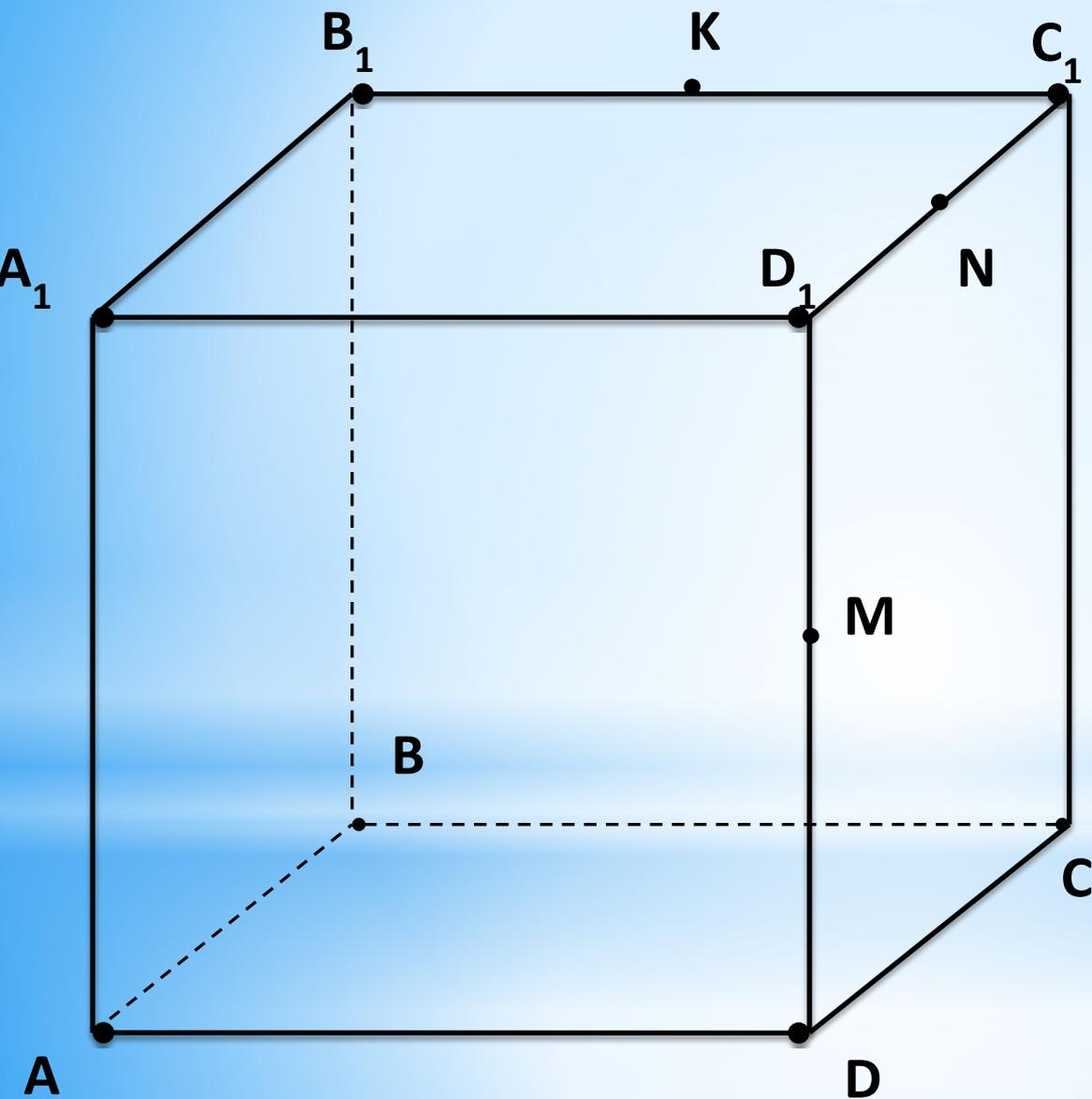
Пример скрещивающихся прямых в пространстве



Дано:
 $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - куб
 K, M, N - середины ребер
 $B_1 C_1, D_1 D, D_1 C_1$
 соответственно.

Определите взаимное
 положение следующих
 прямых:

- | | |
|------------|-----------|
| 1) AB | $D_1 C_1$ |
| 2) $C_1 N$ | $A_1 D_1$ |
| 3) DC | AA_1 |
| 4) MN | DC |
| 5) DM | BB_1 |
| 6) KN | AA_1 |



Дано:

$ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ - куб

K, M, N - середины ребер

$B_1 C_1, D_1 D, D_1 C_1$

соответственно.

Определите взаимное положение следующих прямых:

- | | |
|------------|-----------|
| 1) BC | BB_1 |
| 2) CC_1 | AD |
| 3) AA_1 | CC_1 |
| 4) MN | BB_1 |
| 5) KC_1 | AD |
| 6) DM | KN |
| 7) $A_1 M$ | AD |
| 8) NC_1 | AB |
| 9) AM | $A_1 D_1$ |
| 10) KC | AD |

Проверь себя

1. ПЕРЕСЕКАЮТСЯ (1;7;9)
2. ПАРАЛЛЕЛЬНЫ (3;5;8)
3. СКРЕЩИВАЮТСЯ (2;4;6;10)

Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве

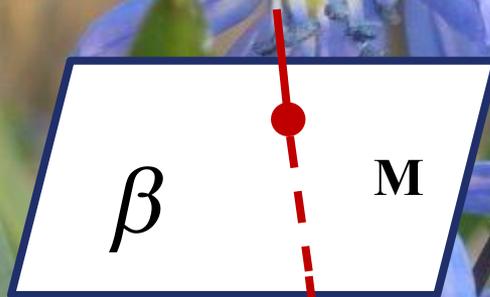
Прямая лежит в плоскости

Прямая пересекает плоскость

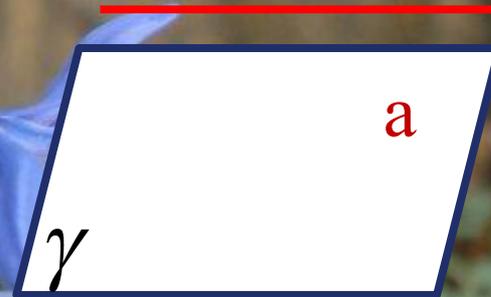
Прямая не пересекает плоскость



$$a \subset \alpha$$



$$a \cap \beta = M$$



$$a \not\subset \gamma$$

Множество общих точек

Единственная общая точка

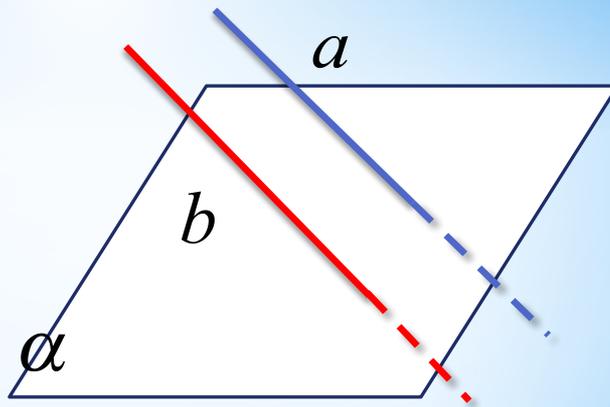
Нет общих точек

Лемма о параллельных прямых:

Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость.

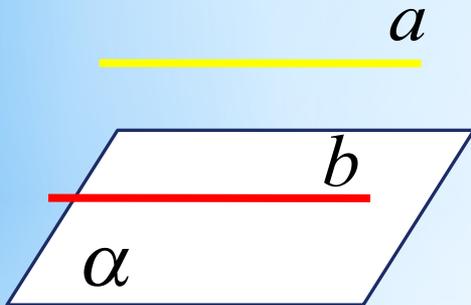
Дано : $a \parallel b$

Доказать : b и α имеют общую точку, причем она единственная



ИЗУЧЕНИЕ НОВОГО:

Параллельность прямой и плоскости



$a \notin \alpha$	$\Rightarrow a \parallel \alpha$
$a \parallel b$	
$b \in \alpha$	

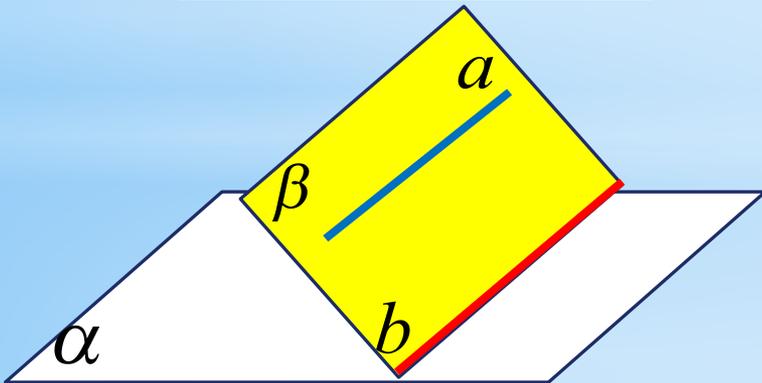
Т. Признак прямой и плоскости

Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости.

Важные следствия

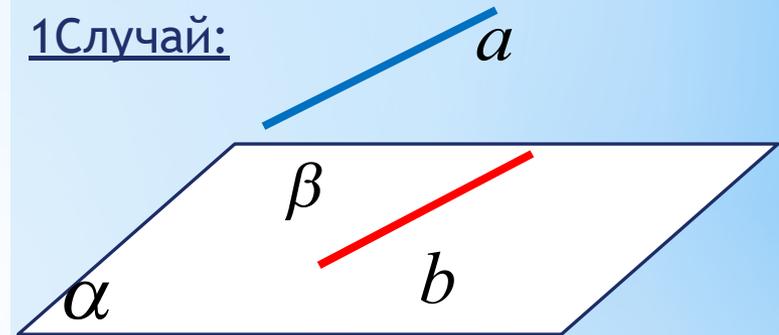
T1. Если плоскость проходит через данную прямую, параллельную другой плоскости, и пересекает эту плоскость, то линия пересечения плоскостей параллельна данной прямой.

$$\left. \begin{array}{l} \alpha \cap \beta = b \\ a \parallel \alpha \\ a \in \beta \end{array} \right| \Rightarrow a \parallel b$$

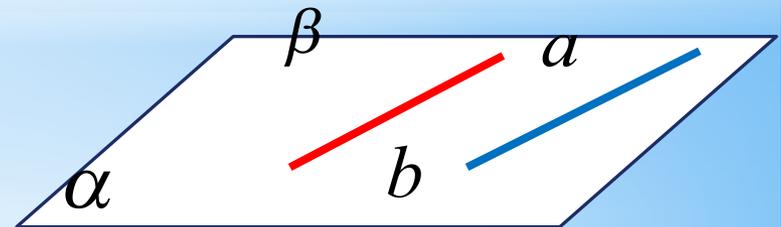


T2. Если одна из двух параллельных прямых параллельна данной плоскости, то другая прямая либо также параллельна данной плоскости, либо лежит в этой плоскости.

1Случай:



2Случай:



Водонапорни кулери



Параллельность плоскостей

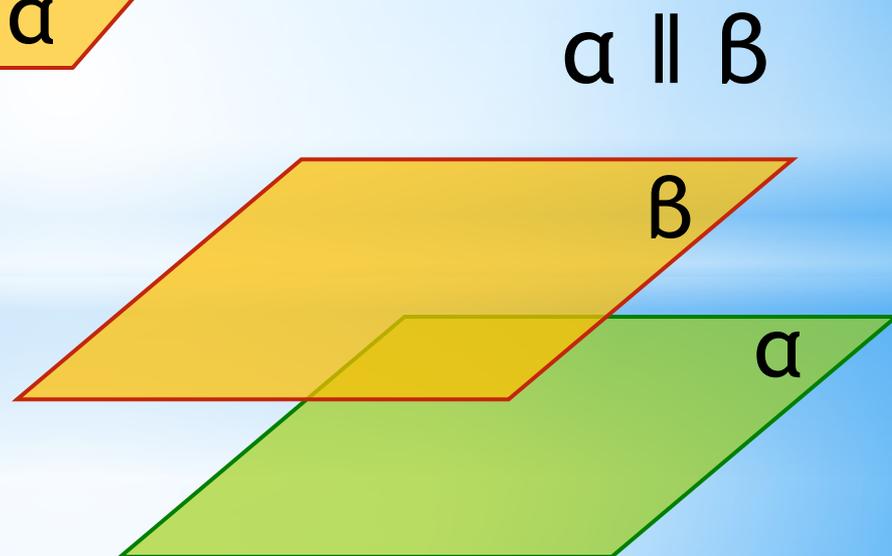
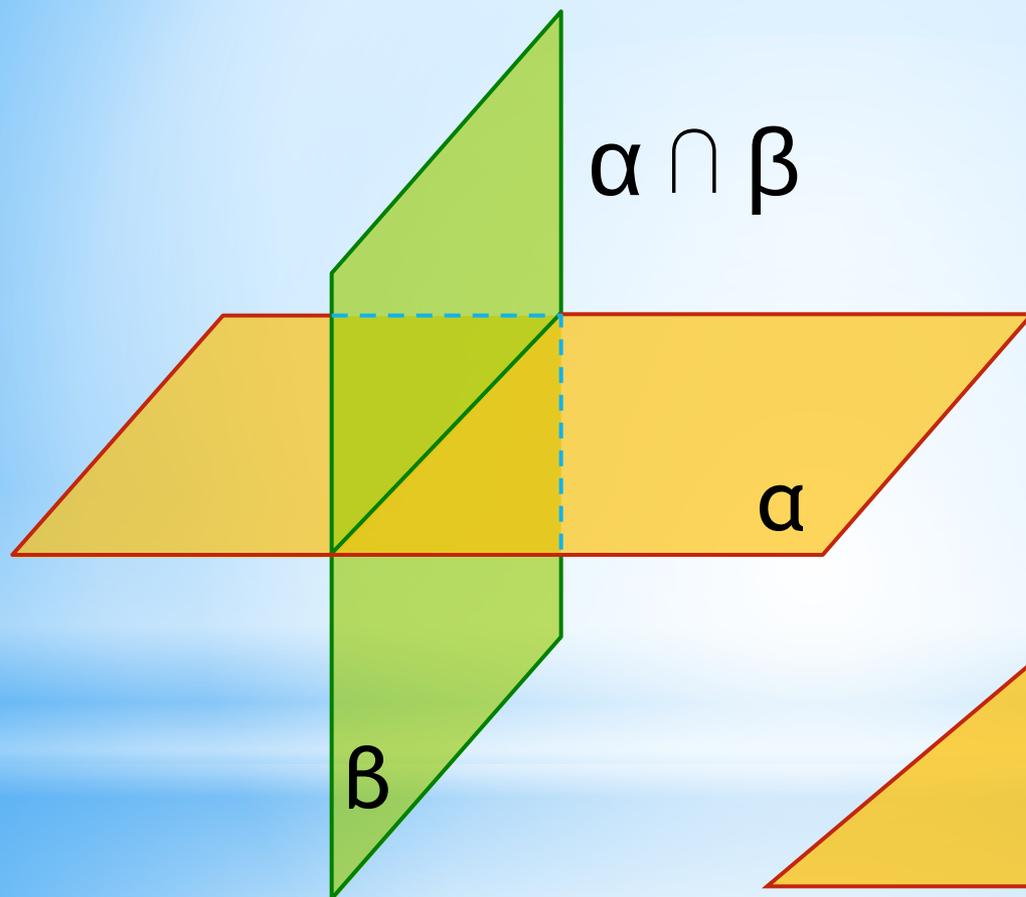


*Две плоскости называются
параллельными, если они не пересекаются*

$$a \parallel b$$

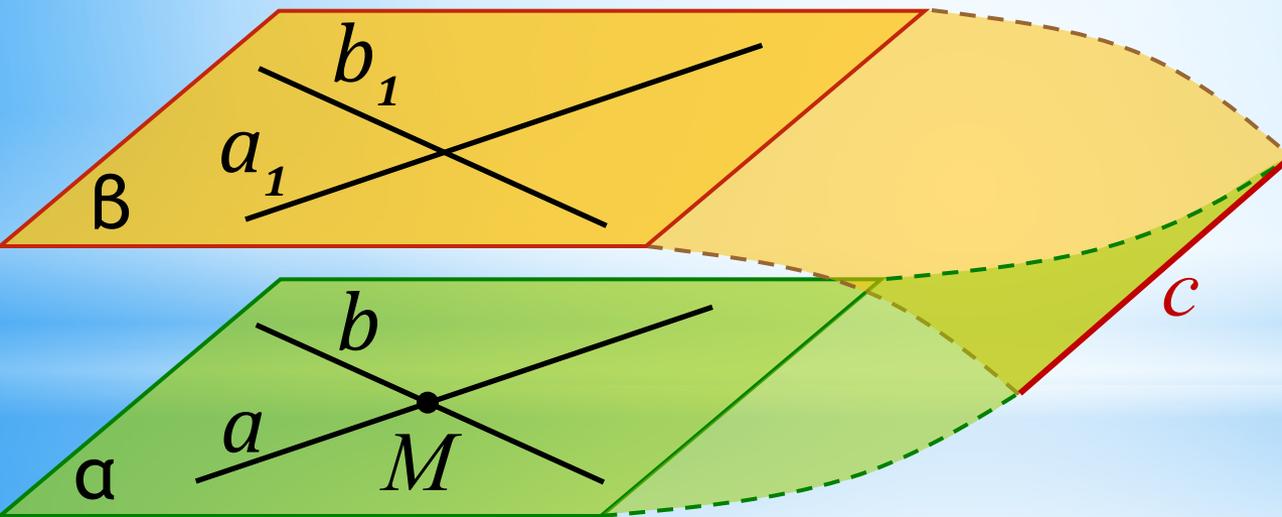


Взаимное расположение плоскостей



Признак параллельности плоскостей

Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны



Дано: α ; β ;

$a \subset \alpha$; $a_1 \subset \beta$; $a \parallel a_1$;

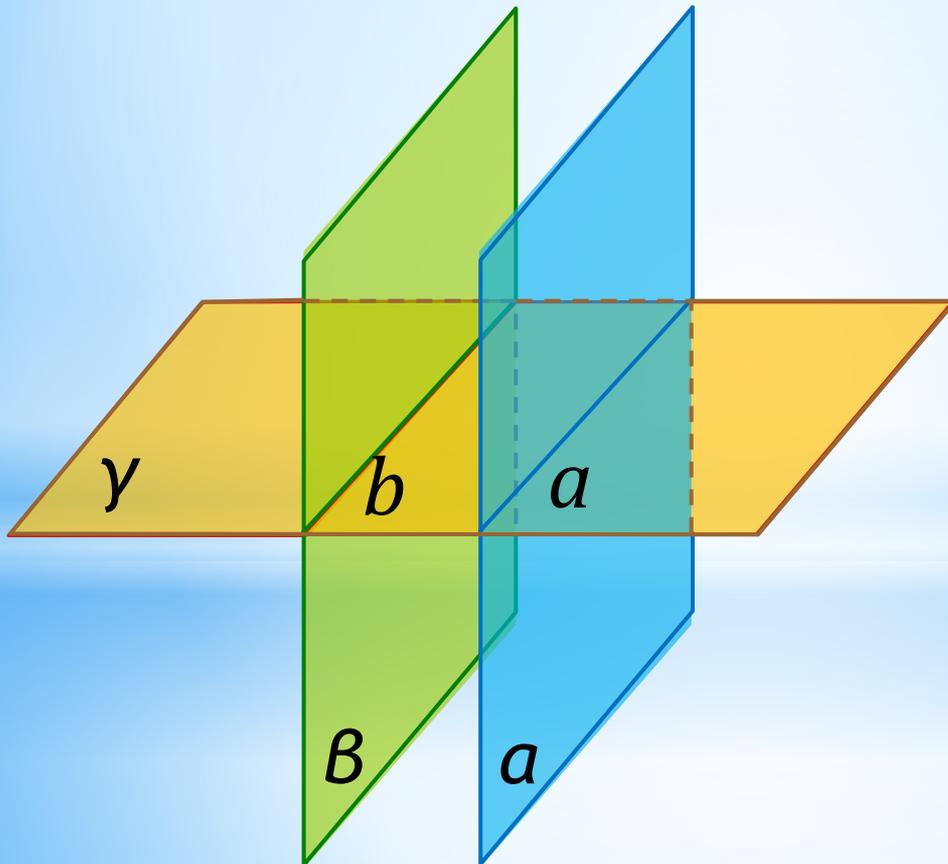
$b \subset \alpha$, $b_1 \subset \beta$; $b \parallel b_1$;

$a \cap b = M$.

Доказать: $\alpha \parallel \beta$

1 свойство параллельных плоскостей

Если две параллельные плоскости пересечены третьей, то линии их пересечения параллельны



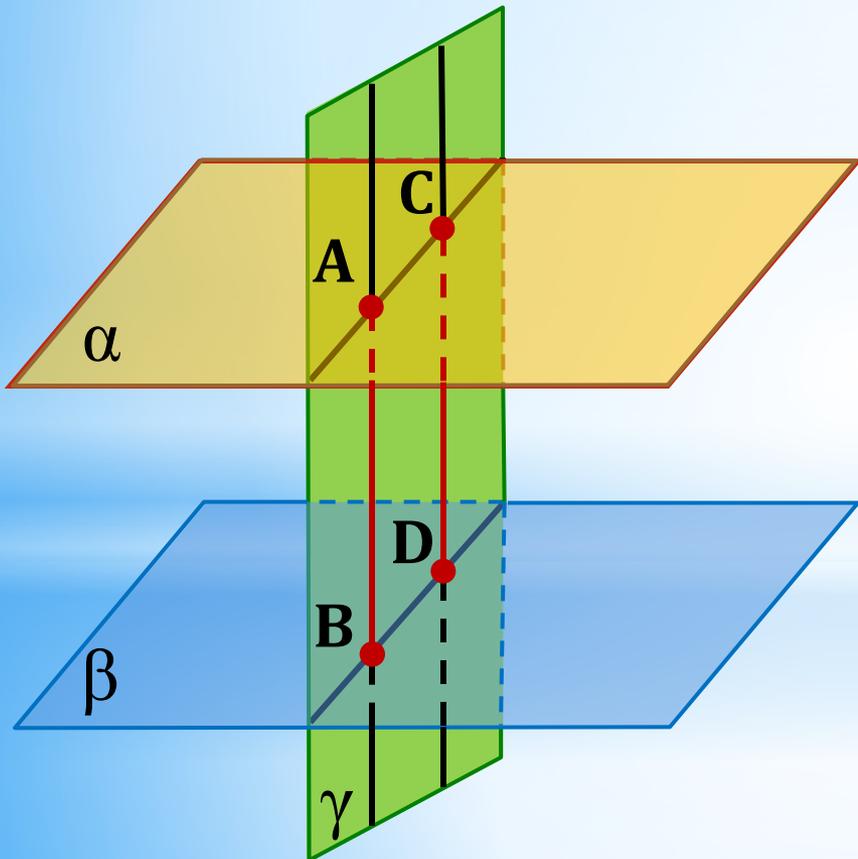
Дано: $\alpha, \beta, \gamma, \alpha \parallel \beta$

$\gamma \cap \alpha = a, \gamma \cap \beta = b$

Доказать: $a \parallel b$

2 свойство параллельных плоскостей

Отрезки параллельных прямых, заключенные между параллельными плоскостями, равны



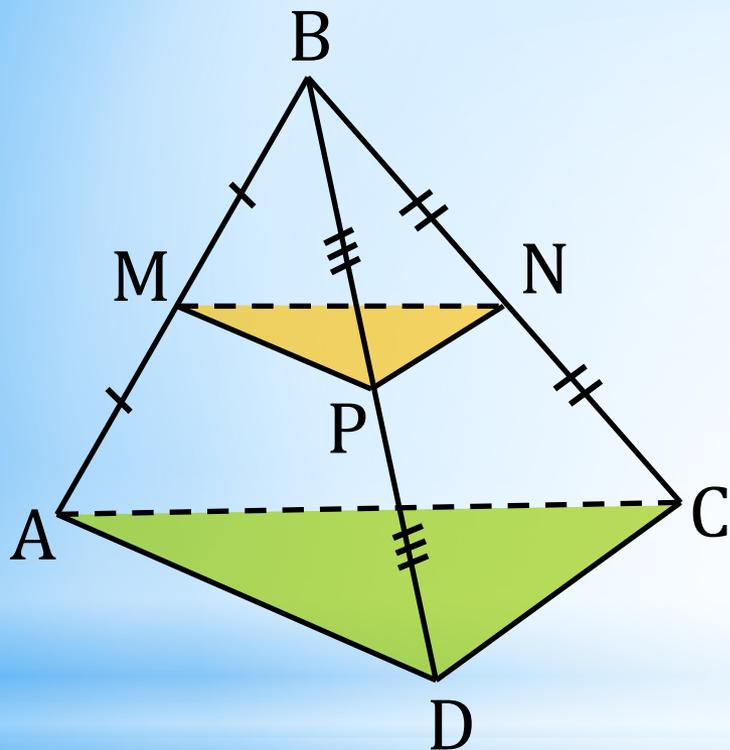
Дано: α ; β ; γ ;

$\alpha \parallel \beta$; $\gamma \cap \alpha = AC$;

$\gamma \cap \beta = BD$; $AB \parallel CD$.

Доказать: $AB = CD$

Задача №54



Дано: $\triangle ADC$;

$B \notin (ADC)$;

$AM=MB$; $CN=NB$;

$DP=PB$; $S_{\triangle ADC} = 48 \text{ см}^2$

Доказать:

$(MNP) \parallel (ADC)$

ЗАДАНИЕ ПО ТЕМЕ НА ЗАКРЕПЛЕНИЕ

1. Замените верным словом ошибку в утверждении:

«Прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна ей, если эта прямая параллельна любой прямой, лежащей в данной плоскости».

Ответ: _____

2. Продолжите мысль:

«Если две плоскости пересекаются и одна из этих плоскостей проходит через прямую, параллельную другой плоскости, то линия пересечения этих плоскостей...»

Ответ: _____

3. В признаке параллельности двух плоскостей какими должны быть прямые одной плоскости, соответственно параллельные прямым другой плоскости?

Ответ: _____

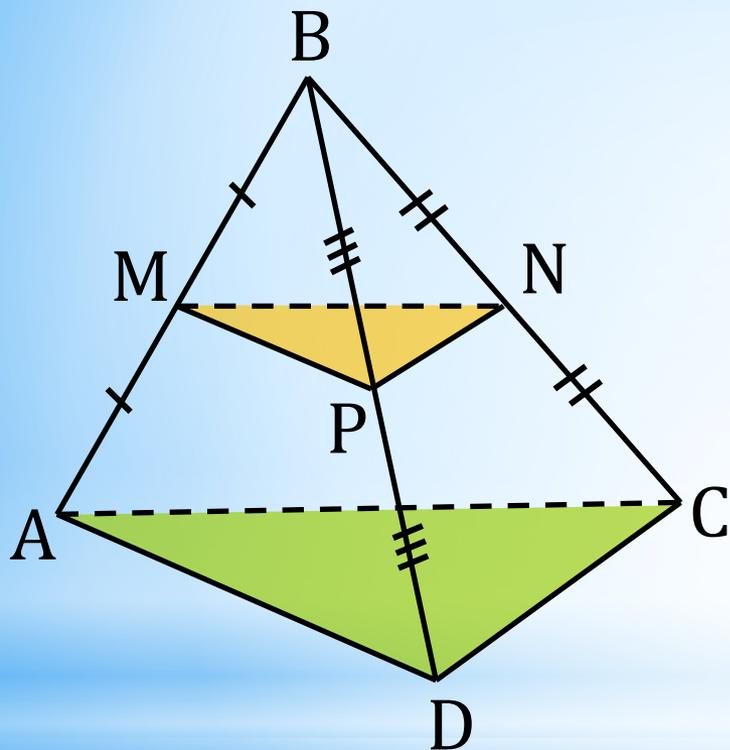
4. Каким свойством обладают две параллельные плоскости, пересеченные третьей?

Ответ: _____

5. Сколько плоскостей, параллельных данной плоскости, можно провести через точку, не лежащую на данной плоскости?

Ответ: _____

Задача



Дано: $\triangle ADC$;

$B \notin (ADC)$;

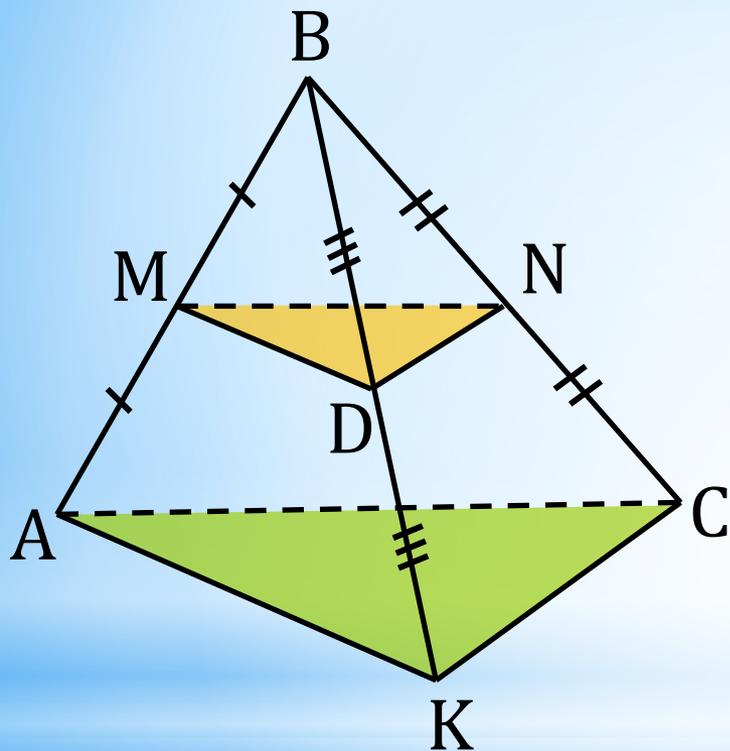
$AM=MB$; $CN=NB$;

$DP=PB$; $S_{\triangle ADC} = 48 \text{ см}^2$

а) Доказать:

$(MNP) \parallel (ADC)$

Задача на закрепление:



Доказать:
 $(MND) \parallel (AKC)$

Проверь себя:

1. Замените верным словом ошибку в утверждении:

Ответ: «Прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна ей, если эта прямая параллельна **какой-нибудь** прямой, лежащей в данной плоскости».

2. Ответ: «Если две плоскости пересекаются и одна из этих плоскостей проходит через прямую, параллельную другой плоскости, то линия пересечения этих плоскостей **параллельна данной прямой**»

3. Ответ: Если две **пересекающиеся** прямые одной плоскости параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то такие плоскости параллельны.

4. Ответ: Линии пересечения плоскостей **параллельны**.

5. Ответ: **Одну**.

Проверь себя:

ЗАДАЧА

Дано:

$$AM=MB,$$

$$BD=DK$$

$$BN=NC$$

Доказать, что $MND \parallel \parallel AKC$.

Решение:

а) В $\triangle ABC$: MN - средняя линия, $MN \parallel AC$, $MN = \frac{1}{2}AC$.

В $\triangle BCK$: DN - средняя линия , $DN \parallel KC$, $DN = \frac{1}{2}KC$.

По теореме: Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.

Плоскости MDN и AKC параллельны.

$\sphericalangle MND = \sphericalangle ACK$ - как углы с соответственно параллельными сторонами.

Задача №63

(дополнительная)

Дано: $\alpha, \beta; \alpha \parallel \beta;$

$\angle BAC; AB \cap \alpha = A_1; AB \cap \beta = A_2;$

$AC \cap \alpha = B_1; AC \cap \beta = B_2;$

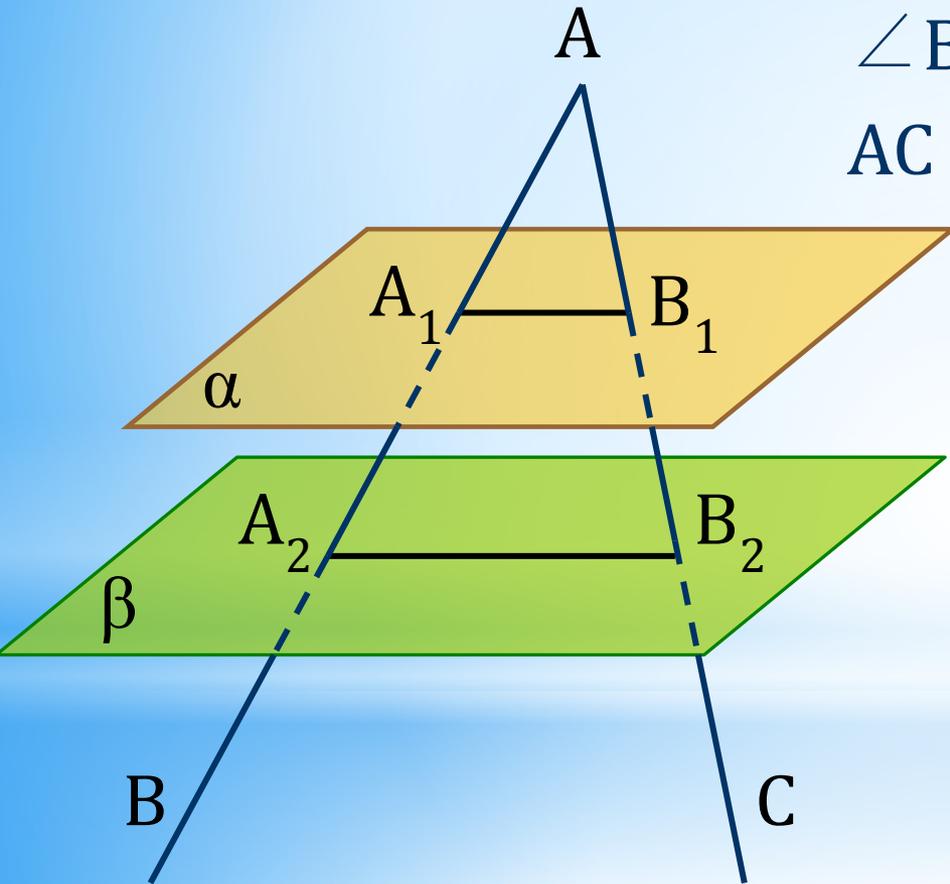
а) $A_1A_2 = 2AA_1; A_1A_2 = 12\text{см};$
 $AB_1 = 5\text{см};$

б) $A_1B_1 = 18\text{см}; AA_1 = 24\text{см};$
 $AA_2 = 1,5A_1A_2.$

Найти:

а) AA_2 и $AB_2;$

б) A_2B_2 и $AA_2.$



Домашняя работа:

1. Плоскости параллельны, прямая m лежит в плоскости α . Докажите, что прямая m параллельна плоскости β .

2. Графический тест.

Сделайте рисунки:

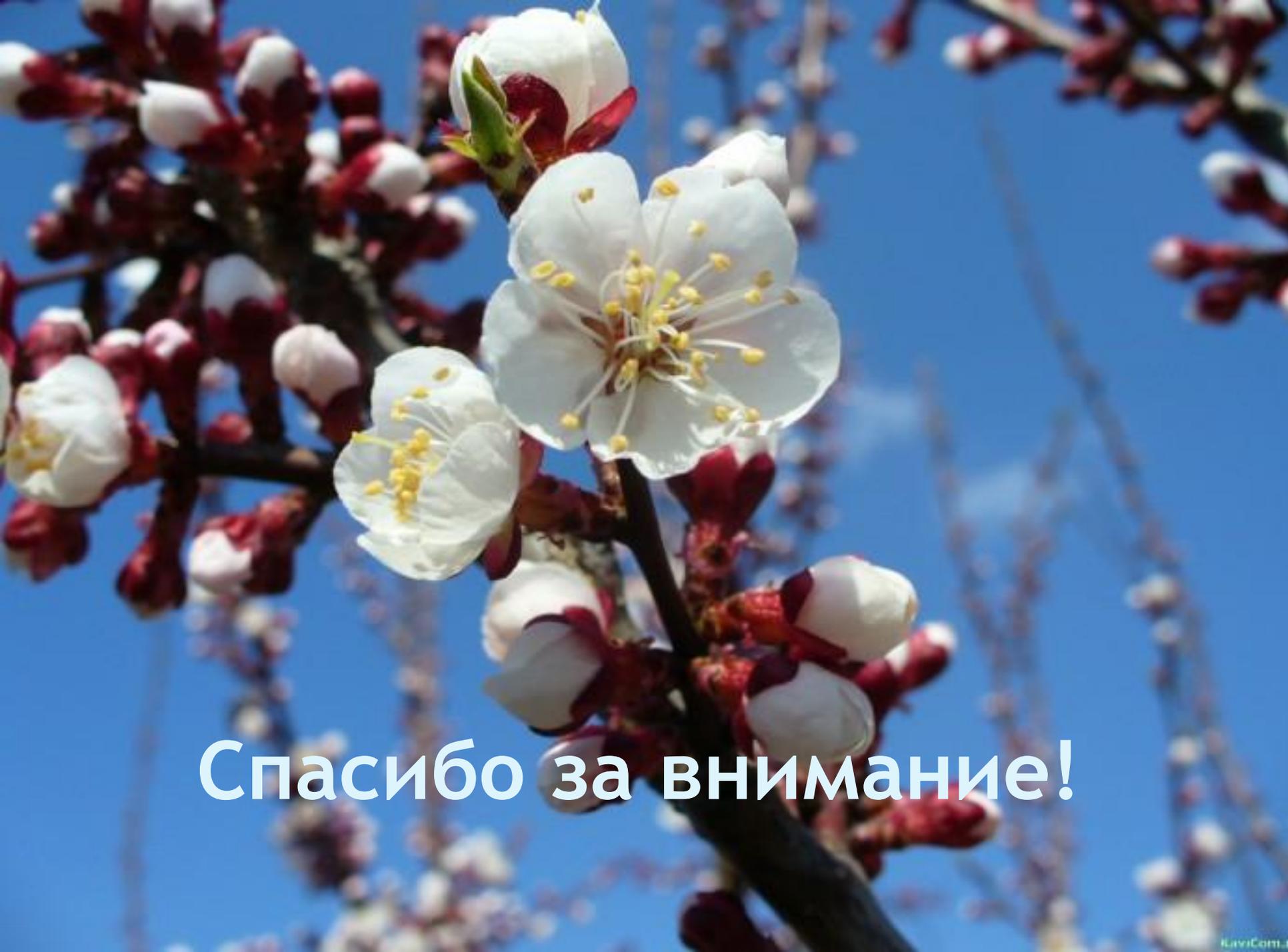
1. $\alpha \cap \beta = a$. Прямая $b \parallel \alpha, b \parallel \beta$.

2. Плоскости $\alpha \parallel \gamma, \beta \parallel \gamma$. Как могут быть расположены плоскости α и β ?

3. Плоскости $\alpha \parallel \beta, \alpha \cap \gamma = a, \beta \cap \gamma = b$. Как расположены прямые a и b ?

4. $\alpha \cap \beta = a$. Изобразите, если возможно, плоскость γ , такую, что $\alpha \parallel \gamma, \beta \parallel \gamma$.

5. Плоскости $\alpha \cap \beta = a, \alpha \cap \gamma = c, \gamma \cap \beta = b$. Могут ли быть параллельными прямые c и b .

A close-up photograph of a flowering branch, likely a cherry or plum, against a clear blue sky. The branch is covered with numerous small, white, five-petaled blossoms with prominent yellow stamens. Interspersed among the open flowers are many unopened buds, which are a deep red color. The background is a bright, clear blue sky, with some out-of-focus branches and buds visible in the distance.

Спасибо за внимание!